

1. 점 A(2, 1)를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 점이 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$(2 - 1, 1 + 4) = (a, b)$ 따라서 $a + b = 6$

2. 점 $(3, 5)$ 가 평행이동에 의해서 점 $(-4, 6)$ 으로 옮겨질 때, 점 $(0, 0)$ 은 이 평행이동에 의해서 어느 점으로 이동하는가?

① $(-7, -1)$

② $(-7, 1)$

③ $(7, -1)$

④ $(7, 1)$

⑤ $(7, 7)$

해설

주어진 평행이동은 x 축의 방향으로 -7 , y 축의 방향으로 $+1$ 만큼 평행이동 하는 변환이므로 $(0-7, 0+1) = (-7, 1)$ 로 이동하게 된다.

3. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의하여 점(3, 5)가 점(8, 20)으로 이동했다고 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

점(3, 5)가 점(8, 20)으로 이동하려면 x 축 방향으로 +5, y 축 방향으로 +15만큼 평행이동 해야 한다. 따라서 $a = 5$, $b = 15$

4. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x - 2, y + 1)$ 에 의하여 직선 $2x + y + 5 = 0$ 이 이동한 직선의 방정식을 구하면?

① $2x + y + 1 = 0$ ② $2x + y + 2 = 0$ ③ $2x + y + 6 = 0$

④ $2x + y + 8 = 0$ ⑤ $2x + y + 9 = 0$

해설

$x' = x - 2$, $y' = y + 1$ 이라 하자.

x, y 를 원래 식에 대입하면,

$$2(x' + 2) + (y' - 1) + 5 = 0$$

$$\Rightarrow 2x' + y' + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 2x + y + 8 = 0$$

5. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의하여 점 $(1, 2)$ 는 점 $(-1, 3)$ 으로 옮겨진다. 이 때, 평행이동 f 에 의하여 원 $x^2+y^2+2x-2y+1=0$ 이 옮겨진 원의 중심의 좌표는?

① $(1, -2)$

② $(-3, 2)$

③ $(2, -1)$

④ $(-1, 2)$

⑤ $(2, -3)$

해설

평행이동 f 는 x 축의 방향으로 -2 ,
 y 축의 방향으로 $+1$ 만큼
평행이동 하는 변환이다.
 $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$ 의 중심은
 $(-1, 1)$ 이므로 평행이동 f 에 의하여
 $(-1 - 2, 1 + 1) = (-3, 2)$ 로 이동한다.

6. 점 $(1, 2)$ 를 점 (a, b) 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x+2y-1=0$ 은 직선 $x+2y-4=0$ 으로 이동하였다. 이때, $a+2b$ 의 값을 구하면?

- ① 2
- ② 6
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동했다고 하면,
 $(x-m)+2(y-n)-1=0$, $x+2y-m-2n-1=0$ 을
 $x+2y-4=0$ 과 비교해 보면,
 $-m-2n=-3 \cdots \textcircled{1}$
점 $(1, 2)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동 시키면,
 $(1+m, 2+n)$
 $\Rightarrow 1+m=a, 2+n=b$
 $\Rightarrow a+2b=m+1+4+2n=8$
($\because \textcircled{1}$ 에서 $m+2n=3$)

7. 직선 $x - 2y + 3 = 0$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 처음 직선과 일치하였다. 이때, $\frac{2mn}{m^2 + n^2}$ 의 값은? (단, $mn \neq 0$)

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

해설

직선 $x - 2y + 3 = 0$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼,
 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 직선의 방정식은
 $(x - m) - 2(y - n) + 3 = 0$
즉, $x - 2y - m + 2n + 3 = 0$
이것이 직선 $x - 2y + 3 = 0$ 과 일치하므로
 $-m + 2n + 3 = 3$ 에서 $m = 2n$
 $\therefore \frac{2mn}{m^2 + n^2} = \frac{4n^2}{4n^2 + n^2} = \frac{4n^2}{5n^2} = \frac{4}{5}$

8. 직선 $y = 3x$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동 한 직선이 원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접할 때, a^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

x 축 방향으로 a 만큼 평행 이동시킨 직선

$$: y = 3(x - a) \Rightarrow 3x - y - 3a = 0$$

원에 접하므로 중심과 직선 사이의 거리는 반지름의 길이와 같다.

$$\frac{|-3a|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = 3$$

$$a = \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore a^2 = 10$$

9. 다음 도형 중 y 축에 대하여 대칭인 도형의 방정식은?

