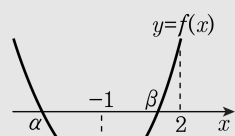


1. 이차방정식 $x^2+2ax+a^2-1=0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha < -1 < \beta < 2$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-2 < a < 0$ ② $-2 < a < 1$ ③ $0 < a < 2$
 ④ $1 < a < 2$ ⑤ $1 < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 + 2ax + a^2 - 1$ 로 놓으면 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 되어야 한다.



즉, $f(-1) < 0$, $f(2) > 0$

(i) $f(-1) = 1 - 2a + a^2 - 1 < 0$ 에서 $a^2 - 2a < 0$, $a(a-2) < 0$
 $\therefore 0 < a < 2$

(ii) $f(2) = 4 + 4a + a^2 - 1 > 0$ 에서 $a^2 + 4a + 3 > 0$, $(a+3)(a+1) > 0$
 $\therefore a < -3$, $a > -1$

(i), (ii)에서 $0 < a < 2$

2. x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45° 이고, 점 $(-1, 2)$ 를 지나는 직선이 점 $(a, 7)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

x 축 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45° 인 직선의 기울기는 1 이다.

$(-1, 2)$ 를 지나므로, 직선의 방정식은

$$y = (x + 1) + 2 = x + 3$$

$(a, 7)$ 을 대입하면, $7 = a + 3$, $a = 4$

3. 수직선 위의 두 점 A(-3), B(6)에 대하여 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 한다. 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\frac{2 \times 6 + 1 \times (-3)}{2 + 1} = 3 \text{에서 } P(3)$$

$$\frac{3 \times 6 - 2 \times (-3)}{3 - 2} = 24 \text{에서 } Q(24)$$

$$\therefore PQ = |24 - 3| = 21$$

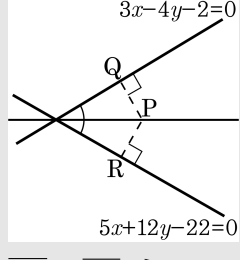
4. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$$13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$$

$$\text{즉, } 13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22) \text{ 또는}$$

$$13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22) \text{ 정리하면}$$

$$x-8y+6=0 \text{ 또는 } 8x+y-17=0 \text{ 에서}$$

기울기가 양이므로

$$\therefore x-8y+6=0$$

$$\therefore a+b+c=-1$$

5. 좌표평면 위의 점 A (1, 2)에서 x 축 위의 점 P를 지나 점 B(5, 1)를 지나는 최단 경로의 거리는?

① 3

② 4

③ 5

④ 7

⑤ 8

해설

점 A를 x 축에 대해 대칭시키는

새로운 점 A' (1, -2)에 대해

선분 A'B의 거리를 구하면 된다.

$$\overline{A'B} = \sqrt{(5-1)^2 + (1-(-2))^2} = \sqrt{25} = 5$$

6. 두 직선 $x + y - 1 = 0$, $2x - y + 7 = 0$ 의 교점을 지나고 원점에서의 거리가 2 인 직선의 방정식의 기울기는?

- ① $\frac{5}{8}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $-\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

먼저 두 직선의 교점을 구하면 $(-2, 3)$

이 점을 지나는 직선의 방정식은

$$y = m(x + 2) + 3$$

원점과의 거리를 구하면,

$$\frac{|2m + 3|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$\Rightarrow (2m + 3)^2 = 4(m^2 + 1)$$

$$\Rightarrow m = -\frac{5}{12} \quad \dots \text{기울기}$$

7. 원점 O와 두 정점 A(2, 3), B(4, 0)에 대하여 $\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식을 구하면?

① $x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$

② $x^2 + y^2 + 12x - 6y + 29 = 0$

③ $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 29 = 0$

④ $x^2 + y^2 - 12x - 6y - 29 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 + 12x + 6y + 29 = 0$

해설

P의 좌표를 P(x, y)라 하면

$\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 이므로

$$x^2 + y^2$$

$$= \{(x-2)^2 + (y-3)^2\} + \{(x-4)^2 + y^2\}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$$

8. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - x + k = 0$ 의 한 근만이 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근 사이에 있을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $1 < k < 2$

② $-2 < k < 0$

③ $-2 \leq k \leq 0$

④ $k < -2$ 또는 $k > 0$

⑤ $-2 < k < -1$

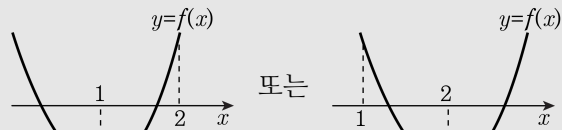
해설

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ 에서 } (x - 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

$f(x) = x^2 - x + k$ 로 놓으면 다음 그림과 같이 $y = f(x)$ 의

그래프가 두 점 $(1, 0)$, $(2, 0)$ 사이에서 x 축과 만나야 한다.



$$\therefore f(1) < 0, f(2) > 0 \text{ 또는 } f(1) > 0, f(2) < 0$$

$$\text{즉, } f(1)f(2) = k(k + 2) < 0$$

$$\therefore -2 < k < 0$$

9. 점 $(0, 2)$ 를 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각이 30° 인 직선의 방정식은?

