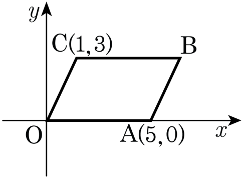
**1.** 다음 평행사변형 OABC 에서 A 와 C 의 좌표가 각각 $(5,\ 0)$, $(1,\ 3)$ 일 때, 두 점 A, B 를 지나는 직선의 $y$ 절편은?




① $-6$ ② $-9$ ③ $-12$ ④ $-15$ ⑤ $-18$

해설

평행사변형의 두 변 OC 와 AB 는 서로 평행하므로 직선 OC 와 직선 AB 의 기울기는 같다.
따라서, 직선 AB 는 기울기가 3 이고 점 $(5,\ 0)$ 을 지나는 직선이다.
$y-0=3(x-5)$, $y=3x-15$
따라서 ($y$ 절편)$=-15$ 이다.

**2.** 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 $y$ 절편, $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

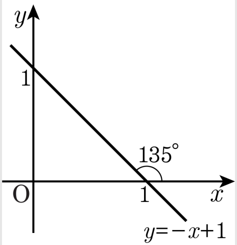
▷ 정답 : 기울기 $-1$

▷ 정답 : $y$ 절편 1

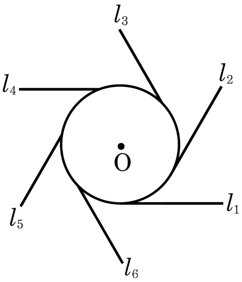
▷ 정답 : $x$축의 양의 방향 $135°$

해설

기울기 $-1$, $y$ 절편 1,
$x$ 축의 양의 방향과
이루는 각 $135°$



**3.** 수차 제작을 위해 그림과 같은 설계도를 그리고 있다. $l_1$, $l_2$, $\cdots$, $l_6$ 는 원주를 6 등분하는 점에서 원의 접선 방향으로 붙인 날개의 단면이다. $l_1$ 의 기울기가 0 일 때, $l_3$ 의 기울기는?




① $-3$ ② $-\sqrt{3}$ ③ $-1$

④ $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $-\dfrac{1}{3}$

해설

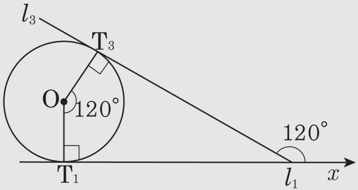
문제의 조건에서 $l_1$ 의 기울기가 0 이므로

다음 그림과 같이 $l_1$ 을 $x$ 축으로 놓으면,

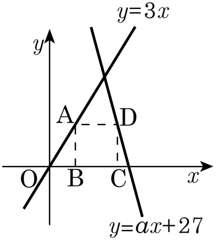
$l_3$ 가 $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $120°$ 이다.

따라서 구하는 기울기 $m$ 은

$m = \tan 120° = -\sqrt{3}$



**4.** 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 한 변의 길이가 3 인 정사각형 ABCD 가 있다. 일차함수 $y = 3x$ 의 그래프가 점 A 를 지나고, 일차함수 $y = ax + 27$ 의 그래프가 점 D를 지날 때, 기울기 $a$ 의 값은? (단, 두 점 B, C는 $x$축 위의 점이다.)



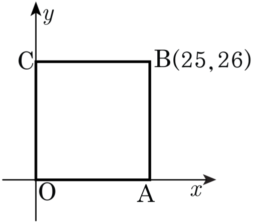

① $-4$ ② $-\frac{9}{2}$ ③ $-5$

④ $-\frac{11}{2}$ ⑤ $-6$

해설

$\overline{AB} = 3$ 이므로 점 $A$ 의 $y$ 좌표는 3 이고,
점 A는 일차함수 $y = 3x$ 의 그래프 위의 점이므로 $x$ 좌표가 1 이다.
점 A와 $x$ 좌표가 같은 점 B의 좌표는 (1, 0) 이고, $\overline{BC} = 3$ 이므로 점 C의 좌표는 (4, 0) 이다.
점 C 와 $x$ 좌표가 같고, 점 A 와 $y$ 좌표가 같은 점 D 의 좌표는 (4, 3) 이다.
점 D가 일차함수 $y = ax + 27$ 위의 점이므로 $x = 4$, $y = 3$를 대입하면 $3 = a \times 4 + 27$
$\therefore\ a = -6$

**5.** 좌표평면 위에서 $x$좌표와 $y$좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라 한다. 직선 $y=\frac{3}{8}x+1$은 아래 그림과 같은 직사각형 OABC 내부(경계선 제외)의 격자점을 모두 몇 개 지나는가?




① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$y=\frac{3}{8}x+1$에서 $x$가 8의 배수이면 $y$도 정수가 된다.

$0<x<25,\ 0<y<26$에서 조건을 만족하는 정수의 순서쌍을 구하면

$(8,\ 4),\ (16,\ 7),\ (24,\ 10)$으로 모두 3개의 격자점을 지난다.

**6.** 다음 중 직선의 방정식을 바르게 구한 것을 <u>모두</u> 고르면?

| |
|---|
| ㉠ 점 $(0, 5)$를 지나고, $x$축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $60°$인 직선 $\rightarrow y = x + 5$<br>㉡ 두 점 $\mathrm{A}(1, -1)$, $\mathrm{B}(-1, 3)$을 지나는 직선 $\rightarrow y = -2x + 1$<br>㉢ $x$ 절편이 $2$ , $y$절편이 $-2$인 직선 $\rightarrow y = 2x - 2$ |

① ㉠　　② ㉡　　③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

**해설**

㉠ (기울기)$= \tan 60° = \sqrt{3}$ 이고 $y$절편이 $5$이므로 $y = \sqrt{3}x + 5$

㉡ $y + 1 = \dfrac{3 - (-1)}{-1 - 1}(x - 1)$ , $\therefore\ y = -2x + 1$

㉢ $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-2} = 1$, $\therefore\ y = x - 2$

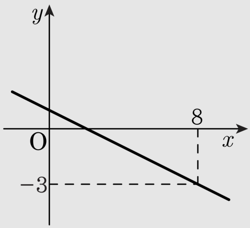
따라서 직선의 방정식을 바르게 구한 것은 ㉡뿐이다.

**7.** 점 $(8, -3)$을 지나고, $x$축, $y$축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 1인 직선의 방정식으로 알맞은 것은?

① $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1$ ② $\frac{x}{2}+y=1$ ③ $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$

④ $x+\frac{y}{3}=1$ ⑤ $\frac{x}{3}+\frac{y}{3}=1$

해설




$x$절편이 $a$이고, $y$절편이 $b$인 직선의 방정식은 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

이 직선이 점 $(8, -3)$을 지나므로

$\frac{8}{a}+\frac{(-3)}{b}=1 \cdots$ ㉠

두 좌표축과 직선이 이루는 삼각형의 넓이 $S$는

$S=\frac{1}{2}ab=1 \cdots$ ㉡

㉡에서 $\frac{1}{a}=\frac{1}{2}b$

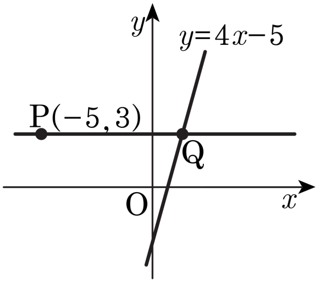
이것을 ㉠에 대입하면 $8\times\frac{1}{2}b-\frac{3}{b}=1$에서

$4b^2-b-3=0 \quad \therefore (4b+3)(b-1)=0$

$b>0$이므로 $b=1 \quad \therefore a=2$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $\frac{x}{2}+y=1$

**8.** 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$을 지나고 $x$축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$ 의 길이는?




① 6　② $\frac{13}{2}$　③ 7　④ $\frac{15}{2}$　⑤ 8

해설

점 P 를 지나고 $x$축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.
점 Q의 $y$좌표가 3이므로
$y = 4x - 5$에 $y = 3$을 대입하면 $3 = 4x - 5$
$\therefore x = 2$
따라서 점 Q의 좌표는 $(2,\ 3)$ 이다.
$\therefore \overline{PQ} = 2 - (-5) = 7$

**9.** 세 점 $A(-2,9)$, $B(3,-1)$, $C(5,a)$가 일직선 위에 있을 때, 상수 $a$의 값은 얼마인가?

① $-6$ ② $-5$ ③ $2$ ④ $9$ ⑤ $13$

**해설**

일직선 위에 있으려면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 기울기가 같다.

