1. 세 변의 길이가 5 , 9 ,a 인 삼각형이 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위를 구하여라. (단, $a > 9$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{106} < a < 14$

해설

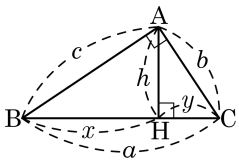
$a^2 > 9^2 + 5^2$

$a^2 > 106$

$a > 0$ 이므로 $a > \sqrt{106}$

따라서 $\sqrt{106} < a < 14$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $c^2 = ax$ ㉡ $bx = cy$ ㉢ $b^2 = ay$

㉣ $bc = ah$ ㉤ $a^2 = bc$ ㉥ $h^2 = xy$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉥

해설

㉠ $c^2 = ax$ (○)
㉡ $bx = cy$
㉢ $b^2 = ay$ (○)
㉣ $bc = ah$ (○)
㉤ $a^2 = bc$
㉥ $h^2 = xy$ (○)

3. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 삼각형의 종류가 바르게 연결되지 않은 것은?

① 2cm, 3cm, 4cm– 둔각삼각형

② 6cm, 8cm, 10cm– 직각삼각형

③ 6cm, 7cm, 9cm– 예각삼각형

④ 5cm, 12cm, 13cm– 직각삼각형

⑤ 4cm, 5cm, 6cm– 둔각삼각형

해설

가장 긴 변의 길이를 a , 다른 두 변의 길이를 b, c 라 할 때
$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형
$a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형
$a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형
⑤ $6^2 < 4^2 + 5^2$ 이므로 예각삼각형

4. 세 변의 길이가 6, a, 10 인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는 ?(단, $a < 10$)

① $0 < a < 2$ ② $2 < a < 4$ ③ $4 < a < 6$

④ $6 < a < 8$ ⑤ $8 < a < 10$

해설

i) 삼각형이 될 조건에서

$10 - 6 < a < 10 + 6$

그런데 $a < 10$ 이므로 $4 < a < 10$

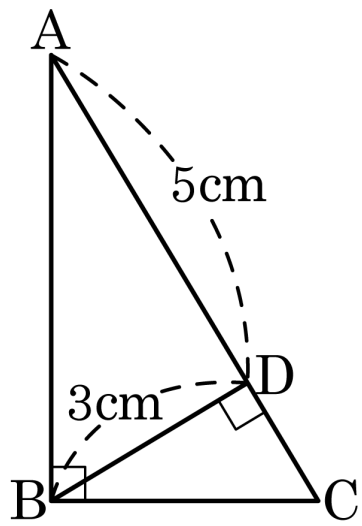
ii) 예각삼각형일 조건

$10^2 < 6^2 + a^2$

$a > 8$

i), ii) 에 의하여 $8 < a < 10$

5. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{2\sqrt{23}}{5}$ ② $\frac{3\sqrt{23}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{34}}{5}$

④ $\frac{4\sqrt{34}}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

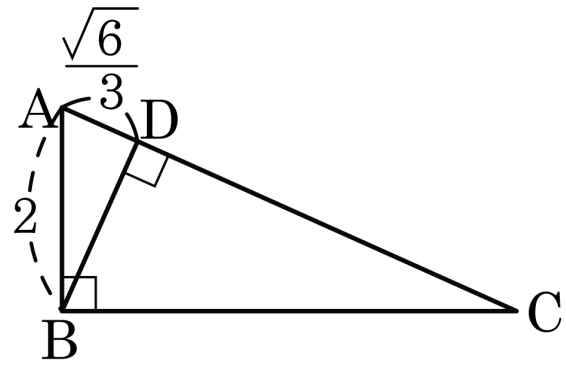
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD^2} = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$

$\overline{CD} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}(\text{cm})$

$x = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{34}}{5}$

6. 다음은 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 수선을 내린 것이다. $\overline{AC} = x$ 라고 했을 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

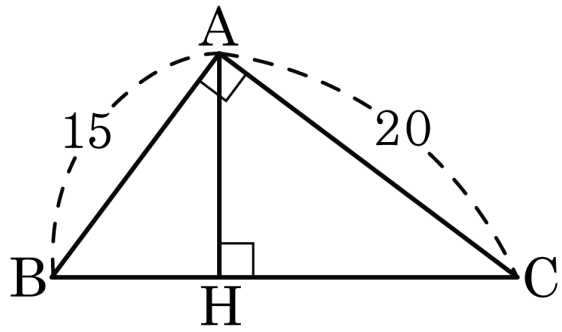
해설

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$4 = \frac{\sqrt{6}}{3}x$

$\therefore x = 4 \times \frac{3}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$

7. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB} = 15$, $\overline{AC} = 20$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

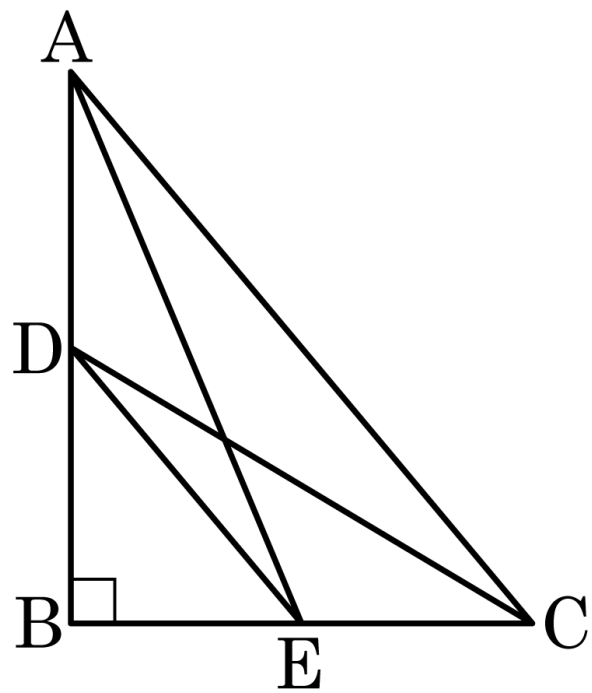
해설

$\overline{BC} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25$

$25 \times \overline{AH} = 15 \times 20$

$\therefore \overline{AH} = 12$

8. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값은?

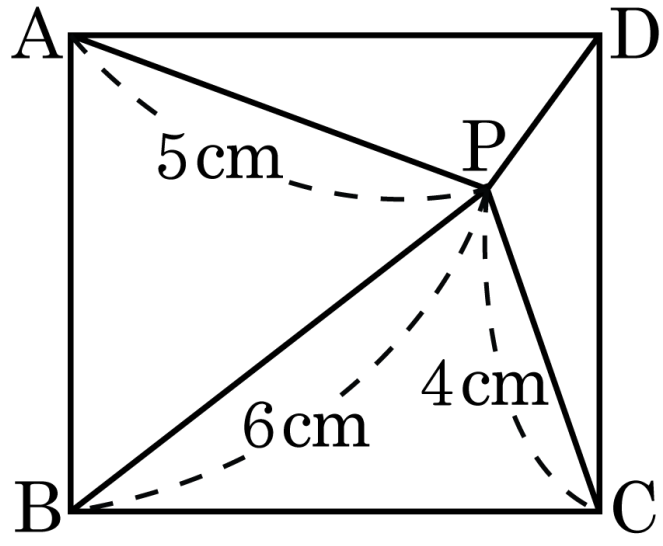


① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{23}$ ③ 5 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{29}$

해설

$\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$

9. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{AP} = 5\,\text{cm}, \overline{BP} = 6\,\text{cm}, \overline{CP} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하면?



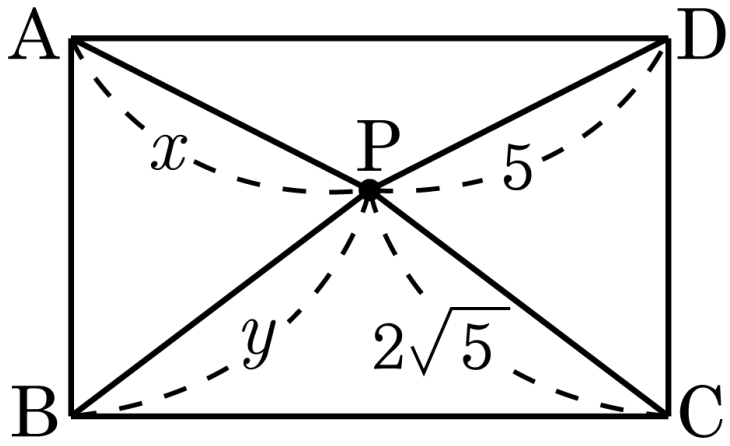
① $3\sqrt{2}\,\text{cm}$ ② $\sqrt{5}\,\text{cm}$ ③ $5\sqrt{2}\,\text{cm}$

④ $3\sqrt{3}\,\text{cm}$ ⑤ $4\sqrt{5}\,\text{cm}$

해설

$\overline{PD}^2 + 6^2 = 5^2 + 4^2$, $\overline{PD} = \sqrt{5}\,\text{cm}$

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있을 때, $x^2 - y^2$ 의 값을구하여라.

