

1. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$D = 36 - 4a = 0, a = 9$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$x = 3 = b$$

$$\therefore a + b = 12$$

2. 이차방정식 $x^2 + 4x - 12 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① -12

② -6

③ 8

④ 4

⑤ -4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -4 이다.

3. 이차방정식 $(3x - 2)^2 = 5$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{4}{3}$

해설

$$(3x - 2)^2 = 5$$

$$3x - 2 = \pm \sqrt{5}$$

$$3x = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{3}$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{4}{3}$ 이다.

4. 이차방정식 $x^2 + 3x + 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $(\alpha + \beta)^2 = 9$

② $\alpha + \beta + \alpha\beta = 9$

③ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = 21$

⑤ $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = -\frac{1}{12}$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 6$$

① $(\alpha + \beta)^2 = (-3)^2 = 9$

② $\alpha + \beta + \alpha\beta = (-3) + 6 = 3$

③ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$
 $= \frac{(-3)}{6} = -\frac{1}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
 $= (-3)^2 - 2 \times 6 = -3$

⑤ $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2}$
 $= \frac{-3}{36} = -\frac{1}{12}$

5. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 5배 하였더니 제공한 것보다 14가 작아졌다고 한다. 이 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$5x = x^2 - 14$$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$(x - 7)(x + 2) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 7$ 이다.

6. 이차방정식 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 의 해가 $-2, 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } -2 + 5 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -2 \times 5 = -10 = \frac{-10}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -3$$

$$\therefore a + b = -2$$

7. 어떤 양수를 제공한 후에 8을 뺀 값을 계산하려고 했는데 잘못하여 어떤 수에 4배를 한 후에 8을 빼었더니 원래 구하려고 했던 답보다 12가 작아졌다. 처음 구하려고 했던 값은?

① 20

② 22

③ 24

④ 26

⑤ 28

해설

어떤 양수를 x 라 하면

$$4x - 8 = (x^2 - 8) - 12, x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

따라서 원래 구하려고 했던 값은 $6^2 - 8 = 36 - 8 = 28$ 이다.

8. 땅으로부터 높이 15m 되는 다이빙대에서 수영선수가 위를 향해 초속 27m 로 다이빙을 했다. x 초 후 수영선수가 지상으로부터의 떨어져있는 높이는 $(-3x^2 + 27x + 15)$ m 라고 할 때, 수영선수의 높이가 57m 가 되는 데 걸리는 나중 시간은?

① 2 초

② 5 초

③ 7 초

④ 9 초

⑤ 11 초

해설

$$-3x^2 + 27x + 15 = 57$$

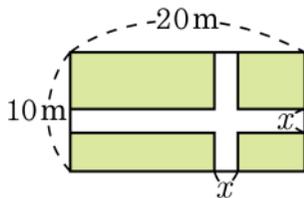
$$3(x^2 - 9x + 14) = 0$$

$$3(x - 2)(x - 7) = 0$$

$$x = 2, 7$$

따라서 나중 시간은 7 초 이다.

9. 가로 길이가 20m, 세로 길이가 10m 인 직사각형 모양의 화단에 다음 그림과 같이 폭이 x m 로 일정한 길을 만들었더니 길을 제외한 화단의 넓이가 144m^2 가 되었다. 이 길의 폭을 구하여라.



▶ 답: m

▷ 정답: 2 m

해설

도로의 폭을 x m 라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(20 - x)$ m, 세로의 길이가 $(10 - x)$ m 인 직사각형의 넓이와 같으므로

$$(20 - x)(10 - x) = 144$$

$$x^2 - 30x + 56 = 0$$

$$(x - 2)(x - 28) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (단, } 0 < x < 10 \text{)}$$

10. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{7}{2}$

③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{11}{2}$

⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2 \text{를 정리하면,}$$

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{이다.}$$

11. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, \quad 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

12. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로
 x 에 a 를 대입하면

$$(a-1)(a-b) = -1$$

i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우

$a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합

ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

13. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.

따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

14. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 k , 두 번째 나온 눈의 수를 m 이라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + m = 0$ 의 해가 1개가 되는 확률은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{12}$

③ $\frac{1}{18}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-1)^2 - 4m = 0$$

$$(k-1)^2 = 4m \text{ 이므로}$$

$$(k, m) = (3, 1), (5, 4)$$

따라서 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ 주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
 ㉡ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
 ㉢ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
 ㉣ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면

$$\alpha(\alpha + 2) = 24 \text{에서 } \alpha = 4 \text{ 또는 } -6$$

㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$

㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.

㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 4, 6이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$

$\therefore m = 13$

㉣ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

16. 이차방정식의 한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}}$ 인 이차방정식 A 는 다음과 같다. 이때, 유리수 a, b 에서 $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}} = 3 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $3 - \sqrt{5}$

두 근의 합은 $\frac{1}{a} = 6$, $a = \frac{1}{6}$

두 근의 곱은 $\frac{b}{a} = 4$, $b = \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{b}{a} = 4$

17. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 이 되는 a 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1, a = \pm 5$$

18. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

19. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

- ① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x+7)$ 명이라 하면,

$$x(x+7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x+16)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

20. x 에 관한 이차방정식 $2ax^2 + px - ap + 4q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$2a + p - ap + 4q = 0$$

$$(2 - p)a + p + 4q = 0$$

a 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$2 - p = 0, p + 4q = 0$$

$$p = 2, p + 4q = 0, 4q = -2, q = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore p + q = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

21. 이차방정식 $x^2 - px + 1 = 0$ 의 한 근을 a , $x^2 + qx - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 하고, $pa - qb = 2$ 를 만족할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$x^2 - px + 1 = 0$ 에 $x = a$ 를 대입하면

$$a^2 - pa + 1 = 0, a^2 - pa = -1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$x^2 + qx - 3 = 0$ 에 $x = b$ 를 대입하면

$$b^2 + qb - 3 = 0, b^2 + qb = 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$a^2 - pa + b^2 + qb = 2 \text{ 이고 } pa - qb = 2 \text{ 이므로}$$

$$a^2 + b^2 - (pa - qb) = 2$$

$$a^2 + b^2 - 2 = 2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 4$$

22. 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 이 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 과의 공통근 2 를 중근으로 가질 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 2$ 가 두 이차방정식의 공통의 해이므로,

$x = 2$ 를 $x^2 - 5x - a = 0$ 에 대입하면 $4 - 10 - a = 0$

$$\therefore a = -6$$

또 $x^2 + bx + c = 0$ 은 $x = 2$ 가 중근이므로

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore b = -4, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = -6 + (-4) + 4 = -6$$