1. 점 A(2, 1)를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 점이 $(a,\ b)$일 때, $a+b$의 값은?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

해설

$(2-1,\ \ 1+4)=(a,\ b)$ 따라서 $a+b=6$

2. 점 $(3,\ 5)$가 평행이동에 의해서 점 $(-4,\ 6)$으로 옮겨질 때, 점 $(0,\ 0)$은 이 평행이동에 의해서 어느 점으로 이동하는가?

① $(-7,\ -1)$ ② $(-7,\ 1)$ ③ $(7,\ -1)$

④ $(7,\ 1)$ ⑤ $(7,\ 7)$

해설

주어진 평행이동은 x축의 방향으로 -7, y축의 방향으로 $+1$만큼 평행이동 하는 변환이므로 $(0-7,\ 0+1)=(-7,\ 1)$로 이동하게 된다.

3. 평행이동 $(x,\ y) \to (x+a,\ y+b)$에 의하여 점$(3,\ 5)$가 점$(8,\ 20)$으로 이동했다고 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

해설

점$(3,\ 5)$가 점$(8,\ 20)$으로 이동하려면 x축 방향으로 $+5$, y축 방향으로 $+15$만큼 평행이동 해야 한다. 따라서 $a=5,\ b=15$

4. 평행이동 $f:(x,y)\to(x-2,y+1)$ 에 의하여 직선 $2x+y+5=0$ 이 이동한 직선의 방정식을 구하면?

① $2x+y+1=0$ ② $2x+y+2=0$ ③ $2x+y+6=0$

④ $2x+y+8=0$ ⑤ $2x+y+9=0$

해설

$x'=x-2,\quad y'=y+1$ 이라 하자.

x,y 를 원래 식에 대입하면,

$2(x'+2)+(y'-1)+5=0$

$\Rightarrow\quad 2x'+y'+8=0$

$\Rightarrow\quad 2x+y+8=0$

5. 평행이동 f : $(x,\ y) \rightarrow (x+a,\ y+b)$에 의하여 점 $(1,\ 2)$는 점 $(-1,\ 3)$으로 옮겨진다. 이 때, 평행이동 f에 의하여 원 $x^2+y^2+2x-2y+1=0$이 옮겨진 원의 중심의 좌표는?

① $(1, -2)$ ② $(-3,\ 2)$ ③ $(2, -1)$

④ $(-1,\ 2)$ ⑤ $(2, -3)$

해설

평행이동 f는 x축의 방향으로 -2,
y축의 방향으로 $+1$만큼
평행이동 하는 변환이다.
$x^2+y^2+2x-2y+1=0$의 중심은
$(-1,\ 1)$이므로 평행이동 f에 의하여
$(-1-2,\ 1+1)=(-3,\ 2)$로 이동한다.

6. 점 $(1,\ 2)$ 를 점 $(a,\ b)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x+2y-1=0$ 은 직선 $x+2y-4=0$ 으로 이동하였다. 이때, $a+2b$ 의 값을 구하면?

① 2　② 6　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동했다고 하면,
$(x-m)+2(y-n)-1=0,\ x+2y-m-2n-1=0$을
$x+2y-4=0$ 과 비교해 보면,
$-m-2n=-3\ \cdots$ ㉠
점 $(1,\ 2)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동 시키면,
$(1+m,\ 2+n)$
$\Rightarrow\ 1+m=a,\ \ 2+n=b$
$\Rightarrow\ a+2b=m+1+4+2n=8$
$(\because$ ㉠에서 $m+2n=3\ )$

7. 직선 $x-2y+3=0$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 처음 직선과 일치하였다. 이때, $\frac{2mn}{m^2+n^2}$ 의 값은? (단, $mn \neq 0$)