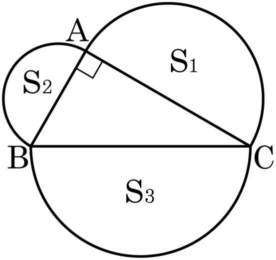


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^2 + (2\sqrt{5})^2 = y^2 + 5^2, x^2 - y^2 = 25 - 20 = 5$ 이다.

11. 다음 직각삼각형의 세 변을 지름으로 하는 반원 중 $S_3 = 20\pi\,\mathrm{cm}^2, S_1 = 15\pi\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, S_2 의 반지름을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\sqrt{10}$ cm

해설

$S_2 = 5\pi\mathrm{cm}^2$ 이므로 S_2 의 반지름을 r라고 할 때, $\frac{1}{2}r^2\pi = 5\pi$ 가 성립한다.

따라서 $r^2 = 10$

그러므로 $r = \sqrt{10}(\mathrm{cm})$

12. 세 변의 길이가 보기와 같은 삼각형 중에서 둔각삼각형의 개수는?

보기

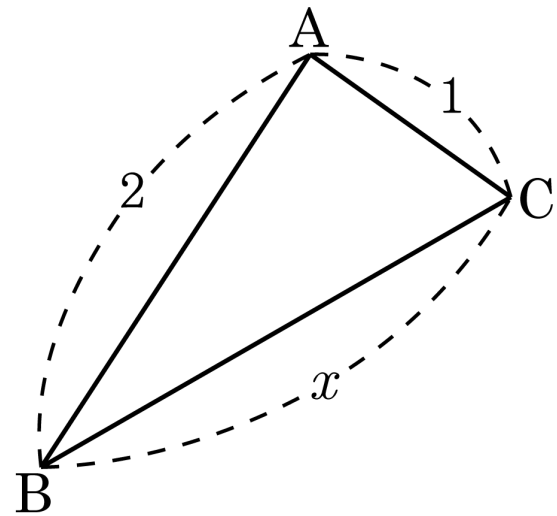
㉠ 11cm, 16cm, 26cm
㉡ 1cm ,1cm , $\sqrt{2}$cm
㉢ 5cm, 12cm, 13cm
㉣ 1cm, $\sqrt{3}$cm, 2cm
㉤ 5cm ,6cm , 7cm
㉥ 6cm, 7cm, 8cm

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

둔각삼각형 : ㉠
직각삼각형 : ㉡, ㉢, ㉣
예각삼각형 : ㉤, ㉥

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 예각일 때, x 의 값의 범위는? (단, x가 가장 긴 변이다.)



① $1 < x < \sqrt{5}$ ② $2 < x < \sqrt{5}$ ③ $\sqrt{5} < x < \sqrt{7}$

④ $\sqrt{5} < x < \sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{7} < x < \sqrt{11}$

