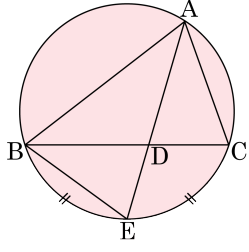


1. 다음 그림과 같이 $\widehat{BC}$ 의 중점을 E 라 하고 점 E에서 점 A로 그은 직선과 BC가 만나는 점을 D라 하자, $\overline{BE} = 6$, $\overline{DE} = 3$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

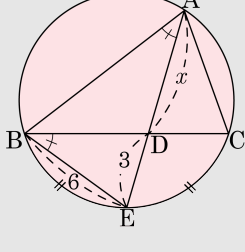


▶ 답 :

▷ 정답 : 9

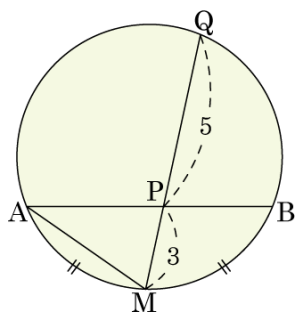
해설

다음 그림에서



$$6^2 = 3 \times (3 + x) \quad \therefore x = 9$$

2. 다음 그림과 같이 $\widehat{AB}$ 의 중점을 M이라 하고 M에서 그은 직선이 AB, 원과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{MP} = 3$, $\overline{PQ} = 5$ 이면 $\overline{AM}$ 의 길이는?

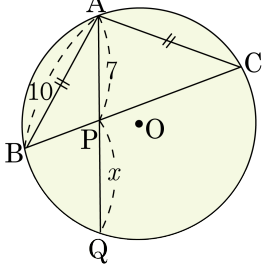


- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{15}$ ③ 5 ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$$\overline{AM}^2 = 3(3 + 5) \quad \therefore \overline{AM} = 2\sqrt{6}$$

3. $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$, $\overline{AP} = 7$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{51}{7}$

해설

보조선 $\overline{BQ}$ 를 그으면,

$\angle AQB = \angle ACB$ ($\because$ 원주각)

$\angle ABC = \angle ACB$ ($\because$ 이등변삼각형)

$\therefore \angle AQB = \angle ABC$

점 B, P, Q 는 한 원 위에 있고, $\overleftrightarrow{AB}$ 는 접선, $\overleftrightarrow{AQ}$ 는 할선이다.

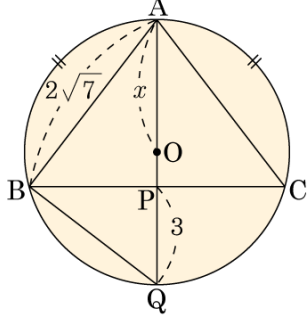
$$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$$

$$10^2 = 7\overline{AQ}$$

$$\overline{AQ} = \frac{100}{7}$$

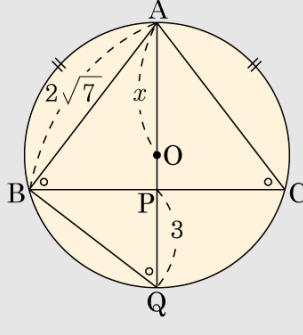
$$\therefore \overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = \frac{100}{7} - 7 = \frac{51}{7}$$

4. 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 이고 $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$, $PQ = 3$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

해설



$\triangle AQB \sim \triangle ABP$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AQ} : \overline{AB}$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$$

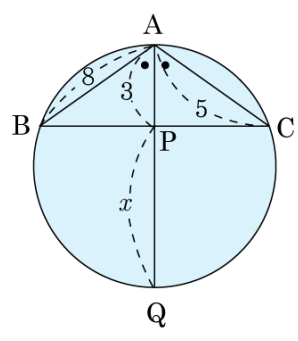
$$(2\sqrt{7})^2 = (2x-3) \times 2x$$

$$2x^2 - 3x - 14 = 0$$

$$(x+2)(2x-7) = 0$$

$$\therefore x = \frac{7}{2} \quad (\because x > 0)$$

5. 다음 그림에서 x 의 값은?