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

해설

직선 $x-2y+3=0$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼,
y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$(x-m)-2(y-n)+3=0$
즉, $x-2y-m+2n+3=0$
이것이 직선 $x-2y+3=0$ 과 일치하므로
$-m+2n+3=3$ 에서 $m=2n$

$$\therefore \frac{2mn}{m^2+n^2}=\frac{4n^2}{4n^2+n^2}=\frac{4n^2}{5n^2}=\frac{4}{5}$$

8. 직선 $y = 3x$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동 한 직선이 원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접할 때, a^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

x 축 방향으로 a 만큼 평행 이동시킨 직선

: $y = 3(x - a) \Rightarrow \quad 3x - y - 3a = 0$

원에 접하므로 중심과 직선 사이의 거리는 반지름의 길이와 같다.

$$\frac{|-3a|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = 3$$

$a = \pm\sqrt{10}$

$\therefore \quad a^2 = 10$

9. 다음 도형 중 y 축에 대하여 대칭인 도형의 방정식은?

① $(x-1)^2+y^2=9$

② $2x^2-y-5=0$

③ $2x-3y+1=0$

④ $x-2y+2=0$

⑤ $3(x+1)^2+2y-1=0$

해설

y 축에 대해 대칭이면 $f(x)=f(-x)$ 이므로
x 에 $-x$ 를 넣어도 식에 변화가 없다.
$\Rightarrow$ ② : $2x^2-y-5=0$

10. $y=x+3$을 x축에 대하여 대칭이동한 후, 다시 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y=-x+3$ ② $y=x-3$ ③ $y=-x-3$

④ $y=3x+1$ ⑤ $y=3x+3$

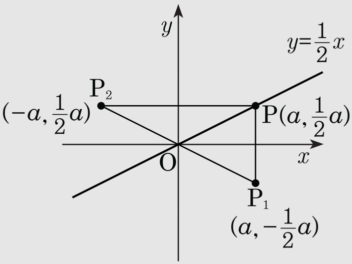
해설

x축대칭은 y의 부호를 반대로, 원점대칭은 x , y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.

11. 직선 $y=\frac{1}{2}x$ 위의 점 $\mathrm{P}(\mathrm{a},\ \mathrm{b})$ 를 x 축, y축에 대하여 각각 대칭이동한 점을 P_1, P_2 라 하자. $\triangle \mathrm{PP}_1\mathrm{P}_2$ 의 넓이가 4 일 때, 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설



점 $\mathrm{P}(a,\ b)$가 직선 $y=\frac{1}{2}x$ 위의 점이므로 $\mathrm{P}\left(a,\ \frac{1}{2}a\right)$, x축 대칭 : $\mathrm{P}_1\left(a,\ -\frac{1}{2}a\right)$, y축 대칭 : $\mathrm{P}_2\left(-a,\ \frac{1}{2}a\right)$

$\triangle \mathrm{PP}_1\mathrm{P}_2$ 는 $\angle \mathrm{P}_1\mathrm{PP}_2 = 90°$ 인 직각삼각형으로 넓이는 $\overline{\mathrm{PP}_1}\times\overline{\mathrm{PP}_2}\times\frac{1}{2}$ 이다.

$\overline{\mathrm{PP}_1}=a,\ \overline{\mathrm{PP}_2}=2a$

$\therefore a\times 2a\times\frac{1}{2}=4$

$a=\pm 2$

$a>0$ 이므로 $a=2,\ b=\frac{1}{2}a=1$

$\therefore a+b=3$

12. 직선 $y = -3x + 2$을 다음과 같이 대칭 이동 할 때, 옳은 것을 모두 고르면?