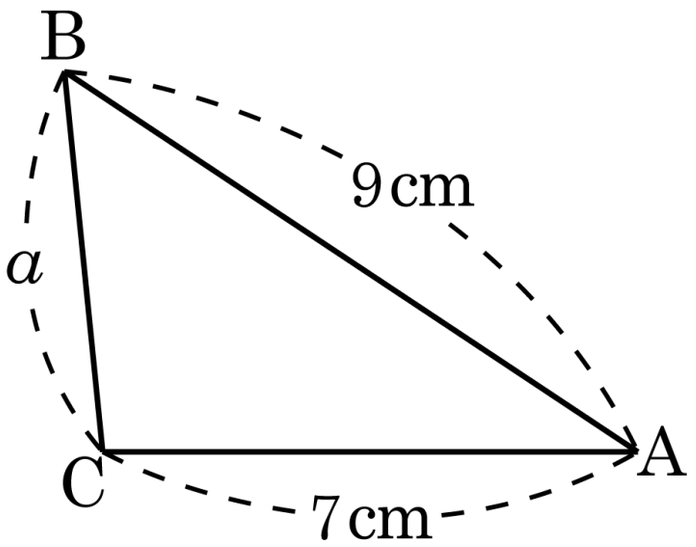
해설

i) x가 가장 긴 변이므로 $2 < x$

ii) $x^2 < 2^2 + 1^2$

$\therefore 2 < x < \sqrt{5}$

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = 9\text{cm}, \overline{AC} = 7\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 가 둔각이 되게 하는 a 의 값의 범위로 알맞은 것을 고르면?



① $2 < a < 2\sqrt{2}$ ② $2 < a < 3\sqrt{2}$ ③ $2 < a < 4\sqrt{2}$

④ $2 < a < 5\sqrt{2}$ ⑤ $2 < a < 6\sqrt{2}$

해설

$a^2 + 49 < 81$

$a^2 < 32,\ a < 4\sqrt{2}$

a 는 두 변의 차보다 커야 되므로 $a > 2$ 이다.

따라서 $2 < a < 4\sqrt{2}$ 이다.

15. 각 변의 길이가 각각 10 cm, 12 cm, x cm 인 삼각형을 예각삼각형으로 만들려고 할 때, x 의 값은 몇cm 로 해야 하는가? (단, $x > 12$)

① $12 < x < \sqrt{61}$

② $12 < x < 2\sqrt{59}$

③ $12 < x < \sqrt{59}$

④ $12 < x < 2\sqrt{61}$

⑤ $12 < x < 2\sqrt{62}$

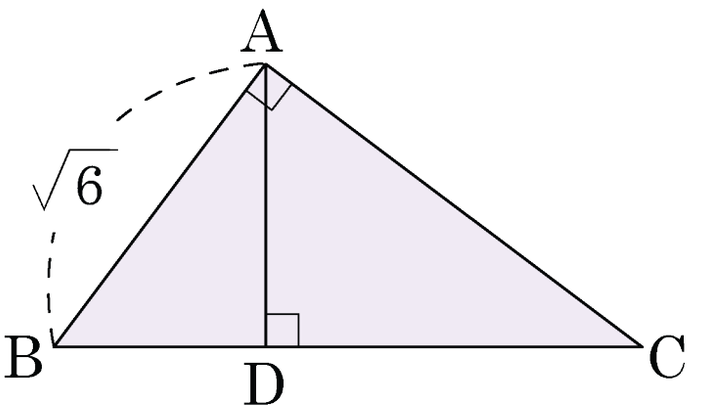
해설

$x^2 < 10^2 + 12^2$

$x^2 < 100 + 144 = 244$

$\therefore x < 2\sqrt{61}$

16. 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자. $\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{2}{3}$ 일 때, $10\overline{BD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{2}{3}$ 이므로 $\overline{BD} = 2k, \overline{DC} = 3k$ 라 하자.

$\triangle ABD$와 $\triangle ABC$는 $\angle B$를 공통각으로 가지고 있으며 한 개씩의 직각을 가지고 있으므로 닮은 꼴이다.

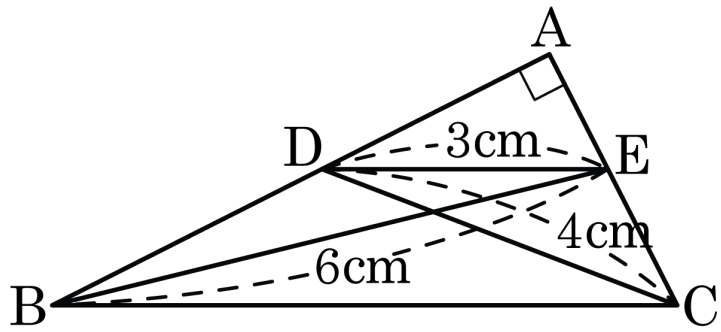
닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{BC} : \overline{AB}$

$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$

$2k \times 5k = 6$ 이므로 $10\overline{BD}^2 = 40k^2 = 24$

17. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 3\,cm$, $\overline{CD} = 4\,cm$, $\overline{BE} = 6\,cm$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