① $(x-1)^2 + y^2 = 9$

② $2x^2 - y - 5 = 0$

③ $2x - 3y + 1 = 0$

④ $x - 2y + 2 = 0$

⑤ $3(x+1)^2 + 2y - 1 = 0$

해설

y 축에 대해 대칭이면 $f(x) = f(-x)$ 이므로
 x 에 $-x$ 를 넣어도 식에 변화가 없다.

$\Rightarrow$ ② : $2x^2 - y - 5 = 0$

10. $y = x + 3$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후, 다시 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

- ① $y = -x + 3$ ② $y = x - 3$ ③ $y = -x - 3$
④ $y = 3x + 1$ ⑤ $y = 3x + 3$

해설

x 축대칭은 y 의 부호를 반대로, 원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.

11. 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 위의 점 $P(a, b)$ 를 x 축, y 축에 대하여 각각 대칭이동한 점들 P_1, P_2 라 하자. $\triangle PP_1P_2$ 의 넓이가 4 일 때, 두 양수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

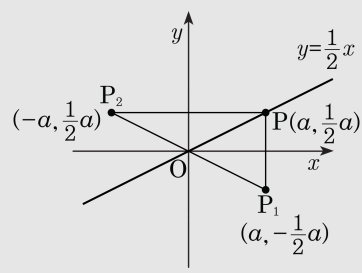
② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설



점 $P(a, b)$ 가 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 위의 점이므로 $P\left(a, \frac{1}{2}a\right)$, x 축 대칭

$$\therefore P_1\left(a, -\frac{1}{2}a\right), y\text{축 대칭} : P_2\left(-a, \frac{1}{2}a\right)$$

$\triangle PP_1P_2$ 는 $\angle P_1PP_2 = 90^\circ$ 인 직각삼각형으로 넓이는 $\overline{PP_1} \times \overline{PP_2} \times \frac{1}{2}$ 이다.

$$\overline{PP_1} = a, \overline{PP_2} = 2a$$
$$\therefore a \times 2a \times \frac{1}{2} = 4$$
$$a = \pm 2$$
$$a > 0 \Rightarrow \text{므로 } a = 2, b = \frac{1}{2}a = 1$$
$$\therefore a + b = 3$$

12. 직선 $y = -3x + 2$ 을 다음과 같이 대칭 이동 할 때, 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ (x 축) : $y = 3x - 2$

㉡ (y 축) : $y = -3x - 2$

㉢ (원점) : $y = 3x + 2$

㉣ ($y = x$) : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

㉤ ($y = -x$) : $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

해설

㉠ x 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3x + 2$

$\rightarrow y = 3x - 2$ (O)

㉡ y 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow y = -3(-x) + 2$

$\rightarrow y = 3x + 2$ (X)

㉢ 원점 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3(-x) + 2$

$\rightarrow y = -3x - 2$ (X)

㉣ $y = x$: $y = -3x + 2 \rightarrow x = -3y + 2$

$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ (O)

㉤ $y = -x$: $y = -3x + 2 \rightarrow (-x) = -3(-y) + 2$

$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ (X)

13. 다음은 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = x$ 에 대해 대칭인 점 Q 의 좌표 (x, y) 를 구하는 과정이다.

에 알맞은 말을 차례대로 써 넣어라.

