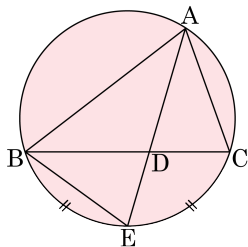


1. 다음 그림과 같이 $5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 중점을 E 라 하고 점 E에서 점 A로 그은 직선과 $\overline{BC}$ 가 만나는 점을 D 라 하자, $\overline{BE} = 6$, $\overline{DE} = 3$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

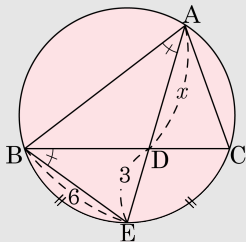


▶ 답 :

▷ 정답 : 9

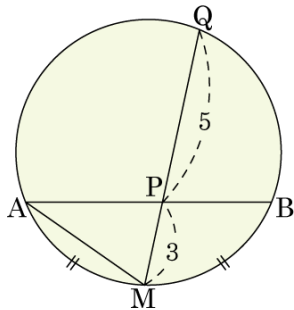
해설

다음 그림에서



$$6^2 = 3 \times (3 + x) \quad \therefore x = 9$$

2. 다음 그림과 같이 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 중점을 M이라 하고 M에서 그은 직선이 $\overline{AB}$, 원과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{MP} = 3$, $\overline{PQ} = 5$ 이면 $\overline{AM}$ 의 길이는?



① $\sqrt{10}$

② $\sqrt{15}$

③ 5

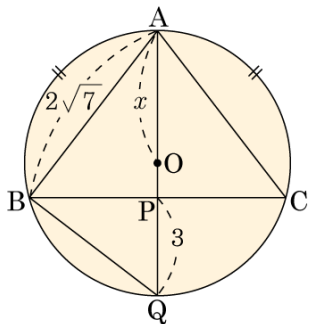
④ $2\sqrt{6}$

⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$$\overline{AM}^2 = 3(3 + 5) \quad \therefore \overline{AM} = 2\sqrt{6}$$

4. 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 이고
 $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$, $\overline{PQ} = 3$ 일 때, 원 O의
 반지름의 길이는?



① $\frac{7}{2}$

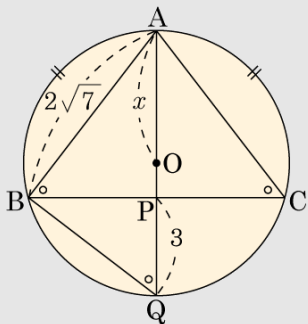
② 4

③ $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤ $\frac{11}{2}$

해설



$$\triangle AQB \sim \triangle ABP \text{ 이므로 } \overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AQ} : \overline{AB}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$$

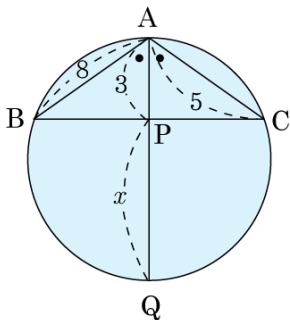
$$(2\sqrt{7})^2 = (2x - 3) \times 2x$$

$$2x^2 - 3x - 14 = 0$$

$$(x + 2)(2x - 7) = 0$$

$$\therefore x = \frac{7}{2} (\because x > 0)$$

5. 다음 그림에서 x 의 값은?



① 9

② 10

③ $\frac{10}{3}$

④ $\frac{25}{3}$

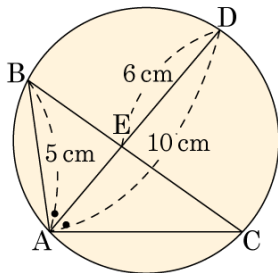
⑤ $\frac{31}{3}$

해설

$$3(3 + x) = 5 \times 8$$

$$\therefore x = \frac{31}{3}$$

6. 그림에서 $\angle BAD = \angle CAD$ 이고, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{DE} = 6\text{cm}$, $\overline{AB} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 8cm