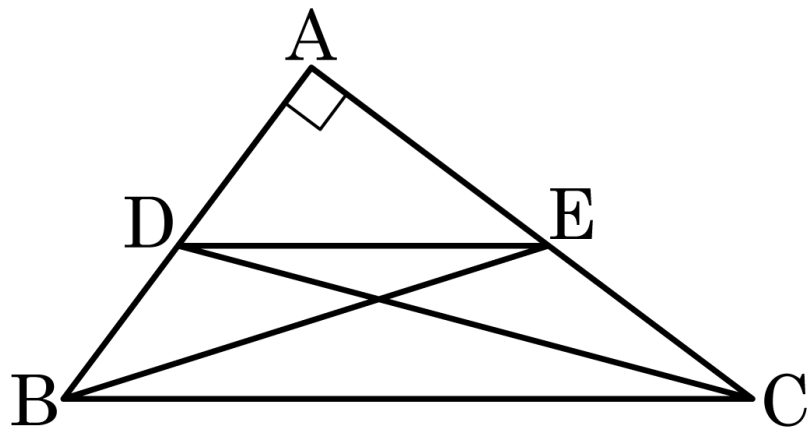
▷ 정답 : $\sqrt{43}$ cm

해설

$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{EB}^2$ 이므로,

$x = \sqrt{6^2 + 4^2 - 3^2} = \sqrt{43}\,(cm)$

18. 다음 그림에서 $\angle A = 90°, \overline{DE} = 5cm, \overline{BE} = 6cm, \overline{CD} = 8cm$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $3\sqrt{3}\,cm$ ② $3\sqrt{5}\,cm$ ③ $4\sqrt{3}\,cm$

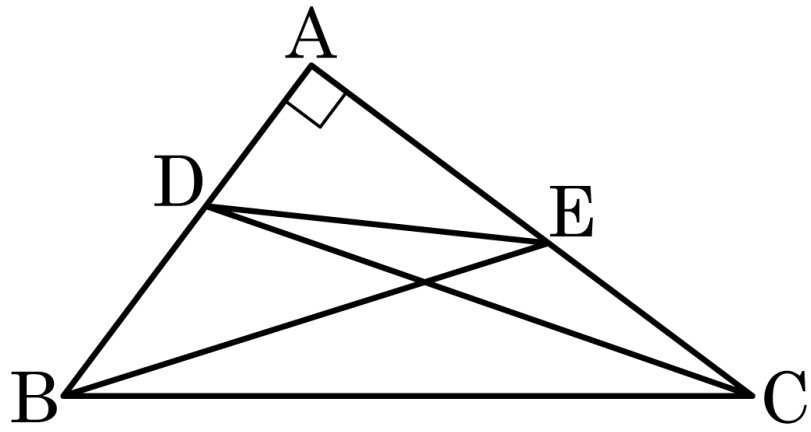
④ $5\sqrt{2}\,cm$ ⑤ $5\sqrt{3}\,cm$

해설

$5^2 + x^2 = 6^2 + 8^2$

$x = 5\sqrt{3}\,cm$

19. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}=2$ 이고 $\overline{BE}=2\sqrt{3}$, $\overline{CD}=4$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



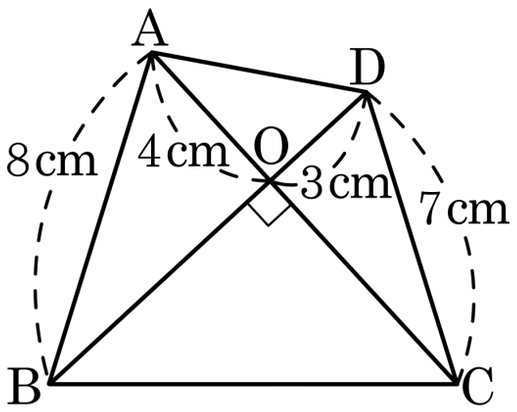
① $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{2}$

해설

$2^2+\overline{BC}^2=(2\sqrt{3})^2+4^2$ 이므로 $\overline{BC}^2=24$

$\therefore \overline{BC}=2\sqrt{6}$

20. 아래 그림에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고, $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 7\text{cm}$, $\overline{OA} = 4\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?



