

1. 세 변의 길이가 5, 9, a 인 삼각형이 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위를 구하여라. (단, $a > 9$)

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{106} < a < 14$

해설

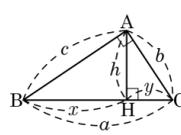
$$a^2 > 9^2 + 5^2$$

$$a^2 > 106$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a > \sqrt{106}$$

따라서 $\sqrt{106} < a < 14$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 A에서 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> ㉠ $c^2 = ax$ | <input type="checkbox"/> ㉡ $bx = cy$ | <input type="checkbox"/> ㉢ $b^2 = ay$ |
| <input type="checkbox"/> ㉣ $bc = ah$ | <input type="checkbox"/> ㉤ $a^2 = bc$ | <input type="checkbox"/> ㉥ $h^2 = xy$ |

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉥

해설

- ㉠ $c^2 = ax$ (○)
- ㉡ $bx = cy$
- ㉢ $b^2 = ay$ (○)
- ㉣ $bc = ah$ (○)
- ㉤ $a^2 = bc$
- ㉥ $h^2 = xy$ (○)

3. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 삼각형의 종류가 바르게 연결되지 않은 것은?

- ① 2cm, 3cm, 4cm- 둔각삼각형
- ② 6cm, 8cm, 10cm- 직각삼각형
- ③ 6cm, 7cm, 9cm- 예각삼각형
- ④ 5cm, 12cm, 13cm- 직각삼각형
- ⑤ 4cm, 5cm, 6cm- 둔각삼각형

해설

가장 긴 변의 길이를 a , 다른 두 변의 길이를 b, c 라 할 때

$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형

$a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

$a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형

⑤ $6^2 < 4^2 + 5^2$ 이므로 예각삼각형

4. 세 변의 길이가 6, a , 10 인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는?(단, $a < 10$)

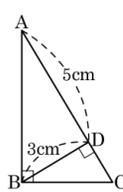
- ① $0 < a < 2$ ② $2 < a < 4$ ③ $4 < a < 6$
④ $6 < a < 8$ ⑤ $8 < a < 10$

해설

i) 삼각형이 될 조건에서
 $10 - 6 < a < 10 + 6$
그런데 $a < 10$ 이므로 $4 < a < 10$
ii) 예각삼각형일 조건
 $10^2 < 6^2 + a^2$
 $a > 8$
i), ii)에 의하여 $8 < a < 10$

5. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\text{ cm}$, $\overline{BD} = 3\text{ cm}$ 일 때, \overline{BC} 의 길이는?

- ① $\frac{2\sqrt{23}}{5}$ ② $\frac{3\sqrt{23}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{34}}{5}$
 ④ $\frac{4\sqrt{34}}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$



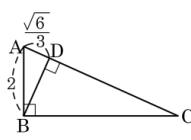
해설

$$\triangle ABC \text{ 에서 } \overline{BD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$$

$$\overline{CD} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5} (\text{cm})$$

$$x = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{34}}{5}$$

6. 다음은 직각삼각형 ABC의 점 B에서 수선을 내린 것이다. $AC = x$ 라고 했을 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{6}$

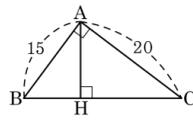
해설

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$$4 = \frac{\sqrt{6}}{3}x$$

$$\therefore x = 4 \times \frac{3}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$$

7. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A에서 빗변에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{AB} = 15$, $\overline{AC} = 20$ 일 때, \overline{AH} 의 길이를 구하여라.



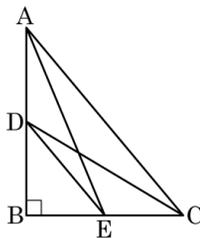
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 \\ 25 \times \overline{AH} &= 15 \times 20 \\ \therefore \overline{AH} &= 12\end{aligned}$$

8. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값은?

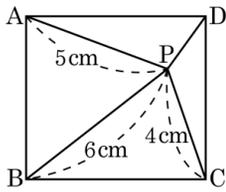


- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{23}$ ③ 5 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{29}$

해설

$$\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 \text{ 이므로 } \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$$

9. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 내부에 한 점 P가 있다. $\overline{AP} = 5\text{ cm}$, $\overline{BP} = 6\text{ cm}$, $\overline{CP} = 4\text{ cm}$ 일 때, \overline{PD} 의 길이를 구하면?

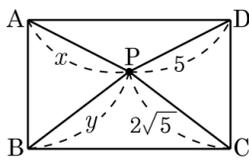


- ① $3\sqrt{2}\text{ cm}$
 ② $\sqrt{5}\text{ cm}$
 ③ $5\sqrt{2}\text{ cm}$
 ④ $3\sqrt{3}\text{ cm}$
 ⑤ $4\sqrt{5}\text{ cm}$

해설

$$\overline{PD}^2 + 6^2 = 5^2 + 4^2, \overline{PD} = \sqrt{5}\text{ cm}$$

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있을 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.