- ① $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ ② $y = x + 2$ ③ $y = 2x + 2$
④ $y = x + 3$ ⑤ $y = x + 4$

해설

기울기 $m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이고

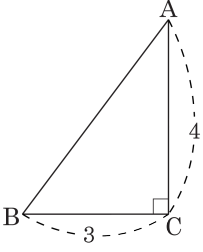
점 $(0, 2)$ 를 지나므로,

$$y - 2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 0)$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 3$, $\overline{AC} = 4$ 인 직각 삼각형이 있다. 선분 AB를 2 : 3으로 외분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\overline{CP}^2 + \overline{CQ}^2$ 의 값은?

- ① 125 ② 200 ③ 250
 ④ 325 ⑤ 450



해설

점 C를 원점으로 잡으면 점 A, B의 좌표는

각각 A(0, 4), B(-3, 0)이다.

따라서 선분 AB를 2 : 3으로

외분하는 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{2 \times (-3) - 3 \times 0}{2 - 3}, \frac{2 \times 0 - 3 \times 4}{2 - 3}\right)$$

$$= P(6, 12)$$

선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점 Q의 좌표는

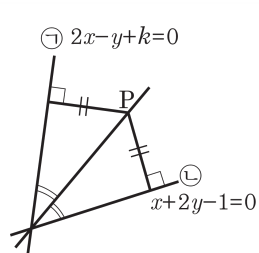
$$Q\left(\frac{3 \times (-3) - 2 \times 0}{3 - 2}, \frac{3 \times 0 - 2 \times 4}{3 - 2}\right)$$

$$= Q(-9, -8)$$

$$\begin{aligned} \overline{CP}^2 + \overline{CQ}^2 &= (6^2 + 12^2) + (9^2 + 8^2) \\ &= 325 \end{aligned}$$

11. 두 직선 $2x - y + k = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 이 이루는 각의 이등분선이 점 $P(3, 1)$ 을 지날 때, 상수 k 의 값의 합을 구하면?

- ① -2 ② 4 ③ -6
 ④ 8 ⑤ -10



해설

$$2x - y + k = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x + 2y - 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

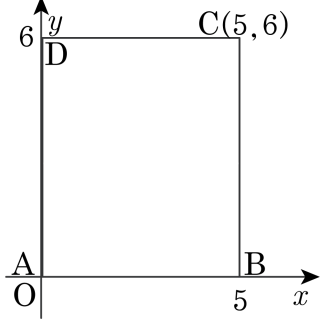
(점 P와 ㉠사이의 거리) = (점 P와 ㉡사이의 거리) 이므로

$$\frac{|6 - 1 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|3 + 2 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Rightarrow |5 + k| = 4$$

$$\Rightarrow 5 + k = \pm 4 \Rightarrow k = -9 \text{ 또는 } k = -1$$

$$\therefore k \text{의 합} : -10$$

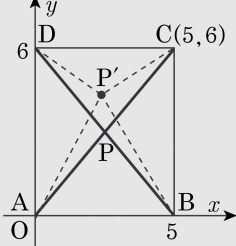
12. 다음 그림과 같이 좌표평면에 네 점 A(0,0), B(5,0), C(5,6), D(0,6) 이루어져 있다. $PA+PB+PC+PD$ 를 최소로 하는 점 P 의 좌표는?



- ① $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ ② $\left(\frac{5}{2}, 3\right)$ ③ (0,3)
 ④ (5,0) ⑤ (0,6)

해설

그림에서 두 대각선 AC, BD 의 교점을 P 라 하고, 임의의 점P' 을 잡으면 $\overrightarrow{P'A} + \overrightarrow{P'C} \geq \overline{AC} = \overline{PA} + \overline{PC}$ $\overrightarrow{P'B} + \overrightarrow{P'D} \geq \overline{BD} = \overline{PB} + \overline{PD}$ $\therefore \overrightarrow{P'A} + \overrightarrow{P'B} + \overrightarrow{P'C} + \overrightarrow{P'D} \geq \overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD}$ 즉, $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD}$ 를 최소로 하는 점 P 는 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점 $\left(\frac{5}{2}, 3\right)$ 이다.



13. 원점 O 에서 직선 $ax-y+4=0$ 에 내린 수선의 발을 H 라 한다. 선분 OH 의 길이가 2 가 될 때, a^2 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

선분 OH 는 원점과 직선 $ax-y+4=0$ 간의 최단거리이므로,

$$\frac{|4|}{\sqrt{a^2+1}} = \overline{OH} = 2$$

$$\sqrt{a^2+1} = 2$$

$$a^2+1=4$$

$$\therefore a^2=3$$

14. 두 점 A(1, 2), B(-3, 0) 으로부터 같은 거리에 있는 점들의 자취의 방정식은?

① $y = 2x + 1$

② $y = 2x - 1$

③ $y = -2x + 1$

④ $y = -2x - 1$

⑤ $y = -x + 2$

해설

구하는 점을 P(x,y) 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + y^2}$$

양변을 제곱해서 정리하면

$$-8x - 4y - 4 = 0, -4y = 8x + 4$$

$$\therefore y = -2x - 1$$

해설

두 점 으로부터 같은 거리에 있는 점의 자취는 선분의 수직이등분이다.

$\overline{AB}$ 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 기울기는 -2 이고

$\overline{AB}$ 의 중점(-1, 1) 을 지난다.

$$\therefore y - 1 = -2(x + 1)$$

$$\therefore y = -2x - 1$$