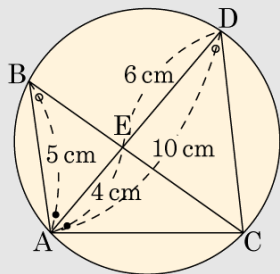
② 7.5cm

③ 7cm

④ 6.5cm

⑤ 6cm

해설



$$\angle BAD = \angle CAD$$

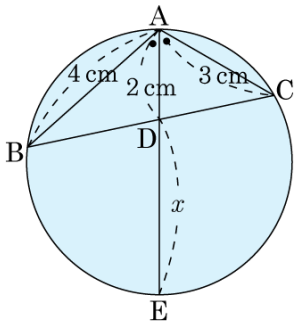
$$\angle ABC = \angle ADC \text{ (5.0pt } \widehat{AC} \text{ 에 대한 원주각)}$$

$$\triangle BAE \sim \triangle DAC \text{ (AA닮음)}$$

$$\overline{BA} : \overline{DA} = \overline{AE} : \overline{AC}$$

$$5 : 10 = 4 : \overline{AC} \quad \therefore \overline{AC} = 8\text{cm}$$

7. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하고 외접원과 만나는 점을 E 라 하자. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 3\text{cm}$, $\overline{AD} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 4cm

해설

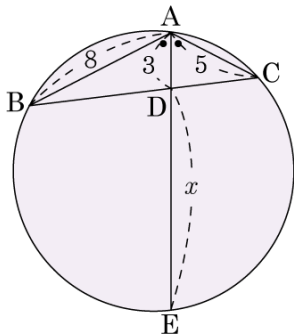
두 점 E, C 를 이르면 $\triangle ABD \sim \triangle AEC$ ($\because$ AA 닮음)

$$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AC}$$

$$4 : (2 + x) = 2 : 3$$

$$4 + 2x = 12, \therefore x = 4$$

8. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하고 외접원과 만나는 점을 E 라 하자. $\overline{DE} = \frac{b}{a}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : $b - a = 28$

해설

두 점 E, C 를 이으면 $\triangle ABD \sim \triangle AEC$ ($\because$ AA 닮음)

$$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AC}$$

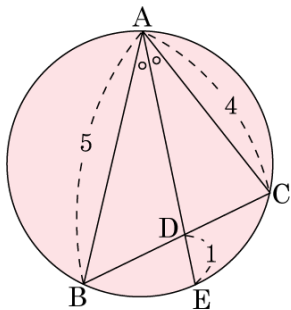
$$8 : (3 + x) = 3 : 5$$

$$9 + 3x = 40$$

$$\therefore x = \frac{31}{3}$$

$$\therefore b - a = 31 - 3 = 28$$

9. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{DE} = 1$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 4

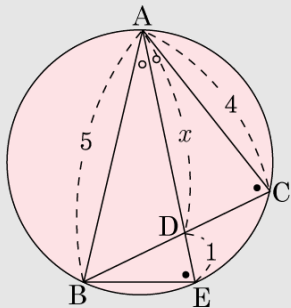
② 4.5

③ 5

④ 5.5

⑤ 6

해설



$\angle AEB = \angle ACB$ (5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각)

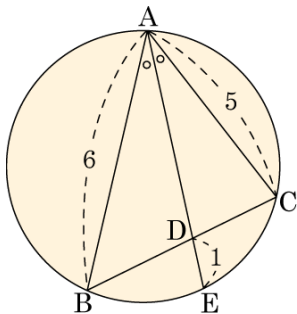
$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)

$\overline{AD} = x$ 라 하면 $5 : x = x + 1 : 4$

$5 \times 4 = x \times (x + 1), x^2 + x - 20 = 0$

$(x - 4)(x + 5) = 0, \therefore x = 4$

10. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{DE} = 1$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\angle AEB = \angle ACB$ (5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각)

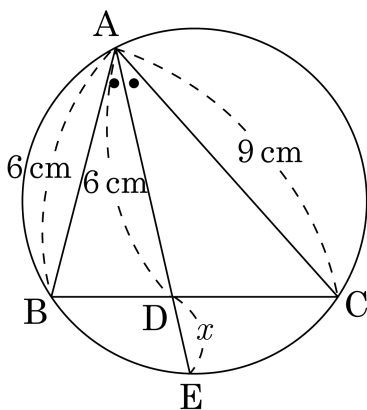
$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)

$\overline{AD} = x$ 라 하면 $6 : x = x + 1 : 5$

$$6 \times 5 = x \times (x + 1), x^2 + x - 30 = 0$$

$$(x - 5)(x + 6) = 0 \therefore x = 5$$

11. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선 $\overline{AD}$ 의 연장선이 원과 만나는 점을 E 라 할 때, x 의 값은?