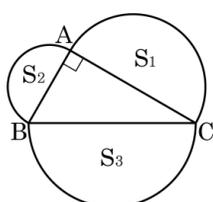


- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x^2 + (2\sqrt{5})^2 = y^2 + 5^2, x^2 - y^2 = 25 - 20 = 5 \text{ 이다.}$$

11. 다음 직각삼각형의 세 변을 지름으로 하는 반원 중 $S_3 = 20\pi \text{ cm}^2$, $S_1 = 15\pi \text{ cm}^2$ 일 때, S_2 의 반지름을 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $\sqrt{10}$ cm

해설

$S_2 = 5\pi \text{ cm}^2$ 이므로 S_2 의 반지름을 r 라고 할 때, $\frac{1}{2}r^2\pi = 5\pi$ 가 성립한다.
따라서 $r^2 = 10$
그러므로 $r = \sqrt{10}$ (cm)

12. 세 변의 길이가 보기와 같은 삼각형 중에서 둔각삼각형의 개수는?

보기

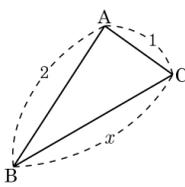
- | | |
|--------------------|---------------------------|
| ㉠ 11cm, 16cm, 26cm | ㉡ 1cm, 1cm, $\sqrt{2}$ cm |
| ㉢ 5cm, 12cm, 13cm | ㉣ 1cm, $\sqrt{3}$ cm, 2cm |
| ㉤ 5cm, 6cm, 7cm | ㉥ 6cm, 7cm, 8cm |

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

둔각삼각형 : ㉠
직각삼각형 : ㉡, ㉢, ㉣
예각삼각형 : ㉤, ㉥

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 예각일 때, x 의 값의 범위는? (단, x 가 가장 긴 변이다.)

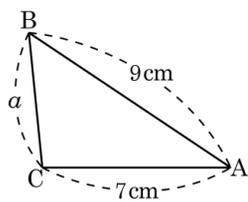


- ① $1 < x < \sqrt{5}$ ② $2 < x < \sqrt{5}$ ③ $\sqrt{5} < x < \sqrt{7}$
 ④ $\sqrt{5} < x < \sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{7} < x < \sqrt{11}$

해설

- i) x 가 가장 긴 변이므로 $2 < x$
 ii) $x^2 < 2^2 + 1^2$
 $\therefore 2 < x < \sqrt{5}$

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 가 둔각이 되게 하는 a 의 값의 범위로 알맞은 것을 고르면?



- ① $2 < a < 2\sqrt{2}$ ② $2 < a < 3\sqrt{2}$ ③ $2 < a < 4\sqrt{2}$
 ④ $2 < a < 5\sqrt{2}$ ⑤ $2 < a < 6\sqrt{2}$

해설

$$a^2 + 49 < 81$$

$$a^2 < 32, a < 4\sqrt{2}$$

a 는 두 변의 차보다 커야 되므로 $a > 2$ 이다.

따라서 $2 < a < 4\sqrt{2}$ 이다.

15. 각 변의 길이가 각각 10cm, 12cm, x cm 인 삼각형을 예각삼각형으로 만들려고 할 때, x 의 값은 몇cm로 해야 하는가? (단, $x > 12$)

① $12 < x < \sqrt{61}$

② $12 < x < 2\sqrt{59}$

③ $12 < x < \sqrt{59}$

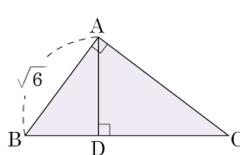
④ $12 < x < 2\sqrt{61}$

⑤ $12 < x < 2\sqrt{62}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 &< 10^2 + 12^2 \\x^2 &< 100 + 144 = 244 \\ \therefore x &< 2\sqrt{61}\end{aligned}$$

16. 직각삼각형 ABC의 점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{2}{3}$ 일 때, $10\overline{BD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{2}{3}$ 이므로 $\overline{BD} = 2k, \overline{DC} = 3k$ 라 하자.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ABC$ 는 $\angle B$ 를 공통각으로 가지고 있으며 한 개씩의 직각을 가지고 있으므로 닮은 꼴이다.