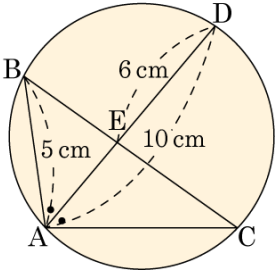
- ① 9 ② 10 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{25}{3}$ ⑤ $\frac{31}{3}$

해설

$$3(3 + x) = 5 \times 8$$

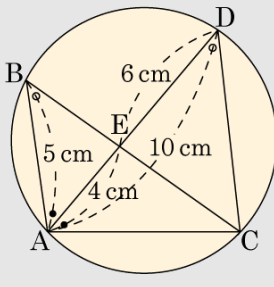
$$\therefore x = \frac{31}{3}$$

6. 그림에서 $\angle BAD = \angle CAD$ 이고, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{DE} = 6\text{cm}$, $\overline{AB} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



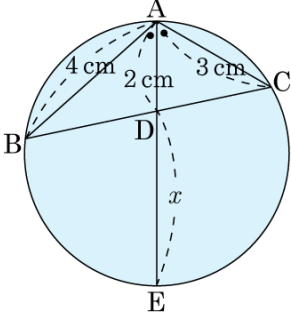
- ① 8cm ② 7.5cm ③ 7cm
 ④ 6.5cm ⑤ 6cm

해설



$\angle BAD = \angle CAD$
 $\angle ABC = \angle ADC$ (5.0pt $\widehat{AC}$ 에 대한 원주각)
 $\triangle BAE \sim \triangle DAC$ (AA답음)
 $\overline{BA} : \overline{DA} = \overline{AE} : \overline{AC}$
 $5 : 10 = 4 : \overline{AC} \quad \therefore \overline{AC} = 8\text{cm}$

7. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하고 외접원과 만나는 점을 E 라 하자. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 3\text{cm}$, $\overline{AD} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



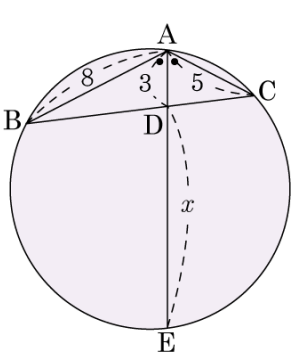
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설

두 점 E, C 를 이으면 $\triangle ABD \sim \triangle AEC$ ($\because \angle A$ A 닮음)
 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AC}$
 $4 : (2 + x) = 2 : 3$
 $4 + 2x = 12, \therefore x = 4$

8. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하고 외접원과 만나는 점을 E 라 하자. $\overline{DE} = \frac{b}{a}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : $b - a = 28$

해설

두 점 E, C 를 이으면 $\triangle ABD \sim \triangle AEC$ ($\because$ AA 닮음)

$$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AC}$$

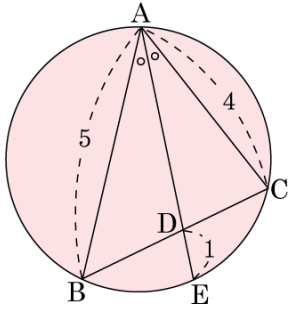
$$8 : (3 + x) = 3 : 5$$

$$9 + 3x = 40$$

$$\therefore x = \frac{31}{3}$$

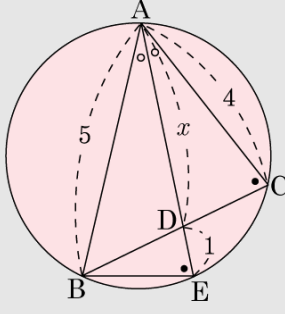
$$\therefore b - a = 31 - 3 = 28$$

9. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{DE} = 1$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



- ① 4 ② 4.5 ③ 5 ④ 5.5 ⑤ 6

해설



$\angle AEB = \angle ACB$ (5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각)

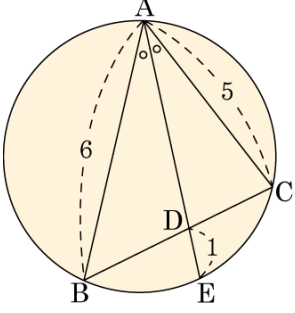
$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)

$\overline{AD} = x$ 라 하면 $5 : x = x + 1 : 4$

$5 \times 4 = x \times (x + 1), \quad x^2 + x - 20 = 0$

$(x - 4)(x + 5) = 0, \quad \therefore x = 4$

10. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{DE} = 1$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



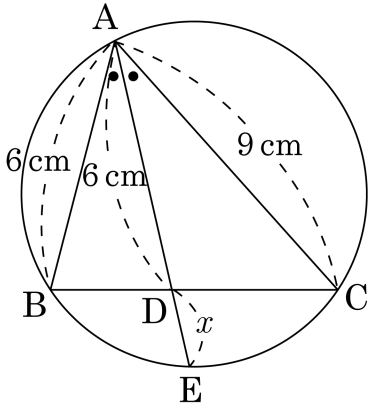
▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$\angle AEB = \angle ACB$ (5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)
 $\overline{AD} = x$ 라 하면 $6 : x = x + 1 : 5$
 $6 \times 5 = x \times (x + 1), x^2 + x - 30 = 0$
 $(x - 5)(x + 6) = 0 \therefore x = 5$

11. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선 $\overline{AD}$ 의 연장선이 원과 만나는 점을 E 라 할 때, x 의 값은?