(1) $\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{x+a}{2}, \frac{y+b}{2}\right)$ 은 직선
위에 있으므로 $\frac{y+b}{2} = \frac{x+a}{2}$
 $\therefore x - y = b - a \cdots \textcircled{1}$
(2) 직선 PQ 는 직선 $y = x$ 에 수직이므로
 $\frac{y-b}{x-a} = \text{$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 x, y 를 구하면
 $x = \text{$, $y = \text{$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

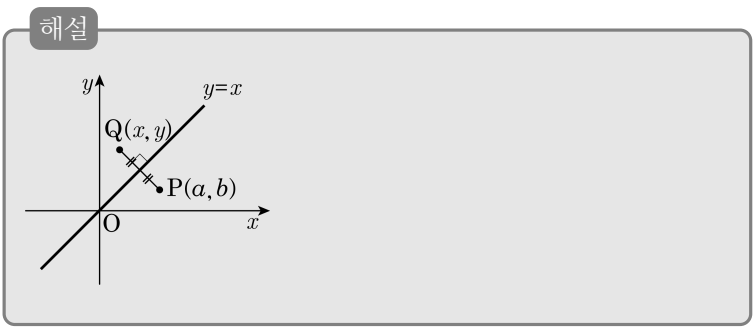
▶ 답 :

▷ 정답 : $y = x$

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : b

▷ 정답 : a



14. 점 $(-1, 2)$ 를 원점에 대해 대칭 이동시킨 후, 다시 x 축 방향으로 a 만큼 평행 이동시켰다. 그 후 다시 x 축에 대하여 대칭 이동시킨 후, $y = x$ 에 대해 대칭이동 시켰더니 $(b, 1)$ 이 되었다. 이 때, 상수 $a + b$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(-1, 2)$ 을 원점대칭이동 $\rightarrow (1, -2)$
 x 축 방향으로 a 만큼 평행이동 $\rightarrow (1+a, -2)$
 x 축에 대해 대칭이동 $\rightarrow (1+a, 2)$
 $y = x$ 에 대해 대칭이동 $\rightarrow (2, 1+a)$
따라서 $b = 2, 1+a = 1, a = 0$ 이므로 $a + b = 2$

15. 대칭이동에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- I. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 원점에 대하여 대칭이동시킨 도형의 방정식은 $f(-x, -y) = 0$ 이다.
- II. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동시킨 도형의 방정식은 $f(x - 2a, y) = 0$ 이다.
- III. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 y 축에 대하여 대칭이동시킨 도형은 원점에 대하여 대칭이동시킨 도형과 일치한다.
- IV. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 원점에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 도형은 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동시킨 도형과 일치한다.

- ①

I, III, IV
- ②

I, IV
- ③

II, III, IV
- ④

III, IV
- ⑤

I, II, III, IV

해설

- I. $f(x, y) = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동
 $\Rightarrow f(-x, -y) = 0$
- II. $f(x, y) = 0$ 을 $x = a$ 에 대하여 대칭이동
 $\Rightarrow f(2a - x, y) = 0$
- III. $f(x, y) = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동
 $\Rightarrow f(x, -y) = 0$
 $f(x, -y) = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동
 $\Rightarrow f(-x, -y) = 0$
 $f(x, y) = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동
 $\Rightarrow f(-x, -y) = 0$
- IV. $f(x, y) = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동
 $\Rightarrow f(-x, -y) = 0$
 $f(x, y) = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동
 $\Rightarrow f(-y, -x) = 0$
 $f(x, y) = 0$ 을 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동
 $\Rightarrow f(-y, -x) = 0$
- 이로부터 옳은 것은 I, III, IV이다.

16. 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 일 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여
대칭이동한 원의 방정식은
 $x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$
이 때, 이 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고
반지름의 길이가 2 이므로
 $x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$
 $\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$
 $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$
 $\therefore a = 2, b = -6, c = 6$
따라서, 구하는 a, b, c 의 값의 합은
 $2 + (-6) + 6 = 2$

17. 두 점 A (1, 2), B (7, 10) 을 지름의 양 끝으로 하는 원 C_1 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원을 C_2 라고 하자. 두 $C(0, -3)$, $D(a, b)$ 가 원 C_2 의 지름의 양 끝일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -3
- ② -1
- ③ 1
- ④ 3
- ⑤ 5

해설

원 C_1 의 중심은 선분 AB 의 중점과 같으므로
이 원의 중심의 좌표는 $\left(\frac{1+7}{2}, \frac{2+10}{2}\right)$, 즉, (4, 6)
한 편, 원 C_2 의 중심은 원 C_1 의 중심을
 x 축에 대하여 대칭이동한 점이므로 그 좌표는
(4, -6) 이다.
이 때, 선분 CD 의 중점이 원 C_2 의 중심과
같으므로 $\left(\frac{0+a}{2}, \frac{-3+b}{2}\right)$ 는 (4, -6) 과 같다.
따라서, $\frac{0+a}{2} = 4$ 에서 $a = 8$
 $\frac{-3+b}{2} = -6$ 에서 $b = -9$
 $\therefore a + b = -1$