① 1

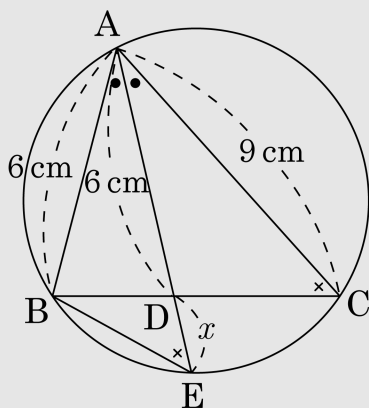
② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설



$\triangle ABE \sim \triangle ADC (\because \text{AA 대응})$

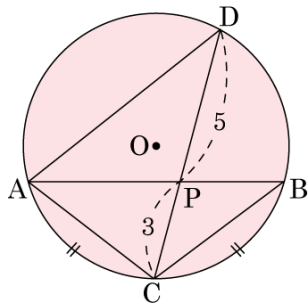
$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AC}$$

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AE}$$

$$6 \times 9 = 6 \times (6 + x)$$

$$\therefore x = 3$$

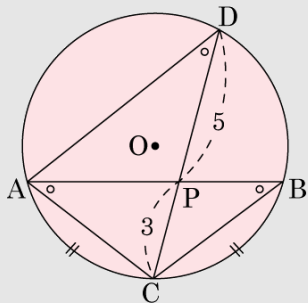
12. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$, $\overline{PC} = 3$, $\overline{PD} = 5$ 일 때, $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설



$\triangle PAC \sim \triangle ADC$ 이므로 $\overline{AC} : \overline{DC} = \overline{CP} : \overline{AC}$

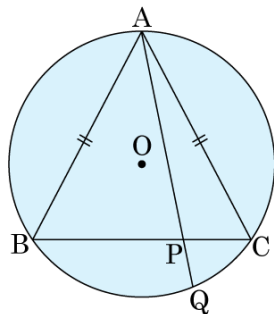
$$\overline{AC} : 8 = 3 : \overline{AC}$$

$$\overline{AC}^2 = 3 \times 8$$

$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{6}$ 이고 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{BC} = 2\sqrt{6}$ 이다.

$$2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6} \text{ 이다.}$$

13. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선이 밑변 BC와 점 P에서 만나고, 이 삼각형의 외접원과 점 Q에서 만날 때, 만족하는 식을 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{AP}$

② $\overline{AB}^2 = \overline{AQ}$

③ $\overline{AB}^2 = 2\overline{AP}$

④ $\overline{AB}^2 = 3\overline{AQ}$

⑤ $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$

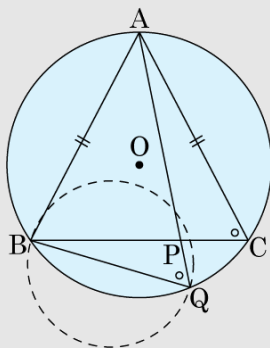
해설

$\angle ABC = \angle ACB$ (이등변삼각형)

$\angle ACB = \angle AQB$ (5.0ptAB의 원주각)

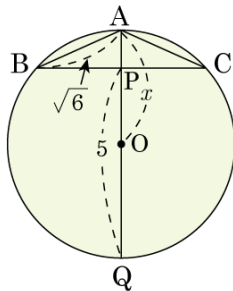
$\therefore \angle ABC = \angle AQB$

따라서, 그림처럼 $\overline{AB}$ 가 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이 된다.



또, $\overline{AB}$ 가 접선일 때 $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$ 이다.

14. 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 이고 $\overline{AB} = \sqrt{6}$, $\overline{PQ} = 5$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\triangle AQB \sim \triangle ABP \text{ 이므로 } \overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AQ} : \overline{AB}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$$

$$(\sqrt{6})^2 = (2x - 5) \times 2x$$

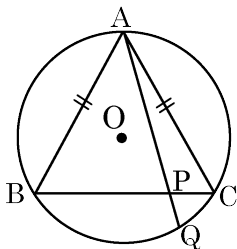
$$4x^2 - 10x - 6 = 0$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 3 \ (x > 0)$$

15. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선이 밑변 BC와 점 P에서 만나고, 이 삼각형의 외접원과 점 Q에서 만날 때, $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 임을 설명하려고 한다. 이때 사용되는 정리를 고르면?