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\dfrac{9-(-1)}{-2-3}=-2$ 이고

$\overline{BC}$ 의 기울기는 $\dfrac{a-(-1)}{5-3}$ 이다.

$\therefore \quad a=-5$

**10.** 세 점 A(3, $a$), B(2, 1), C $(a+4,\ 2)$이 일직선 위에있을 때, 실수 $a$의 값들의 곱은?

① $-3$　　② $-2$　　③ $-1$　　④ $0$　　⑤ $1$

**해설**

세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으면
$\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CA}}$의 기울기는 같다.
$\overline{\mathrm{AB}}$의 기울기와 $\overline{\mathrm{BC}}$의 기울기가 같으므로

$$\frac{1-a}{2-3}=\frac{2-1}{(a+4)-2},\quad \frac{a-1}{1}=\frac{1}{a+2}$$

$(a-1)\cdot(a+2)=1,\ a^2+a-3=0$

$\therefore$ 실수 $a$의 값의 곱은 $-3$

**11.** $ab < 0$ , $bc < 0$일 때, 직선 $ax + by + c = 0$이 지나지 않는 사분면을 구하면?

① 제1 사분면　　② 제2, 3 사분면　　③ 제4 사분면

④ 제3 사분면　　⑤ 제3, 4 사분면

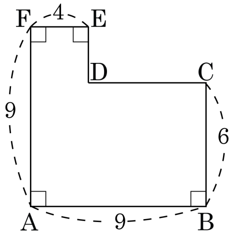
**해설**

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow \quad y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

$ab < 0$, $bc < 0$이므로 기울기는 양수, $y$ 절편은 양수이다.

$\therefore$ 제4분면은 지나지 않는다.

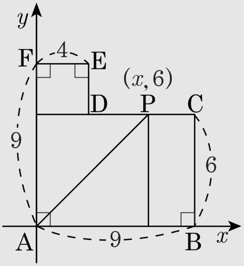
**12.** 아래 그림과 같은 도형 ABCDEF가 있다. 변 CD 위에 한 점 P를 잡아 선분 AP를 그었더니 선분 AP에 의해 도형의 넓이가 이등분되었다. 이 때, 선분 AP의 길이를 구하면?




① $\sqrt{83}$　　② $\sqrt{84}$　　③ $\sqrt{85}$　　④ $\sqrt{86}$　　⑤ $\sqrt{87}$

**해설**

그림과 같이 좌표평면 위에서 변 AB가 $x$축,
점 A가 원점이 되도록 하고, $\mathrm{P}(x,\ 6)$이라고 하면
$\overline{\mathrm{PC}} = 9 - x$이다.
이 때, 도형 ABCDEF의 넓이는 66이므로
사다리꼴 ABCP의 넓이는 33이다.




$\dfrac{1}{2} \times 6 \times \{9 + (9 - x)\} = 33$에서 $x = 7$이다.

$\therefore \overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{(7-0)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{85}$

**13.** $x, y$에 관한 이차방정식 $2x^2-3xy+ay^2-2x+9y+b=0$이 직교하는 두 직선의 곱을 나타낼 때, $ab$를 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

준식이 나타내는 두 직선을

$px+qy+r=0 \cdots$ ㉠,

$p'x+q'y+r'=0 \cdots$ ㉡이라 하자.

㉠과 ㉡은 서로 직교하므로

$pp'+qq'=0$이다.

(준식)$=(px+qy+r)(p'x+q'y+r')=0$의

전개식에서 $x^2$의 계수와 $y^2$의 계수의 합은

$pp'+qq'$이므로 $a+2=pp'+qq'=0$

$\therefore\ a=-2$

$a=-2$를 준식에 대입하여 정리하면

(준식)

$=2x^2-(3y+2)x+(-2y^2+9y+b)=0 \cdots$ ㉢

㉢이 두 직선의 곱을 나타내므로

㉢의 판별식 $D_1=(3y+2)^2-8(-2y^2+9y+b)$

$=25y^2-60y+(4-8b) \cdots$ ㉣이 완전제곱식이다.

따라서 ㉣의 판별식 $\frac{D_2}{4}$는 0이다.