① 9cm ② 10cm

③ $3\sqrt{10}\text{cm}$ ④ $2\sqrt{22}\text{cm}$

⑤ 88cm

해설

$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$

$5^2 + \overline{BC}^2 = 8^2 + 7^2$

$\therefore \overline{BC} = 2\sqrt{22}(\text{ cm})$

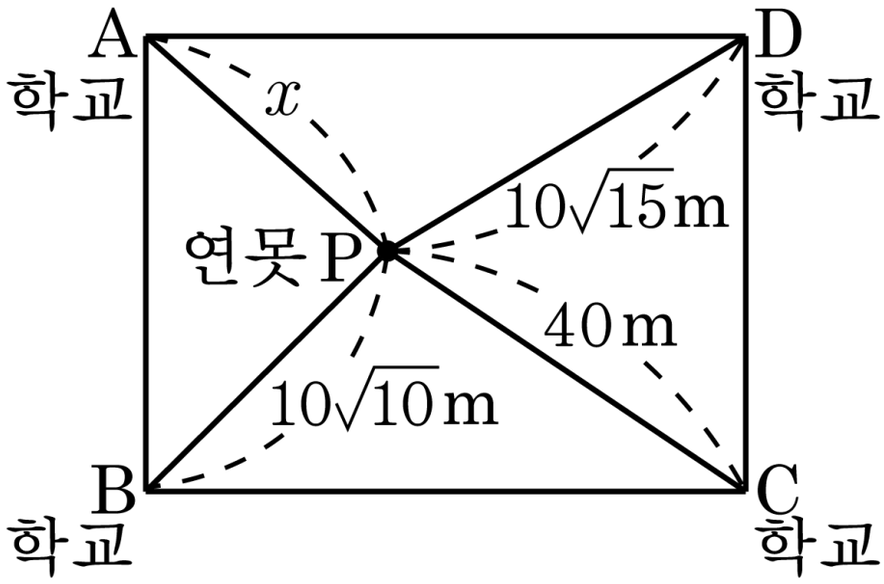
해설

$\triangle ABO$ 에서 $\overline{BO} = \sqrt{64-16} = 4\sqrt{3}$

$\triangle DOC$ 에서 $\overline{OC} = \sqrt{49-9} = 2\sqrt{10}$

$\therefore$ $\triangle BOC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{48+40} = 2\sqrt{22}(\text{cm})$

21. 다음 그림과 같이 A, B, C, D 네 학교가 선으로 연결하면 직사각형이 된다. 연못에서 네 학교까지의 거리가 다음과 같을 때, A 학교에서 시속 9km 로 출발하여 연못에 도착하는데 걸리는 시간은 몇 초인가?



① 6 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 14 초

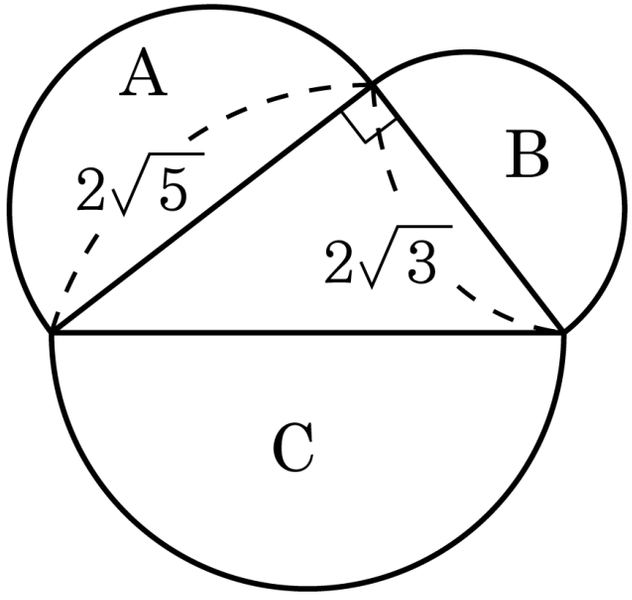
해설

$x^2 + 40^2 = (10\sqrt{5})^2 + (10\sqrt{10})^2, x^2 = 900, x = 30\text{m}$ 이다.

(시간)$= \dfrac{\text{(거리)}}{\text{(속력)}}$ 이므로 구하는 시간은 $\dfrac{30}{9000} \times 60 \times 60 = 12$ (초)

이다.

22. 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$ 라고 할 때, $2(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\mathrm{C}$ 의 값을 구하면?