① (x 축) : $y = 3x - 2$

② (y 축) : $y = -3x - 2$

③ (원점) : $y = 3x + 2$

④ ($y = x$) : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

⑤ ($y = -x$) : $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

해설

① x 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3x + 2$
$\rightarrow y = 3x - 2$ (O)

② y 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow y = -3(-x) + 2$
$\rightarrow y = 3x + 2$ (X)

③ 원점 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3(-x) + 2$
$\rightarrow y = -3x - 2$ (X)

④ $y = x$: $y = -3x + 2 - \rightarrow x = -3y + 2$
$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ (O)

⑤ $y = -x$: $y = -3x + 2 - \rightarrow (-x) = -3(-y) + 2$
$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ (X)

13. 다음은 점 P$(a,\ b)$ 의 직선 $y = x$ 에 대해 대칭인 점 Q의 좌표 $(x,\ y)$ 를 구하는 과정이다.
$\boxed{}$ 에 알맞은 말을 차례대로 써 넣어라.

(1) $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 중점 $\left(\frac{x+a}{2},\ \frac{y+b}{2}\right)$ 은 직선 $\boxed{}$ 위에 있으므로 $\frac{y+b}{2} = \frac{x+a}{2}$
$\therefore x - y = b - a \cdots$ ①
(2) 직선 PQ 는 직선 $y = x$ 에 수직이므로
$\frac{y-b}{x-a} = \boxed{}$
①, ② 를 연립하여 x , y 를 구하면
$x = \boxed{}$, $y = \boxed{}$이다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

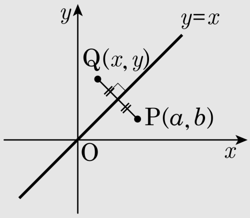
▷ 정답: $y = x$

▷ 정답: -1

▷ 정답: b

▷ 정답: a

해설



14. 점 $(-1, 2)$ 를 원점에 대해 대칭 이동시킨 후, 다시 x 축 방향으로 a 만큼 평행 이동시켰다. 그 후 다시 x 축에 대하여 대칭 이동시킨 후, $y = x$ 에 대해 대칭이동 시켰더니 $(b, 1)$ 이 되었다. 이 때, 상수 $a + b$ 의 값을 구하면?

① -1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$(-1,\ 2)$ 을 원점대칭이동 $\rightarrow (1,\ -2)$
x축 방향으로 a 만큼 평행이동 $\rightarrow (1 + a,\ -2)$
x 축에 대해 대칭이동 $\rightarrow (1 + a,\ 2)$
$y = x$ 에 대해 대칭이동 $\rightarrow (2,\ 1 + a)$
따라서 $b = 2,\ 1 + a = 1,\ a = 0$ 이므로 $a + b = 2$

15. 대칭이동에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

Ⅰ. 방정식 $f(x,\ y)=0$ 이 나타내는 도형을 원점에 대하여 대칭이동시킨 도형의 방정식 은 $f(-x,\ -y)=0$ 이다.
Ⅱ. 방정식 $f(x,\ y)=0$ 이 나타내는 도형을 직선 $x=a$ 에 대하여 대칭이동시킨 도형의 방정식은 $f(x-2a,\ y)=0$ 이다.
Ⅲ. 방정식 $f(x,\ y)=0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 y 축에 대하여 대칭이동시킨 도형은 원점에 대하여 대칭이동시킨 도형과 일치한다.
Ⅳ. 방정식 $f(x,\ y)=0$ 이 나타내는 도형을 원점에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동시킨 도형은 직선 $y=-x$ 에 대하여 대칭이동시킨 도형과 일치한다.

① Ⅰ, Ⅲ, Ⅳ　② Ⅰ, Ⅳ　③ Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ
④ Ⅲ, Ⅳ　⑤ Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ

해설

Ⅰ. $f(x,\ y)=0$ 을 원점에 대하여 대칭이동
$\Rightarrow\ f(-x,\ -y)=0$
Ⅱ. $f(x,\ y)=0$ 을 $x=a$ 에 대하여 대칭이동
$\Rightarrow\ f(2a-x,\ y)=0$
Ⅲ. $f(x,\ y)=0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동
$\Rightarrow\ f(x,\ -y)=0$
$f(x,\ -y)=0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동
$\Rightarrow f(-x,\ -y)=0$
$f(x,\ y)=0$ 을 원점에 대하여 대칭이동
$\Rightarrow\ f(-x,\ -y)=0$
Ⅳ. $f(x,\ y)=0$ 을 원점에 대하여 대칭이동
$\Rightarrow\ f(-x,\ -y)=0$
$f(x,\ y)=0$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동
$\Rightarrow f(-y,\ -x)=0$
$f(x,\ y)=0$ 을 직선 $y=-x$ 에 대하여 대칭이동
$\Rightarrow f(-y,\ -x)=0$
이로부터 옳은 것은 Ⅰ, Ⅲ, Ⅳ이다.