$\frac{D_2}{4}=30^2-25(4-8b)=0$

$\therefore\ b=-4$

$\therefore\ ab=(-2)\cdot(-4)=8$

**14.** 점 $(1,\ 0)$을 지나고 직선 $x+\sqrt{2}y+3=0$에 수직인 직선의 $y$절편은?

① $-\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ $-1$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

직선 $x+\sqrt{2}y+3=0$의 기울기가 $-\frac{1}{\sqrt{2}}$이므로

구하는 직선의 기울기는 $\sqrt{2}$이다.

따라서 구하는 직선은 $y=\sqrt{2}(x-1)$이므로

이 직선의 $y$절편은 $-\sqrt{2}$이다.

**15.** 두 점 A(2, 1), B(4, $-3$) 를 지나는 직선에 수직이고 $y$ 절편이 2 인 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① $-1$ ② $0$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

직선 $y = ax + b$ 는 두 점 A(2, 1), B(4, $-3$) 를 지나는 직선에 수직이므로,

$\frac{1-(-3)}{2-4} \cdot a = -1$ 이고, $-2a = -1$ 이다.

$\therefore\ a = \frac{1}{2}$

또, $y$ 절편이 2 이므로 $b = 2$ 이고,

따라서 $a + b = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$

**16.** 세 직선 $l : y = -\frac{1}{2}x + 4$, $m : x + 2y - 2 = 0$, $n : 2x - y + 4 = 0$ 에 대한 다음<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

ㄱ 두 직선 $l$ 과 $m$ 은 평행하다.

ㄴ 두 직선 $m$ 과 $n$ 은 수직이다.

ㄷ 두 직선 $l$ 과 $n$ 은 수직이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

$l : y = -\frac{1}{2}x + 4$

$m : x + 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 1$

$n : 2x - y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 4$

ㄱ 두 직선 $l$ 과 $m$ 은 기울기는 같고 $y$ 절편은 다르므로 평행하다. (참)

ㄴ 두 직선 $m$ 과 $n$ 의 기울기의 곱은 $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 = -1$ 이므로 수직이다. (참)

ㄷ 두 직선 $l$ 과 $n$ 의 기울기의 곱은 $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 = -1$ 이므로 수직이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

**17.** 다음 도형의 방정식이 나타내는 세 도형이 서로 만나 삼각형을 이루고, 이 삼각형이 $x$ 축에 아래쪽좌표평면에 놓이는 부분이 없을 때, $a$ 의 값의 범위를 구하면? (단,$a > 0,\ a \neq 1$ )

| |
|---|
| $y = ax, \quad y = -ax, \quad y = x + a$ |

① $a > \frac{1}{3}$ ② $a > \frac{2}{3}$ ③ $a > \frac{1}{2}$ ④ $a > 1$ ⑤ $a > \frac{3}{2}$

해설

세 직선의 방정식의 교점을 각각구하면,

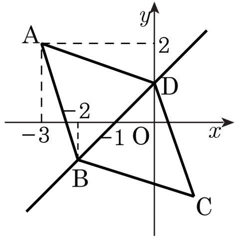
$$\Rightarrow \quad (0,0), \ \left(-\frac{a}{a+1}, \frac{a^2}{a+1}\right), \left(\frac{a}{a-1}, \frac{a^2}{a-1}\right)$$

$x$ 축 아래로 놓이는 부분이 없으려면,

교점의 $y$ 좌표가 0 보다 크거나 같아야 한다.

$a + 1 > 0, \ \ a - 1 > 0 \quad \Rightarrow \quad a > 1$

**18.** 다음 그림에서 점 B 와 점 D 를 지나는 직선의 $x$ 절편이 $-1$ 이고 $A(-3,\ 2)$ 일 때, 마름모 ABCD 의 넓이를 구하면?




▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

대각선 BD 의 중점은 $M(-1,\ 0)$, 사각형 ABCD 가 마름모이므로
$\overline{AM} \perp \overline{BD}$,
$\overline{AM}$ 의 기울기가 $-1$ 이므로
$\overline{BD}$ 의 기울기는 1,
점 B 와 점 D 의 $y$값을 $a,\ b$라 하면

$b-a=2,\ \dfrac{a+b}{2}=0$ 이므로 $a=-1,\ b=1$ 이다.