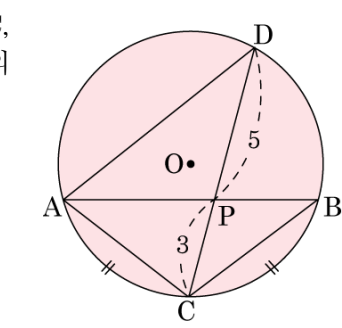


- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$$\triangle ABE \sim \triangle ADC (\because \text{AA 대응})$$
$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AC}$$
$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AE}$$
$$6 \times 9 = 6 \times (6 + x)$$
$$\therefore x = 3$$

12. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$, $\overline{PC} = 3$, $\overline{PD} = 5$ 일 때, $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



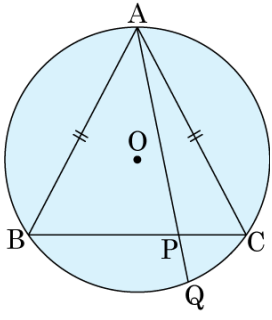
▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

$\triangle PAC \sim \triangle ADC$ 이므로 $\overline{AC} : \overline{DC} = \overline{CP} : \overline{AC}$
 $\overline{AC} : 8 = 3 : \overline{AC}$
 $\overline{AC}^2 = 3 \times 8$
 $\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{6}$ 이고 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{BC} = 2\sqrt{6}$ 이다.
 $2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$ 이다.

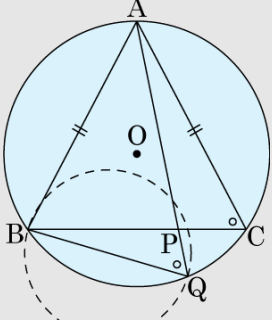
13. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선이 밑변 BC와 점 P에서 만나고, 이 삼각형의 외접원과 점 Q에서 만날 때, 만족하는 식을 고르면?



- ① $\overline{AB} = \overline{AP}$ ② $\overline{AB}^2 = \overline{AQ}$
 ③ $\overline{AB}^2 = 2\overline{AP}$ ④ $\overline{AB}^2 = 3\overline{AQ}$
 ⑤ $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$

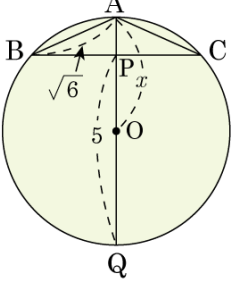
해설

$\angle ABC = \angle ACB$ (이등변삼각형)
 $\angle ACB = \angle AQB$ (5.0ptAB의 원주각)
 $\therefore \angle ABC = \angle AQB$
 따라서, 그림처럼 AB가 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이 된다.



또, AB가 접선일 때 $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$ 이다.

14. 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 이고 $\overline{AB} = \sqrt{6}$, $PQ = 5$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\triangle AQB \sim \triangle ABP$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AQ} : \overline{AB}$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$$

$$(\sqrt{6})^2 = (2x - 5) \times 2x$$

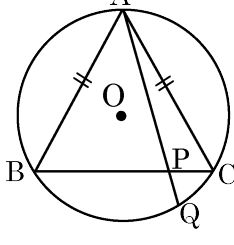
$$4x^2 - 10x - 6 = 0$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 3 \ (x > 0)$$

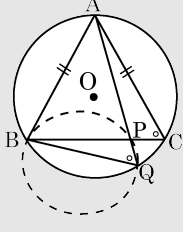
15. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 를 지나는 직선이 밑변 BC 와 점 P 에서 만나고, 이 삼각형의 외접원과 점 Q 에서 만날 때, $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 임을 설명하려고 한다. 이때 사용되는 정리를 고르면?



- ① $\overline{AB}$ 가 점 P, Q, B 를 지나는 원의 접선이면 $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이다.
- ② $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이면 $\overline{AC}$ 가 점 P, Q, B 를 지나는 원의 접선이다.
- ③ $\angle ABP = \angle AQB$ 이면 $\overline{AB}$ 가 점 P, Q, B 를 지나는 원의 접선이다.
- ④ $\overline{AC}$ 가 점 P, Q, C 를 지나는 원의 접선이면 $\angle ABP = \angle AQB$ 이다.
- ⑤ $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이면 $\overline{AB}$ 는 세 점 P, Q, B 를 지나는 원의 접선이다.