16. 원 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 $(-1,-3)$ 이고 반지름의 길이가 2 일 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 을 x 축에 대하여
대칭이동한 원의 방정식은
$x^2+y^2+ax-by+c=0$
이 때, 이 원의 중심이 $(-1,-3)$ 이고
반지름의 길이가 2 이므로
$x^2+y^2+ax-by+c=0$
$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y+3)^2=4$
$\Leftrightarrow x^2+y^2+2x+6y+6=0$
$\therefore a=2,\ b=-6,\ c=6$
따라서, 구하는 $a,\ b,\ c$ 의 값의 합은
$2+(-6)+6=2$

17. 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$, $\mathrm{B}(7, 10)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원 C_1 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원을 C_2 라고 하자. 두 $\mathrm{C}(0, -3)$, $\mathrm{D}(a,\ b)$ 가 원 C_2 의 지름의 양 끝일 때, $a+b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

원 C_1 의 중심은 선분 AB 의 중점과 같으므로

이 원의 중심의 좌표는 $\left(\dfrac{1+7}{2}, \dfrac{2+10}{2}\right)$, 즉, $(4, 6)$

한 편, 원 C_2 의 중심은 원 C_1 의 중심을 x 축에 대하여 대칭이동한 점이므로 그 좌표는 $(4, -6)$ 이다.

이 때, 선분 CD 의 중점이 원 C_2 의 중심과 같으므로 $\left(\dfrac{0+a}{2}, \dfrac{-3+b}{2}\right)$ 는 $(4, -6)$ 과 같다.

따라서, $\dfrac{0+a}{2} = 4$ 에서 $a = 8$

$\dfrac{-3+b}{2} = -6$ 에서 $b = -9$

$\therefore a+b = -1$

18. 원 $x^2+y^2-10x-8y+40=0$ 을 직선 $3x+ay+6=0$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $(x+1)^2+(y-8)^2=1$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

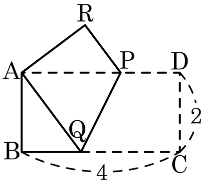
▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2+y^2-10x-8y+40=0$ 을 표준형으로 나타내면
$(x-5)^2+(y-4)^2=1 \cdots\cdots$ ㉠
㉠은 원 $(x+1)^2+(y-8)^2=1$ 과
직선 $3x+ay+6=0$ 에 대하여 대칭이므로
두 원의 중심 $(5,4)$, $(-1,\ 8)$ 을 이은 선분의
중점이 직선 $3x+ay+6=0$ 위에 있다.
두 점 $(5,4),(-1,8)$ 을 이은 선분의 중점은
$\left(\frac{5+(-1)}{2}, \frac{4+8}{2}\right)$, 즉 $(2,6)$ 이므로
$3\cdot 2+a\cdot 6+6=0$
$\therefore a=-2$

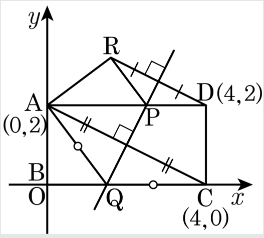
19. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 $4, 2$ 인 직사각형 모양의 종이 ABCD 를 접어서 대각선의 양 끝점 A 와 C 가 겹쳐지도록 하였다. 이 때, 선분 BR 의 길이를 구하면?