$\therefore\ D(0,\ 1)$
$\overline{AM}=2\sqrt{2},\ \overline{MD}=\sqrt{2}$ 이므로
마름모 ABCD 의 넓이는

$$4\left(\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}\right)=8$$

**19.** 두 직선 $x+y-4=0,\ 2x-y+1=0$의 교점과 점 $(2,-1)$을 지나는 직선의 방정식을 구하면 $y=ax+b$이다. $ab$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab=-28$

해설

$$\begin{cases} x+y-4=0 \\ 2x-y+1=0 \end{cases}$$ 을 연립하면

교점 : $(1,3) \Rightarrow\ (1,3),(2,-1)$을 지나는 직선

$$y=\frac{-1-3}{2-1}(x-1)+3$$

$\Rightarrow\ y=-4x+7$

$\therefore a=-4,\ b=7$

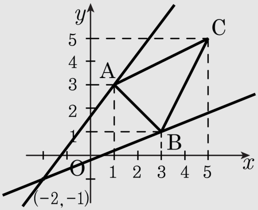
$\therefore\ ab=-28$

**20.** 세 점 $A(1,\ 3)$, $B(3,\ 1)$, $C(5,\ 5)$ 를 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 와 직선 $kx-y+2k-1=0$ 이 만난다. 상수 $k$ 의 최대값을 $M$ , 최소값을 $m$ 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $2$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

직선의 방정식 $ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$ 은
$k$ 의 값에 관계없이 항상 두 직선
$ax+by+c=0$ 과 $a'x+b'y+c'=0$
의 교점을 지난다.




그림과 같이 직선 $kx-y+2k-1=0$
즉 $y=k(x+2)-1$ 은 $k$ 의 값에 관계없이 항상 점$(-2,\ -1)$ 을 지나므로
이 직선이 $\overline{AB}$ 와 만날 때, 삼각형과 만난다.

1) 점 A 를 지날 때, $3=k(1+2)-1$, $k=\frac{4}{3}$

2) 점 B 를 지날 때, $1=k(3+2)-1$, $k=\frac{2}{5}$

따라서 $\frac{2}{5}\le k\le\frac{4}{3}$ 일 때, 주어진 직선은 삼각형과 만난다.

$$\therefore\ \frac{M}{m}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{5}}=\frac{10}{3}$$

**21.** 이차함수 $y = kx^2 + k(k+1)x + 2k^2 - 2k + 1$ 은 $k$ 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표를 $\mathrm{P}(a,\ b)$ 라 할 때 $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1$

해설

$k$에 관하여 정리하면

$(x+2)k^2 + (x^2 + x - 2)k + (1-y) = 0$

$k$에 관한 항등식이므로

$x+2=0,\ x^2+x-2=0,\ 1-y=0$

$\therefore x=-2,\ y=1$

$\therefore$ 구하는 점의 좌표는 $(-2,\ 1)$

$\therefore\ a=-2,\ b=+1$

$\therefore\ a+b=-1$

**22.** 세 점 A(3, 0), B(0, 4), C(−1, 2) 에 대하여 점C 에서 직선$AB$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 3

해설

직선 AB 의 방정식은 $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$ 이다.

$\therefore\ 4x+3y-12=0$

$\therefore\ \overline{\mathrm{CH}}=\frac{|4\times(-1)+3\times2-12|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{|-4+6-12|}{\sqrt{9+16}}=\frac{10}{5}=2$

**23.** 점 $(0,\ 1)$ 에서 두 직선 $x+2y=a,\ 2x-y=2$ 에 이르는 거리가 같을 때, 양수 $a$ 의 값은?

① 5　　② 4　　③ 3　　④ 2　　⑤ 1

해설

점 $(0,\ 1)$ 에서 두직선에 이르는 거리를 각각 구한다

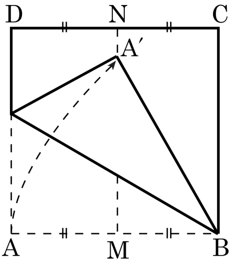
i)$x+2y-a=0 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{|2\times 1-a|}{\sqrt{1^2+2^2}}$

ii) $2x-y-2=0 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{|-1-2|}{\sqrt{2^2+1^2}}$

i) $=$ ii) 이므로 $|2-a|=3$

$\therefore\ a=5\ \ (\because\ a>0)$

**24.** 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사각형 모양의 종이를 꼭지점 A 가 선분 MN 위에 놓이도록 접었을 때, 점 A 가 선분 MN 과 만나는 점을 A′ 이라 하자. 이 때, 점 A 와 직선 A′B 사이의 거리는? (단, M 은 선분 AB 의 중점, N 은선분 CD 의 중점이다.)