18. 원 $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 40 = 0$ 을 직선 $3x + ay + 6 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $(x + 1)^2 + (y - 8)^2 = 1$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 + y^2 - 10x - 8y + 40 = 0$ 을 표준형으로 나타내면

$$(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①은 원 $(x + 1)^2 + (y - 8)^2 = 1$ 과

직선 $3x + ay + 6 = 0$ 에 대하여 대칭이므로

두 원의 중심 $(5, 4)$, $(-1, 8)$ 을 이은 선분의

중점이 직선 $3x + ay + 6 = 0$ 위에 있다.

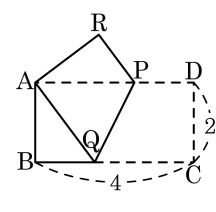
두 점 $(5, 4)$, $(-1, 8)$ 을 이은 선분의 중점은

$$\left(\frac{5 + (-1)}{2}, \frac{4 + 8}{2} \right), \text{ 즉 } (2, 6) \text{ 이므로}$$

$$3 \cdot 2 + a \cdot 6 + 6 = 0$$

$$\therefore a = -2$$

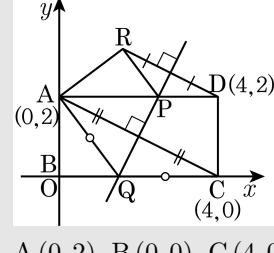
19. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 4, 2인 직사각형 모양의 종이 ABCD를 접어서 대각선의 양 끝점 A와 C가 겹쳐지도록 하였다. 이 때, 선분 BR의 길이를 구하면?



- ① $8\sqrt{5}$ ② $\frac{8\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$
 ④ $\frac{8\sqrt{5}}{7}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{9}$

해설

다음 그림과 같이 점 B가 원점이 되도록 직사각형 ABCD를 좌표평면 위에 나타내면



$A(0,2), B(0,0), C(4,0), D(4,2)$

이 때, 두 점 A, C와 두 점 D, R는 각각 직선 PQ에 대하여 대칭이다.

따라서 직선 PQ는 직선 AC와 수직이고,

직선 AC의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이므로

직선 PQ의 기울기는 2이다.

또한, 직선 PQ는 선분 AC의 중점 $(2,1)$ 을 지난다.

따라서, 직선 PQ의 방정식은 $y-1=2(x-2)$,

즉 $y=2x-3$

결국 점 $D(4,2)$ 를 직선 $y=2x-3$ 에 대하여

대칭이동한 점이 R이다.

이 때, $R(a,b)$ 라고 하면

직선 DR과 직선 $y=2x-3$ 이 수직이므로

$$\frac{b-2}{a-4} \cdot 2 = -1$$

$$\therefore a+2b=8 \dots\dots \textcircled{1}$$

또한, 선분 DR의 중점 $\left(\frac{a+4}{2}, \frac{b+2}{2}\right)$ 는

직선 $y=2x-3$ 위에 있으므로

$$\frac{b+2}{2} = 2 \cdot \frac{a+4}{2} - 3$$

$$\therefore 2a-b=0 \dots\dots \textcircled{2}$$

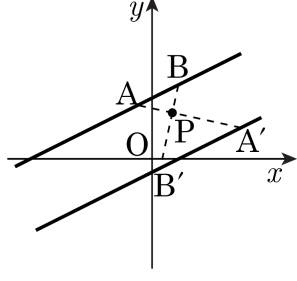
①, ②을 연립하여 풀면

$$a=\frac{8}{5}, b=\frac{16}{5}$$

$$\therefore R\left(\frac{8}{5}, \frac{16}{5}\right)$$

$$\therefore \overline{BR} = \sqrt{\left(\frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{64}{25} + \frac{256}{25}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

20. 좌표평면 위의 점 P에 대한 두 점 A, B의 대칭점은 각각 A', B'이고, 직선 AB의 방정식은 $x - 2y + 4 = 0$ 이라 한다. 점 A'의 좌표가 (3, 1), 직선 A'B'의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?



- ① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

두 점 A', B'은 점 P에 대한 두 점 A, B의 대칭점이므로, 직선 A'B'은 직선 AB의 점대칭도형이다

$\triangle APB \equiv \triangle A'PB'$ 에서

$\angle ABP = \angle A'B'P$ (엇각)이므로

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{A'B'}$ 이다.

따라서 직선 A'B'의 기울기는 직선 AB의 기울기인 $\frac{1}{2}$ 과 같다.

또한, 직선 A'B'은 A'(3, 1)을 지나므로

직선 A'B'의 방정식은

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

따라서 $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$ 이다.

$$\therefore ab = -\frac{1}{4}$$

21. 원 $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$ 을 한 직선 l 에 대하여 대칭이동하면 자기 자신이 된다고 할 때, 다음 중 직선 l 로 알맞은 것은?

① $y = 2x + 3$

② $y = -2x + 1$

③ $y = x + 3$

④ $y = -x + 2$

⑤ $y = 3x - 2$

해설

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$$

이 원이 직선 l 에 대하여 대칭이어야 하므로

직선 l 이 원의 중심 $(3, -1)$ 을 지나야 한다.

보기의 직선 중 $(3, -1)$ 을 지나는 것은 ④ 뿐이다.

22. 직선 $2x + ay + b = 0$ 에 대하여 점 A (3, 2) 와 대칭인 점을 B (-1, 0) 이라고 할 때, 상수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 점 A (3, 2) , B (-1, 0) 에 대하여
 $\overline{AB}$ 의 중점 (1, 1) 이
직선 $2x + ay + b = 0$ 위에 있으므로
 $2 + a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$
직선 AB 와 직선 $2x + ay + b = 0$,
즉 $y = -\frac{2}{a}x - \frac{b}{a}$ 가 수직이므로
$$\frac{2-0}{3-(-1)} = \frac{a}{2}$$
$$\therefore a = 1$$
이 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = -3$
$$\therefore ab = -3$$

23. 직선 $y = 2x + 5$ 를 직선 $y = -1$ 에 대하여 대칭이동한 다음 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

- ① $y = 2x - 19$ ② $y = 8x + 12$ ③ $y = 3x - 1$
④ $y = -4x - 5$ ⑤ $y = -x + 10$

해설

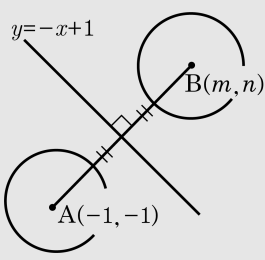
직선 $y = 2x + 5$ 를 직선 $y = -1$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은
 y 대신 $2 \cdot (-1) - y$ 를 대입하면 $-2 - y = 2x + 5$,
즉 $y = -2x - 7$
이것을 다시 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭이동한
도형의 방정식은
 x 대신 $2 \cdot 3 - x$ 를 대입하면 $y = -2(6 - x) - 7$
 $\therefore y = 2x - 19$

24. 원 $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$ 을 직선 $y = -x + 1$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① -3
- ② -1
- ③ 0
- ④ 3
- ⑤ 5

해설

원 $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$ 을 직선 $y = -x + 1$ 에 대하여 대칭이동한 도형은 반지름의 길이가 1 인 원이다.
이때, 옮기기 전의 원의 중심을 $A(-1, -1)$, 옮긴 후의 원의 중심을 $B(m, n)$ 이라고 하면
선분 AB 는 직선 $y = -x + 1$ 과 수직이므로
 $\frac{n+1}{m+1} \cdot (-1) = -1$ 에서
 $m = n \cdots \cdots \textcircled{1}$
또한, 선분 AB 의 중점 $\left(\frac{m-1}{2}, \frac{n-1}{2}\right)$ 은 직선 $y = -x + 1$ 위에 있으므로
 $\frac{n-1}{2} = -\frac{m-1}{2} + 1$ 에서
 $m + n = 4 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면
 $m = 2, n = 2$
따라서, 대칭이동하여 옮겨진 원은 중심이 $(2, 2)$ 이고 반지름의 길이가 1 이므로 그 방정식은
 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$
즉, $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$
 $\therefore a = -4, b = -4, c = 7$
 $\therefore a + b + c = -1$



25. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 직선 $y = -x + 2$ 에 관하여 대칭이동한 식에서 중심의 좌표는?