① $8\sqrt{5}$ ② $\dfrac{8\sqrt{5}}{3}$ ③ $\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$ ④ $\dfrac{8\sqrt{5}}{7}$ ⑤ $\dfrac{8\sqrt{5}}{9}$

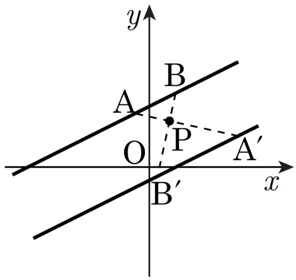
해설

다음 그림과 같이 점 B 가 원점이 되도록 사각형 ABCD 를 좌표평면 위에 나타내면



A $(0,2)$, B $(0,0)$, C $(4,0)$, D $(4,2)$
이 때, 두 점 A, C 와 두 점 D, R 는
각각 직선 PQ 에 대하여 대칭이다.
따라서 직선 PQ 는 직선 AC 와 수직이고,
직선 AC 의 기울기가 $-\dfrac{1}{2}$ 이므로
직선 PQ 의 기울기는 2 이다.
또한, 직선 PQ 는 선분 AC 의 중점 $(2,1)$ 을 지난다.
따라서, 직선 PQ 의 방정식은 $y-1=2(x-2)$,
즉 $y=2x-3$
결국 점 D $(4,2)$ 를 직선 $y=2x-3$ 에 대하여
대칭이동한 점이 R 이다.
이 때, R (a,b) 라고 하면
직선 DR과 직선 $y=2x-3$ 이 수직이므로
$\dfrac{b-2}{a-4}\cdot 2=-1$
$\therefore a+2b=8 \cdots\cdots$ ㉠
또한, 선분 DR 의 중점 $\left(\dfrac{a+4}{2}, \dfrac{b+2}{2}\right)$ 는
직선 $y=2x-3$ 위에 있으므로
$\dfrac{b+2}{2}=2\cdot\dfrac{a+4}{2}-3$
$\therefore 2a-b=0 \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=\dfrac{8}{5}, b=\dfrac{16}{5}$
$\therefore$ R $\left(\dfrac{8}{5}, \dfrac{16}{5}\right)$
$\therefore \overline{\mathrm{BR}}=\sqrt{\left(\dfrac{8}{5}\right)^2+\left(\dfrac{16}{5}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{64}{25}+\dfrac{256}{25}}=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$

20. 좌표평면 위의 정점 P 에 대한 두 점 A, B 의 대칭점은 각각 A′, B′ 이고, 직선 AB 의 방정식은 $x-2y+4=0$ 이라 한다. 점 A′ 의 좌표가 $(3,1)$, 직선 A′B′ 의 방정식이 $y=ax+b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?



① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

두 점 A′, B′ 은 점 P 에 대한 두 점 A, B 의 대칭점이므로, 직선 A′B′ 은 직선 AB 의 점대칭도형이다

$\triangle APB \equiv \triangle A'PB'$ 에서

$\angle ABP = \angle A'B'P$ (엇각) 이므로

$\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{A'B'}$ 이다.

따라서 직선 A′B′ 의 기울기는 직선 AB 의 기울기인 $\frac{1}{2}$ 과 같다.

또한, 직선 A′B′ 은 A′(3, 1) 을 지나므로 직선 A′B′ 의 방정식은

$y-1=\frac{1}{2}(x-3)$

$\therefore\ y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

따라서 $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2}$ 이다.

$\therefore\ ab=-\frac{1}{4}$

21. 원 $x^2+y^2-6x+2y+1=0$ 을 한 직선 l 에 대하여 대칭이동하면 자기 자신이 된다고 할 때, 다음 중 직선 l 로 알맞은 것은?