① 8π ② 10π ③ 12π ④ 14π ⑤ 16π

해설

피타고라스 정리에 의해서 C 의 지름을 c 라고 하면 $c^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 32$

따라서 $c = 4\sqrt{2}$ 이므로 $\mathrm{C} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{c}{2}\right)^2 \pi = \frac{1}{8} \times 32\pi = 4\pi$

피타고라스 정리를 이용하면 $\mathrm{C} = \mathrm{A}+\mathrm{B}$ 이므로 $2(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\mathrm{C} = 3\mathrm{C} = 12\pi$

23. 세 변의 길이가 다음과 같을 때 둔각삼각형인 것은?

① $2,\ 3,\ 4$ ② $7,\ 11,\ 13$ ③ $3,\ 4,\ 5$

④ $\sqrt{7},\ \sqrt{10},\ \sqrt{17}$ ⑤ $1,\ \sqrt{3},\ 2$

해설

① $2^2 + 3^2 < 4^2$

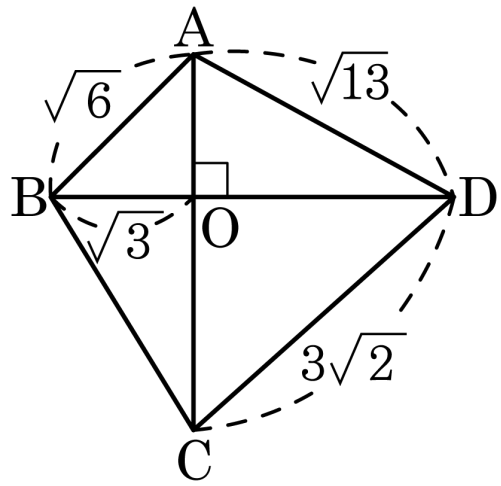
② $7^2 + 11^2 > 13^2$

③ $3^2 + 4^2 = 5^2$

④ $7 + 10 = 17$

⑤ $1 + 3 = 4$

24. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\overline{CO}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$)



① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{19}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

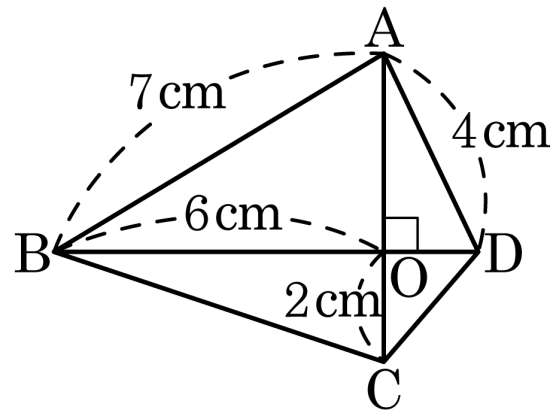
$\overline{BC}^2 + \sqrt{13}^2 = \sqrt{6}^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{11}$

$\triangle BCO$ 에서 $\overline{CO}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 11 - 3 = 8$

$\therefore \overline{CO} = 2\sqrt{2}$

25. 다음 그림과 같이 □ABCD의 두 대각선이 점 O에서 직교하고 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BO} = 6\text{cm}$, $\overline{OC} = 2\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{CB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 길이를 차례로 나열한 것은?



① $\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{6}\text{cm}$

② $\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{7}\text{cm}$

③ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{6}\text{cm}$

④ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{7}\text{cm}$

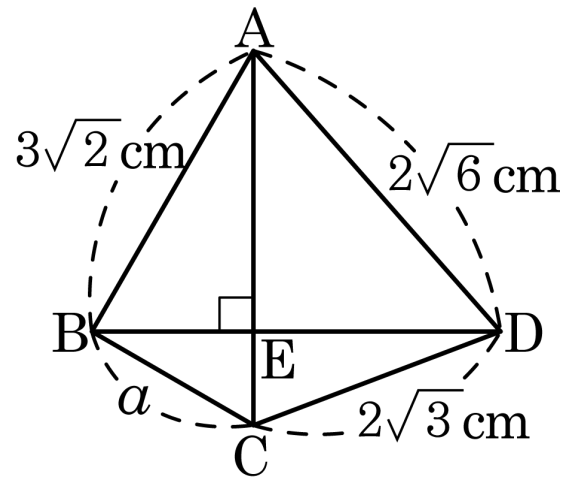
⑤ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $2\sqrt{2}\text{cm}$