① (1, 1) ② (1, 2) ③ (2, 1) ④ (2, 2) ⑤ (2, 3)

해설

원 중심 $O(0, 0)$ 을 $y = -x + 2$ 에 대해 대칭이동 하면 된다. 대칭 이동점을 $O'(a, b)$ 라 하면, $\overline{OO'}$ 은 $y = -x + 2$ 에 수직하고, $\overline{OO'}$ 의 중점은 $y = -x + 2$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = 1 \quad \cdots \textcircled{1},$$

$$\frac{b}{2} = -\frac{a}{2} + 2 \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면, $a = 2, b = 2$

$\therefore$ 중심좌표 : (2, 2)

26. 점 $(2, 1)$ 에 대하여 점 (a, b) 와 대칭인 점의 좌표를 (α, β) 라 한다.
점 (a, b) 가 직선 $y = 2x + 1$ 위를 움직이면 점 (α, β) 가 움직이는
도형은?

① $y = x - 7$

② $y = x + 7$

③ $y = 2x + 7$

④ $y = 2x - 7$

⑤ $y = 3x + 7$

해설

점 $(2, 1)$ 에 대하여 점 (a, b) 와 대칭인

점이 (α, β) 이므로 $\frac{a+\alpha}{2} = 2$

$$\therefore a = 4 - \alpha$$

$$\frac{b+\beta}{2} = 1$$

$$\therefore b = 2 - \beta$$

한편 점 (a, b) 가

직선 $y = 2x + 1$ 위를 움직이므로

$b = 2a + 1$ 이고 $a = 4 - \alpha$ $b = 2 - \beta$ 를 대입하여 정리하면

$$\beta = 2\alpha - 7$$

$$\therefore y = 2x - 7$$

27. 좌표평면 위의 원 $x^2 + y^2 = 8$ 을 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭이동시켰더니 원 $x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$ 이 되었다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 13
- ② 14
- ③ 15
- ④ 16
- ⑤ 17

해설

중심을 대칭이동했다고 보면 된다. 구하려는 중심을 (a, b) 라 하면,
 $x^2 + y^2 = 8$ 의 중심 $(0, 0)$ 과 $x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$ 의 중심인 $(4, 2)$ 의 중점은 $y = ax + b$ 위를 지나고,
두 점을 이은 직선과 $y = ax + b$ 는 수직이다.
따라서 중점인 $(2, 1)$ 를 $y = ax + b$ 에 대입하면 $1 = 2a + b$.
수직조건은 기울기의 곱이 -1 이므로
 $y = ax + b$ 의 기울기가 a 이므로
두 중심을 지나는 기울기는 $\frac{1}{2}$,
따라서 $a = -2, b = 5$, 그리고 원의 반지름은 같으므로 $20 - c = 8$.
 $c = 12$

28. 점(3, 4)를 직선 $x - y + 2 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 구하면?

- ① (1, 5)
- ② (2, 5)
- ③ (3, 5)
- ④ (4, 5)
- ⑤ (6, 5)

해설

구하려는 점을 (a, b) 라 하면, $(3, 4)$ 와 (a, b) 의 중점은 $x - y + 2 = 0$ 위를 지나고, 두 점을 이은 직선과 $x - y + 2 = 0$ 은 수직이다.

따라서 중점인 $\left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+4}{2}\right)$ 를 $x - y + 2 = 0$ 에 대입하면

$$a - b = -3 \cdots \textcircled{1}$$

수직조건은 기울기의 곱이 -1 이므로 $x - y + 2 = 0$ 의 기울기가 1 일때 두점을 지나는 기울기는 -1 이다.

$$\frac{b-4}{a-3} = -1, a + b = 7 \cdots \textcircled{2}$$

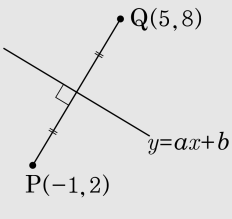
따라서 ①, ②를 연립하면 $a = 2, b = 5$

29. 두 점 $P(-1, 2)$, $Q(5, 8)$ 이 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값은?