① $y=2x+3$ ② $y=-2x+1$ ③ $y=x+3$

④ $y=-x+2$ ⑤ $y=3x-2$

해설

$x^2+y^2-6x+2y+1=0$ 에서
$(x-3)^2+(y+1)^2=9$
이 원이 직선 l 에 대하여 대칭이어야 하므로
직선 l 이 원의 중심 $(3,-1)$ 을 지나야 한다.
보기의 직선 중 $(3,-1)$ 을 지나는 것은 ④뿐이다.

22. 직선 $2x+ay+b=0$ 에 대하여 점 $\mathrm{A}(3,2)$ 와 대칭인 점을 $\mathrm{B}(-1,0)$ 이라고 할 때, 상수 a,b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 점 $\mathrm{A}(3,2)$, $\mathrm{B}(-1,0)$ 에 대하여

$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점 $(1,1)$ 이

직선 $2x+ay+b=0$ 위에 있으므로

$2+a+b=0\cdots$㉠

직선 AB 와 직선 $2x+ay+b=0$,

즉 $y=-\frac{2}{a}x-\frac{b}{a}$ 가 수직이므로

$$\frac{2-0}{3-(-1)}=\frac{a}{2}$$

$\therefore a=1$

이 값을 ㉠에 대입하면 $b=-3$

$\therefore ab=-3$

23. 직선 $y=2x+5$를 직선 $y=-1$ 에 대하여 대칭이동한 다음 직선 $x=3$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y=2x-19$　② $y=8x+12$　③ $y=3x-1$

④ $y=-4x-5$　⑤ $y=-x+10$

해설

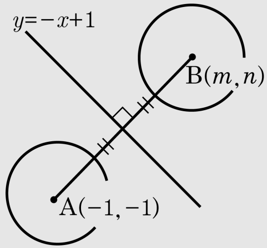
직선 $y=2x+5$ 를 직선 $y=-1$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은
y 대신 $2\cdot(-1)-y$ 를 대입하면 $-2-y=2x+5$,
즉 $y=-2x-7$
이것을 다시 직선 $x=3$ 에 대하여 대칭이동한
도형의 방정식은
x 대신 $2\cdot3-x$ 를 대입하면 $y=-2(6-x)-7$
$\therefore y=2x-19$

24. 원 $(x+1)^2+(y+1)^2=1$ 을 직선 $y=-x+1$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① -3　② -1　③ 0　④ 3　⑤ 5

해설

원 $(x+1)^2+(y+1)^2=1$ 을 직선 $y=-x+1$ 에 대하여 대칭이동한 도형은 반지름의 길이가 1 인 원이다.



이때, 옮기기 전의 원의 중심을 $A(-1,-1)$,
옮긴 후의 원의 중심을 $B(m,n)$ 이라고 하면
선분 AB 는 직선 $y=-x+1$ 과 수직이므로
$\frac{n+1}{m+1}\cdot(-1)=-1$ 에서
$m=n$ ⋯⋯ ㉠
또한, 선분 AB 의 중점 $\left(\frac{m-1}{2},\frac{n-1}{2}\right)$ 은
직선 $y=-x+1$ 위에 있으므로
$\frac{n-1}{2}=-\frac{m-1}{2}+1$ 에서
$m+n=4$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$m=2, n=2$
따라서, 대칭이동하여 옮겨진 원은 중심이 $(2,2)$ 이고 반지름의 길이가 1 이므로 그 방정식은
$(x-2)^2+(y-2)^2=1$
즉, $x^2+y^2-4x-4y+7=0$
$\therefore a=-4, b=-4, c=7$
$\therefore a+b+c=-1$

25. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 직선 $y = -x + 2$ 에 관하여 대칭이동한 식에서 중심의 좌표는?

① $(1, 1)$ ② $(1, 2)$ ③ $(2, 1)$ ④ $(2, 2)$ ⑤ $(2, 3)$

해설

원 중심 $\mathrm{O}(0, 0)$ 을 $y = -x + 2$ 에 대해 대칭이동 하면 된다. 대칭 이동점을 $\mathrm{O}'(a, b)$ 라 하면, $\overline{\mathrm{OO}'}$ 은 $y = -x + 2$ 에 수직하고, $\overline{\mathrm{OO}'}$ 의 중점은 $y = -x + 2$ 위에 있다.