해설

$\overline{CB} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}(\text{cm})$

$(\overline{CD})^2 + 7^2 = (2\sqrt{10})^2 + 4^2$, $\overline{CD} = \sqrt{7}\text{cm}$

26. 그림과 같이 □ABCD 의 대각선은 서로 수직으로 만난다. 대각선의 교점을 E 라고 할 때, a 를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

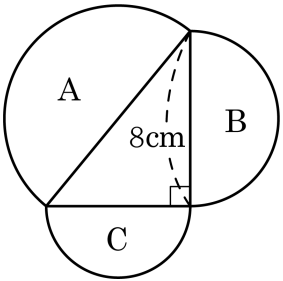
▷ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$ 가 성립하므로 $\left(3\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = \left(2\sqrt{6}\right)^2 + a^2$

따라서 $a = \sqrt{18 + 12 - 24} = \sqrt{6}(\text{ cm})$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, $A = \frac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C = 25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 7

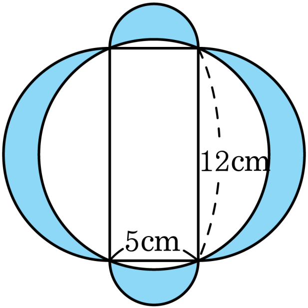
해설

지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $C = A - B = \left(\frac{25}{2} - 8\right)\pi = \frac{9}{2}\pi$ 이므로 $A : B : C = \frac{25}{2} : 8 : \frac{9}{2} = 25 : b : c$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

28. 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

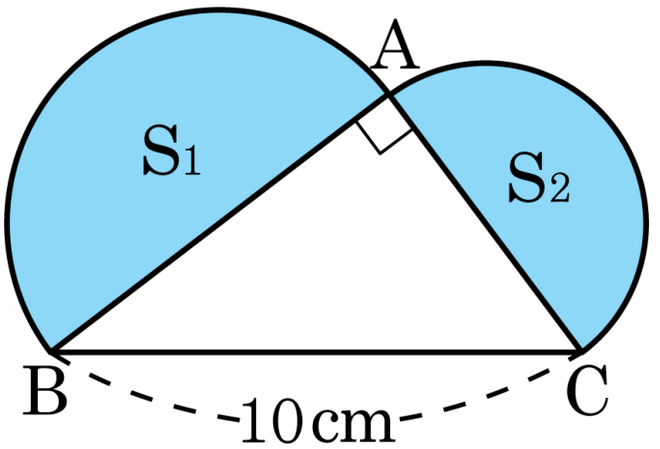
▷ 정답 : $60\,\text{cm}^2$

해설

사각형의 넓이는 색칠한 부분의 넓이와 같다.

$\therefore 5 \times 12 = 60(\text{cm}^2)$

29. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 직각을 낀 두 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 두 반원의 넓이의 합 $S_1 + S_2$ 의 값을 구하면?



① $\frac{45}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{35}{2}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{25}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$

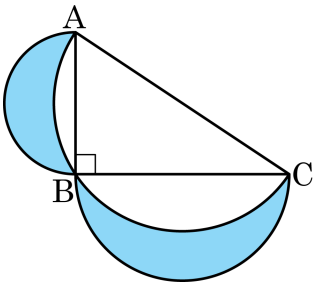
④ $\frac{15}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$S_1 + S_2 = \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} + \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{8}\left(\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2\right)$$

$$= \frac{\pi}{8} \times \overline{BC}^2 = \frac{25}{2}\pi(\,\mathrm{cm}^2)$$

30. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸더니 색칠한 부분의 넓이가 24 였다. 이때 변 AC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{26}$

해설

$\overline{AB} = 2a$, $\overline{BC} = 3a$ 라 하면
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하면
(색칠한 부분의 넓이)
$= S_1 + S_2 + \triangle ABC - S_3$
$= \triangle ABC$ ($\because$ $S_1 + S_2 = S_3$)
$= \frac{1}{2} \times 2a \times 3a = 3a^2$
즉, $3a^2 = 24$ 이므로 $a = 2\sqrt{2}$ 이다.
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{(2a)^2 + (3a)^2} = \sqrt{13}a = 2\sqrt{26}$ 이다.