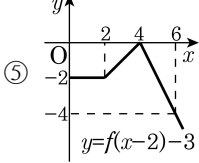
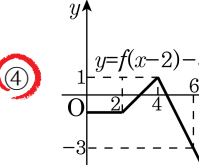
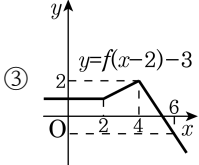
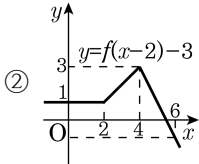
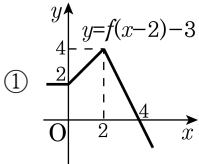
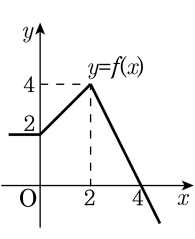
- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

$\overline{PQ}$ 의 중점이 $y = ax + b$ 위에 있으므로,
 $\overline{PQ}$ 의 중점 :
 $\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{2+8}{2}\right) = (2, 5)$
 $\therefore 5 = 2a + b$
 $\overline{PQ}$ 기울기 : $\frac{2-8}{-1-5} = 1$
 $\therefore a = -1$
위 식에 대입하면 : $b = 7$
 $\therefore a + b = -1 + 7 = 6$

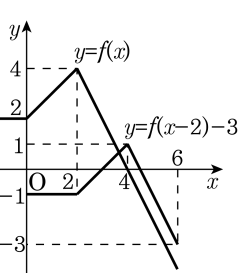


30. 방정식 $y = f(x)$ 가 나타내는 도형이 오른쪽 그림과 같을 때, 방정식 $y = f(x-2)-3$ 이 나타내는 도형을 좌표평면 위에 바르게 나타낸 것은?

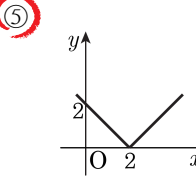
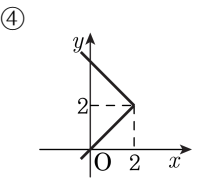
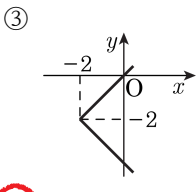
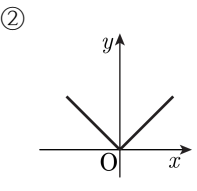
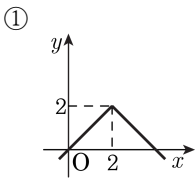
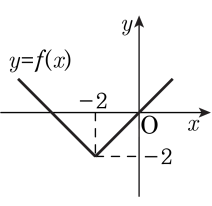


해설

$y = f(x-2) - 3 \Leftrightarrow y + 3 = f(x-2)$
 이므로 구하는 그래프는
 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이다.
 따라서, 구하는 그래프는 다음 그림과 같다.



31. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



해설

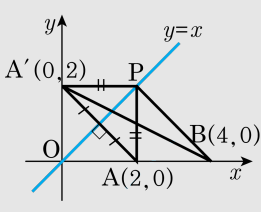
$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를 y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2만큼 평행 이동 한 것이다.

32. x 축 위의 두 점 $A(2, 0), B(4, 0)$ 과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① 2
- ② $2\sqrt{2}$
- ③ $2\sqrt{3}$
- ④ 4
- ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 $A(2, 0)$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면 $A'(0, 2)$ 이때, 다음 그림에서 $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 또, $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이므로 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $\overline{A'B} = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$



33. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 8x + 8y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = \frac{1}{5}$

② $x^2 + y^2 = 3$

③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 16$

④ $(x + 1)^2 + y^2 = 4$

⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{3}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면

반지름의 길이가 같아야 한다.

$$x^2 + y^2 + 8x + 8y + 16 = 0 \text{ 에서 } (x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$$

따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은

반지름의 길이가 4인 ③이다.