$\Rightarrow \quad \dfrac{b}{a} = 1 \quad \cdots$①,

$\dfrac{b}{2} = -\dfrac{a}{2} + 2 \quad \cdots \quad$②

①,②를 연립하면, $a = 2,\ b = 2$

$\therefore$ 중심좌표 : $(2,\ 2)$

26. 점 (2, 1) 에 대하여 점 $(a,\ b)$ 와 대칭인 점의 좌표를$(\alpha,\ \beta)$ 라 한다. 점 $(a,\ b)$ 가 직선 $y = 2x + 1$ 위를 움직이면 점 $(\alpha,\ \beta)$ 가 움직이는 도형은?

① $y = x - 7$　② $y = x + 7$　③ $y = 2x + 7$
④ $y = 2x - 7$　⑤ $y = 3x + 7$

해설

점 (2, 1) 에 대하여 점 $(a,\ b)$ 와 대칭인

점이 $(\alpha,\ \beta)$ 이므로 $\dfrac{a+\alpha}{2} = 2$

$\therefore\ a = 4 - \alpha$

$\dfrac{b+\beta}{2} = 1$

$\therefore\ b = 2 - \beta$

한편 점 $(a,\ b)$ 가

직선 $y = 2x + 1$ 위를 움직이므로

$b = 2a + 1$ 이고 $a = 4 - \alpha$ $b = 2 - \beta$ 를 대입하여 정리하면

$\beta = 2\alpha - 7$

$\therefore\ y = 2x - 7$

27. 좌표평면 위의 원 $x^2+y^2=8$을 직선 $y=ax+b$에 대하여 대칭이동시켰더니 원 $x^2+y^2-8x-4y+c=0$이 되었다. 이 때, $a+b+c$의 값은?

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

중심을 대칭이동했다고 보면 된다. 구하려는 중심을 $(a,\ b)$라 하면,

$x^2+y^2=8$의 중심 $(0,\ 0)$과 $x^2+y^2-8x-4y+c=0$의 중심인 $(4,\ 2)$의 중점은 $y=ax+b$ 위를 지나고,

두 점을 이은 직선과 $y=ax+b$는 수직이다.

따라서 중점인 $(2\ ,\ 1\ )$를 $y=ax+b$에 대입하면 $1=2a+b$.

수직조건은 기울기의 곱이 -1이므로

$y=ax+b$의 기울기가 a이므로

두 중심을 지나는 기울기는 $\frac{1}{2}$,

따라서 $a=-2$, $b=5$, 그리고 원의 반지름은 같으므로 $20-c=8$.

$c=12$

28. 점(3, 4)를 직선 $x-y+2=0$에 대하여 대칭이동한 점을 구하면?

① (1, 5) ② (2, 5) ③ (3, 5)

④ (4, 5) ⑤ (6, 5)

해설

구하려는 점을 $(a,\ b)$라 하면, $(3,\ 4)$와 $(a,\ b)$의 중점은 $x-y+2=0$ 위를 지나고, 두 점을 이은 직선과 $x-y+2=0$은 수직이다.

따라서 중점인 $\left(\frac{a+3}{2},\ \frac{b+4}{2}\right)$를 $x-y+2=0$에 대입하면

$a-b=-3\cdots$①

수직조건은 기울기의 곱이 -1이므로 $x-y+2=0$의 기울기가 1일때 두점을 지나는 기울기는 -1이다.

$\frac{b-4}{a-3}=-1$, $a+b=7\cdots$②

따라서 ①, ②를 연립하면 $a=2, b=5$

29. 두 점 $\mathrm{P}(-1,\ 2)$, $\mathrm{Q}(5,\ 8)$ 이 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값은?

① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

$\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 중점이 $y = ax + b$ 위에 있으므로,

$\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 중점 :

$$\left(\frac{-1+5}{2},\ \frac{2+8}{2}\right) = (2,\ 5)$$

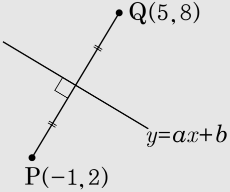
$\therefore\ 5 = 2a + b$

$\overline{\mathrm{PQ}}$ 기울기 : $\dfrac{2-8}{-1-5} = 1$

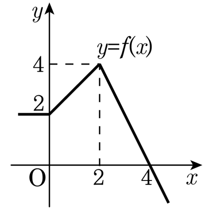
$\therefore\ a = -1$

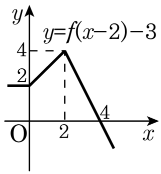
위 식에 대입하면 : $b = 7$

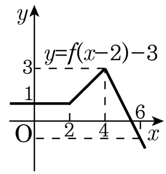
$\therefore\ a + b = -1 + 7 = 6$

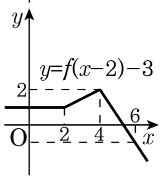


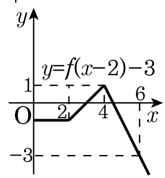
30. 방정식 $y = f(x)$ 가 나타내는 도형이 오른쪽 그림과 같을 때, 방정식 $y = f(x-2)-3$ 이 나타내는 도형을 좌표평면 위에 바르게 나타낸 것은?

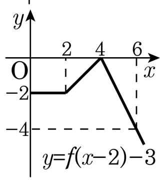


① 

② 

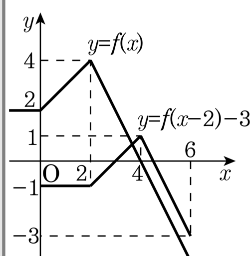
③ 

④ 

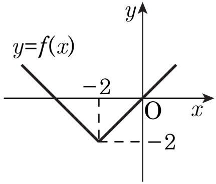
⑤ 

해설

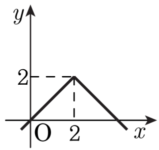
$y = f(x-2)-3 \Leftrightarrow y+3 = f(x-2)$
이므로 구하는 그래프는
$y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로
2 만큼,
y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한
것이다.
따라서, 구하는 그래프는 다음 그림과
같다.



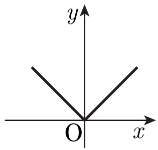
31. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



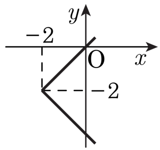
①



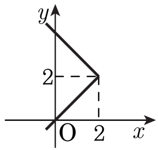
②



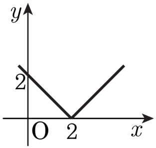
③



④



⑤



해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를

y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2 만큼 평행 이동 한 것이다.

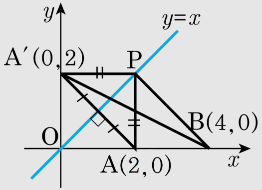
32. x 축 위의 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(4, 0)$ 과 직선 $y=x$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은?

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 $\mathrm{A}(2, 0)$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A′ 이라 하면 $\mathrm{A}'(0,\ 2)$

이때, 다음 그림에서



$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$

또, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}\geq\overline{\mathrm{A'B}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은

$\overline{\mathrm{A'B}}=\sqrt{4^2+(-2)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

33. 다음 중 원 $x^2+y^2+8x+8y+4=0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2+y^2=\frac{1}{5}$ ② $x^2+y^2=3$

③ $x^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=16$ ④ $(x+1)^2+y^2=4$

⑤ $(x+1)^2+(y-1)^2=\frac{1}{3}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.
$x^2+y^2+8x+8y+16=0$ 에서 $(x+4)^2+(y+4)^2=16$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 4 인 ③이다.