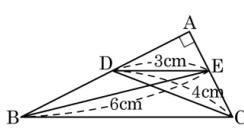
닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{BC} : \overline{AB}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$$

$$2k \times 5k = 6 \text{ 이므로 } 10\overline{BD}^2 = 40k^2 = 24$$

17. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{DE} = 3\text{ cm}$, $\overline{CD} = 4\text{ cm}$, $\overline{BE} = 6\text{ cm}$ 일 때, \overline{BC} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

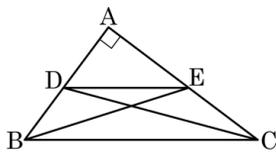
▶ 정답: $\sqrt{43}$ cm

해설

$$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{EB}^2 \text{ 이므로,}$$

$$x = \sqrt{6^2 + 4^2 - 3^2} = \sqrt{43} \text{ (cm)}$$

18. 다음 그림에서 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{DE} = 5\text{cm}$, $\overline{BE} = 6\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$ 일 때, \overline{BC} 의 길이는?

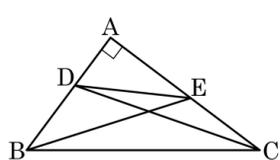


- ① $3\sqrt{3}\text{cm}$ ② $3\sqrt{5}\text{cm}$ ③ $4\sqrt{3}\text{cm}$
④ $5\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $5\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$$5^2 + x^2 = 6^2 + 8^2$$
$$x = 5\sqrt{3}\text{cm}$$

19. 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{DE} = 2$ 이고 $\overline{BE} = 2\sqrt{3}$, $\overline{CD} = 4$ 일 때, \overline{BC} 의 길이는?



- ① $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{2}$

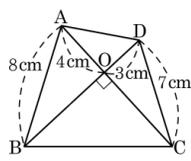
해설

$$2^2 + \overline{BC}^2 = (2\sqrt{3})^2 + 4^2 \text{ 이므로 } \overline{BC}^2 = 24$$

$$\therefore \overline{BC} = 2\sqrt{6}$$

20. 아래 그림에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고, $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 7\text{cm}$, $\overline{OA} = 4\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\text{cm}$ 일 때, \overline{BC} 의 길이를 구하면?

- ① 9cm ② 10cm
 ③ $3\sqrt{10}\text{cm}$ ④ $2\sqrt{22}\text{cm}$
 ⑤ 88cm



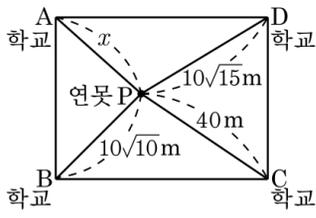
해설

$$\begin{aligned} \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \\ 5^2 + \overline{BC}^2 &= 8^2 + 7^2 \\ \therefore \overline{BC} &= 2\sqrt{22}(\text{cm}) \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} \triangle ABO \text{ 에서 } \overline{BO} &= \sqrt{64 - 16} = 4\sqrt{3} \\ \triangle DOC \text{ 에서 } \overline{OC} &= \sqrt{49 - 9} = 2\sqrt{10} \\ \therefore \triangle BOC \text{ 에서 } \overline{BC} &= \sqrt{48 + 40} = 2\sqrt{22}(\text{cm}) \end{aligned}$$

21. 다음 그림과 같이 A, B, C, D 네 학교가 선으로 연결하면 직사각형이 된다. 연못에서 네 학교까지의 거리가 다음과 같을 때, A 학교에서 시속 9km 로 출발하여 연못에 도착하는데 걸리는 시간은 몇 초인가?



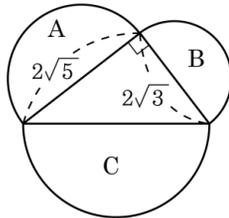
- ① 6 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 14 초

해설

$$x^2 + 40^2 = (10\sqrt{5})^2 + (10\sqrt{10})^2, x^2 = 900, x = 30\text{m 이다.}$$

$$(\text{시간}) = \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})} \text{ 이므로 구하는 시간은 } \frac{30}{9000} \times 60 \times 60 = 12 (\text{초}) \text{ 이다.}$$

22. 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 A, B, C 라고 할 때, $2(A+B)+C$ 의 값을 구하면?



- ① 8π ② 10π ③ 12π ④ 14π ⑤ 16π

해설

피타고라스 정리에 의해서 C 의 지름을 c 라고 하면 $c^2 = (2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 32$

따라서 $c = 4\sqrt{2}$ 이므로 $C = \frac{1}{2} \times \left(\frac{c}{2}\right)^2 \pi = \frac{1}{8} \times 32\pi = 4\pi$

피타고라스 정리를 이용하면 $C = A+B$ 이므로 $2(A+B)+C = 3C = 12\pi$

23. 세 변의 길이가 다음과 같을 때 둔각삼각형인 것은?