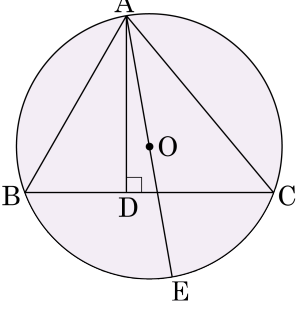
해설

$\angle ABC = \angle ACB$ (이등변삼각형)
 $\angle ACB = \angle AQB$ (호 AB 의 원주각)
 $\therefore \angle ABC = \angle AQB$
따라서 그림처럼 $\overline{AB}$ 가 점 B, P, Q 를 지나는 원의 접선이 된다.



또, $\overline{AB}$ 가 접선일 때 $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$ 이다.

16. 다음 그림을 보고 설명 중 옳지 않은 것은?

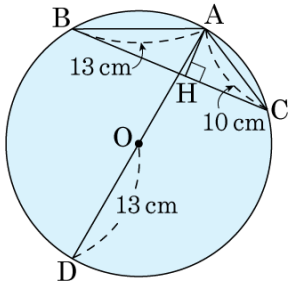


- ① $\angle ABD = \angle AEC$ ② $\triangle ABD \sim \triangle ACD$
 ③ $\angle ADB = \angle ACE = 90^\circ$ ④ $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AC}$
 ⑤ $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AE}$

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle AEC$ 에서
 $\angle ABD = \angle AEC$ (원주각),
 $\angle ADB = \angle ACE = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle ABD \sim \triangle AEC$ (AA답음)
 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AC}$ 이므로
 $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \overline{AD} \cdot \overline{AE}$

17. 다음 그림에서 반지름의 길이가 13cm 인 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. AD 가 원 O 의 지름이고 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{BH} : \overline{CH} = a : b$ 에서 $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.



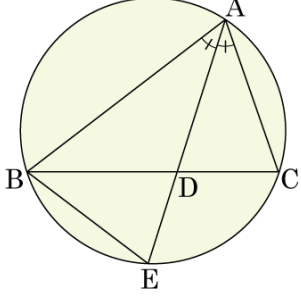
▶ 답 :

▷ 정답 : 69

해설

점 B와 D를 연결하면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle AHC$ 에서 $13 : 26 = \overline{AH} : 10$, $\overline{AH} = 5\text{cm}$ 이다.
 $\triangle ABH$ 가 직각삼각형이므로
 $\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\text{cm}$ 이고,
 $\overline{CH} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}\text{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{BH} : \overline{CH} = a : b = 12 : 5\sqrt{3}$, $a = 12$, $b = 5\sqrt{3}$ 이고,
 $a^2 - b^2 = 144 - 75 = 69$ 이다.

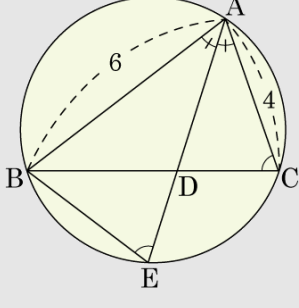
18. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D , 외접원과 만나는 점을 E 라고 하자. $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{AE} = 8$ 일 때, 선분 AD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



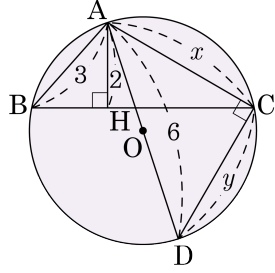
$\angle BAE = \angle DAC$, $\angle AEB = \angle ACD$ 이므로

$\triangle ABE \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)

따라서, $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$, $\frac{\overline{AD}}{6} = \frac{4}{8}$

$\therefore \overline{AD} = 3$

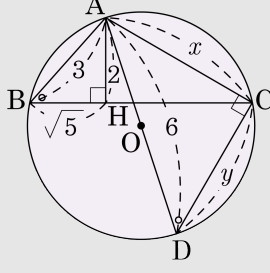
19. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이다. $\overline{AD} = 6$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AH} = 2$ 일 때, $x + y^2$ 의 값을 구하여라.
(단, $x = \overline{AC}$, $y = \overline{CD}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



$\triangle ABH \sim \triangle ADC$ 이고 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$
 $2 : x = 1 : 2 \quad \therefore x = 4$
 $\sqrt{5} : y = 1 : 2 \quad \therefore y = 2\sqrt{5}$
 $\therefore x + y^2 = 4 + 20 = 24$