① $\sqrt{2}$　② $\frac{3}{2}$　③ $\sqrt{3}$

④ $2$　⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

해설

정사각형 ABCD 를 좌표평면 위에 놓자.
점 M 을 원점으로 하고 직선 AB 를 $x$ 축 위에 잡으면

$\overline{AM} = \overline{MB} = 1$ 이므로

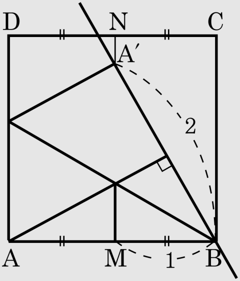
$A(-1,\ 0),\ B(1,\ 0)$

$\overline{A'B} = \overline{AB} = 2$ , $A'(0,\ \sqrt{3})$ 이다.

직선 A′B 의 방정식은 $\sqrt{3}x + y - \sqrt{3} = 0$ 이므로,

점 A 에서 직선 A′B 사이의 거리는

$$\frac{\left|-\sqrt{3} - \sqrt{3}\right|}{\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2}} = \sqrt{3}$$



**25.** 두 직선 $2x-3y+3=0$, $2x-3y-10=0$사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{13}}{13}$ ② $1$ ③ $\sqrt{13}$

④ $13$ ⑤ $13\sqrt{13}$

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선 위의 임의의 점에서 다른 직선에 이르는 거리는 항상 일정하다.

$2x-3y+3=0$ 위의 임의의 한 점 $(0,\ 1)$에서 직선 $2x-3y-10=0$에 이르는 거리는

$$\frac{|-3-10|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$$

**26.** 서로 평행한 두 직선 $3x-y+5=0,\ 3x-y-5=0$사이의 거리는?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{10}$

해설

서로 평행한 두 직선
$3x-y+5=0,\ 3x-y-5=0$사이의 거리는
직선 $3x-y+5=0$ 위의 점 $(0,5)$ 와
직선 $3x-y-5=0$ 사이의 거리와 같으므로
구하는 거리는

$$\frac{|0-5-5|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{10}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$$

**27.** 직선 $3x-4y=0$ 과 평행이고, 점 $(2,\ 1)$ 에서의 거리가 $1$ 인 직선의 $y$ 절편은?(단, $y$ 절편은 양수)

① $\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right)$ ② $\left(0,\ \dfrac{3}{4}\right)$ ③ $(0,\ 1)$

④ $\left(0,\ \dfrac{4}{3}\right)$ ⑤ $(0,\ 3)$

해설

직선 $3x-4y=0$ 과 평행한 직선을 $3x-4y+k=0$ 이라 놓으면

$\dfrac{|3\times 2-4\times 1+k|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$ , $|2+k|=5$ $\therefore$ $k=3$ ($\because$ $y$ 절편은 양수)

따라서 직선 $3x-4y+3=0$ 의 $y$ 절편은 $\left(0,\ \dfrac{3}{4}\right)$

**28.** 좌표평면에서 원점과 직선 $x+y-2+k(x-y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, $k$ 는 실수)

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

준식을 변형하면 $(1+k)x+(1-k)y-2=0$ 이므로

$$f(k)=\frac{|-2|}{\sqrt{(1+k)^2+(1-k)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{k^2+1}}$$

따라서, $k=0$ 일 때 $f(k)$ 의 최댓값은 $\sqrt{2}$

**29.** 세 직선 $2x-y-4=0$ , $3x-4y+9=0$, $4x+3y+12=0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

① 10　② 15　③ 20　④ 25　⑤ 30

해설

$2x-y-4=0$ ······ ㉠

$3x-4y+9=0$ ······ ㉡

$4x+3y+12=0$ ······ ㉢

㉠,㉡을 연립하여 풀면 $x=5,\ y=6$

㉠,㉢을 연립하여 풀면 $x=0,\ y=-4$

㉡,㉢을 연립하여 풀면 $x=-3,\ y=0$

세 직선 $2x-y-4=0$ , $3x-4y+9=0$ , $4x+3y+12=0$ 으로 이루어지는

삼각형은 세 점 $A(5,\ 6)$, $B(0,-4)$ , $C(-3,0)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 이다.