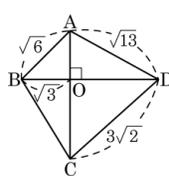
- ㉠ 2, 3, 4 ㉡ 7, 11, 13 ㉢ 3, 4, 5
㉣ $\sqrt{7}, \sqrt{10}, \sqrt{17}$ ㉤ 1, $\sqrt{3}, 2$

해설

- ㉠ $2^2 + 3^2 < 4^2$
㉡ $7^2 + 11^2 > 13^2$
㉢ $3^2 + 4^2 = 5^2$
㉣ $7 + 10 = 17$
㉤ $1 + 3 = 4$

24. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 \overline{CO} 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$)

- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{13}$
 ④ $\sqrt{19}$ ⑤ $2\sqrt{5}$



해설

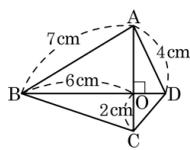
$$\overline{BC}^2 + \sqrt{13}^2 = \sqrt{6}^2 + (3\sqrt{2})^2$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{11}$$

$$\triangle BCO \text{ 에서 } \overline{CO}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 11 - 3 = 8$$

$$\therefore \overline{CO} = 2\sqrt{2}$$

25. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 의 두 대각선이 점 O 에서 직교하고 $AB = 7\text{cm}$, $\overline{BO} = 6\text{cm}$, $\overline{OC} = 2\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 일 때, \overline{CB} 와 \overline{CD} 의 길이를 차례로 나열한 것은?



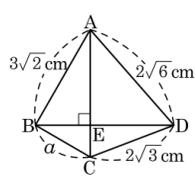
- ① $\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{6}\text{cm}$ ② $\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{7}\text{cm}$
 ③ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{6}\text{cm}$ ④ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{7}\text{cm}$
 ⑤ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $2\sqrt{2}\text{cm}$

해설

$$\overline{CB} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}(\text{cm})$$

$$(\overline{CD})^2 + 7^2 = (2\sqrt{10})^2 + 4^2, \overline{CD} = \sqrt{7}\text{cm}$$

26. 그림과 같이 $\square ABCD$ 의 대각선은 서로 수직으로 만난다. 대각선의 교점을 E라고 할 때, a 를 구하여라.



▶ 답: cm

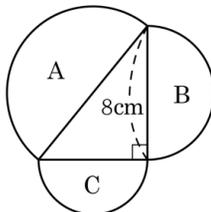
▶ 정답: $\sqrt{6}$ cm

해설

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$ 가 성립하므로 $(3\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2 = (2\sqrt{6})^2 + a^2$

따라서 $a = \sqrt{18 + 12 - 24} = \sqrt{6}$ (cm)이다.

27. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, $A = \frac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C = 25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

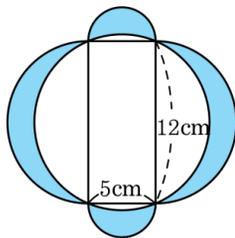
지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $C = A - B = \left(\frac{25}{2} - 8\right)\pi = \frac{9}{2}\pi$ 이므로 $A : B : C =$

$\frac{25}{2} : 8 : \frac{9}{2} = 25 : b : c$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

28. 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



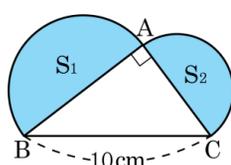
▶ 답: $\underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}^2$

▷ 정답: 60 cm^2

해설

사각형의 넓이는 색칠한 부분의 넓이와 같다.
 $\therefore 5 \times 12 = 60(\text{cm}^2)$

29. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 두 반원의 넓이의 합 $S_1 + S_2$ 의 값을 구하면?

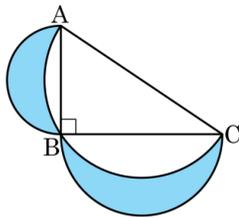


- ① $\frac{45}{2}\pi \text{ cm}^2$ ② $\frac{35}{2}\text{ cm}^2$ ③ $\frac{25}{2}\pi \text{ cm}^2$
 ④ $\frac{15}{2}\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi \text{ cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}
 S_1 + S_2 &= \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} + \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{8} (\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2) \\
 &= \frac{\pi}{8} \times \overline{BC}^2 = \frac{25}{2}\pi (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

30. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸더니 색칠한 부분의 넓이가 24 였다. 이때 변 AC의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{26}$

해설

$\overline{AB} = 2a$, $\overline{BC} = 3a$ 라 하면
 \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} 를 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 이라 하면
 (색칠한 부분의 넓이)
 $= S_1 + S_2 + \triangle ABC - S_3$
 $= \triangle ABC$ ($\because S_1 + S_2 = S_3$)
 $= \frac{1}{2} \times 2a \times 3a = 3a^2$
 즉, $3a^2 = 24$ 이므로 $a = 2\sqrt{2}$ 이다.
 따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{(2a)^2 + (3a)^2} = \sqrt{13}a = 2\sqrt{26}$ 이다.