따라서 점 $(5,\ 6)$ 과 직선 $4x+3y+12=0$

사이의 거리는 $\frac{|4\times5+3\times6+12|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{|50|}{5}=10$

또, $\overline{BC}=\sqrt{(-3-0)^2+(0+4)^2}=5$

따라서 $\triangle$ABC 의 넓이는

$\frac{1}{2}\times5\times10=25$

**30.** 두 직선 $2x-y-1=0$ , $x+2y-1=0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식 중에서 기울기가 양수인 것은?

① $y=x$　　② $y=\frac{1}{2}x$　　③ $y=\frac{1}{3}x$

④ $y=\frac{1}{4}x$　　⑤ $y=\frac{1}{5}x$

**해설**

P$(x,\ y)$ 라 하면,

( i ) $2x-y-1=0$ 까지의 거리 $d_1$ 은

$$d_1=\frac{|2x-y-1|}{\sqrt{4+1}}$$

( ii ) $x+2y-1=0$ 까지의 거리 $d_2$ 는

$$d_2=\frac{|x+2y-1|}{\sqrt{1+4}}$$

$d_1=d_2$ 이므로 $|2x-y-1|=|x+2y-1|$

$\therefore\ 2x-y-1=\pm(x+2y-1)$

즉, $x-3y=0$ , $3x+y-2=0$

그런데 기울기가 양수이므로 $x-3y=0$

$\therefore\ y=\frac{1}{3}x$

**31.** 정점 A(1, 2)와 직선 $3x-4y-5=0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $3x+4y=0$　　② $x-2y+5=0$　　③ $3x-4y=0$

④ $x+2y+5=0$　　⑤ $x-2y-5=0$

해설

$3x-4y-5=0$ 위의 임의의 점을 P$(a,\ b)$라 하면

$3a-4b-5=0\cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AP}}$의 중점을 $(X,\ Y)$라 하면

$$X=\frac{1+a}{2},\ Y=\frac{2+b}{2}$$

$\therefore a=2X-1,\ b=2Y-2$

이것을 ㉠에 대입하면

$3(2X-1)-4(2Y-2)-5=0$

$\therefore 6X-8Y=0$

$\therefore 3x-4y=0$

**32.** 점 A$(6,\ 2)$와 직선 $x+2y-2=0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{\mathrm{AP}}$를 $1:3$으로 내분하는 점의 자취는?

① $x-2y-8=0$ ② $x+2y-8=0$ ③ $x-2y+8=0$

④ $x+2y+8=0$ ⑤ $x-2y=0$

해설

P $(a,\ b)$라 하면 $a+2b-2=0 \cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AP}}$의 $1:3$ 내분점을 Q $(x,\ y)$라 하면

$$\mathrm{Q}(x,\ y)=\left(\frac{a+18}{1+3},\frac{b+6}{1+3}\right)$$

$$x=\frac{a+18}{1+3}\ ,\ y=\frac{b+6}{1+3}$$

$a=4x-18$ , $b=4y-6$

㉠에 대입하면,

$4x-18+2(4y-6)-2=0 \Rightarrow x+2y-8=0$

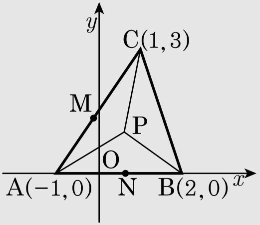
**33.** 좌표평면 위에 세 점 $A(-1,0)$, $B(2,0)$, $C(1,3)$ 이 있다. $\triangle ABC$ 의 내부의 점 P가 $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 인 관계를 만족시키면서 움직인다. 점 P가 그리는 도형의 길이는?

① $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $2$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

점 P가 $\triangle ABC$ 의 내부의 점이고

$\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 이므로




$\therefore \ \triangle BPC = \dfrac{1}{2}\triangle ABC$

점 P는 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 의 중점 M, N 을 잇는 선분 위에 있다.

그런데 $M\left(0,\ \dfrac{3}{2}\right)$, $N\left(\dfrac{1}{2},\ 0\right)$

점 P의 자취 $\overline{MN} = \sqrt{\dfrac{1}{4}+\dfrac{9}{4}} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$