- ① $\overline{AB}$ 가 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이면 $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이다.
- ② $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이면 $\overline{AC}$ 가 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이다.
- ③ $\angle ABP = \angle AQB$ 이면 $\overline{AB}$ 가 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이다.
- ④ $\overline{AC}$ 가 점 P, Q, C를 지나는 원의 접선이면 $\angle ABP = \angle AQB$ 이다.
- ⑤ $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이면 $\overline{AB}$ 는 세 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이다.

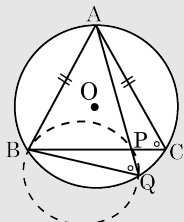
해설

$\angle ABC = \angle ACB$ (이등변삼각형)

$\angle ACB = \angle AQB$ (호 AB의 원주각)

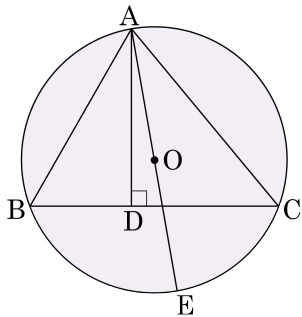
$\therefore \angle ABC = \angle AQB$

따라서 그림처럼 $\overline{AB}$ 가 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이 된다.



또, $\overline{AB}$ 가 접선일 때 $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$ 이다.

16. 다음 그림을 보고 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\angle ABD = \angle AEC$

② $\triangle ABD \sim \triangle ACD$

③ $\angle ADB = \angle ACE = 90^\circ$

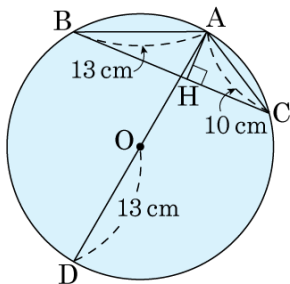
④ $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AC}$

⑤ $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AE}$

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle AEC$ 에서
 $\angle ABD = \angle AEC$ (원주각),
 $\angle ADB = \angle ACE = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle ABD \sim \triangle AEC$ (AA닮음)
 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AC}$ 이므로
 $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \overline{AD} \cdot \overline{AE}$

17. 다음 그림에서 반지름의 길이가 13cm 인 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. $\overline{AD}$ 가 원 O 의 지름이고 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{BH} : \overline{CH} = a : b$ 에서 $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 69

해설

점 B와 D를 연결하면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle AHC$ 에서 $13 : 26 = \overline{AH} : 10$, $\overline{AH} = 5\text{cm}$ 이다.

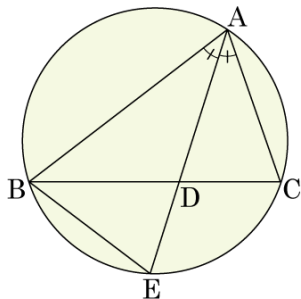
$\triangle ABH$ 가 직각삼각형이므로

$$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\text{cm} \text{이고,}$$

$$\overline{CH} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}\text{cm} \text{이다.}$$

따라서 $\overline{BH} : \overline{CH} = a : b = 12 : 5\sqrt{3}$, $a = 12$, $b = 5\sqrt{3}$ 이고,
 $a^2 - b^2 = 144 - 75 = 69$ 이다.

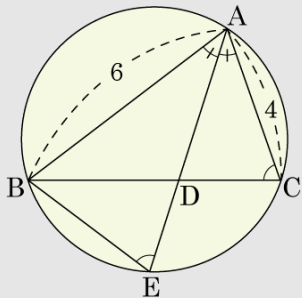
18. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D , 외접원과 만나는 점을 E 라고 하자. $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{AE} = 8$ 일 때, 선분 AD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



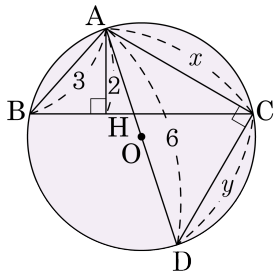
$\angle BAE = \angle DAC$, $\angle AEB = \angle ACD$ 이므로

$\triangle ABE \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)

따라서, $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$, $\frac{\overline{AD}}{6} = \frac{4}{8}$

$\therefore \overline{AD} = 3$

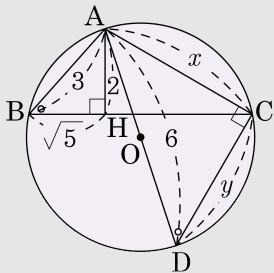
19. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이다. $\overline{AD} = 6$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AH} = 2$ 일 때, $x + y^2$ 의 값을 구하여라.
(단, $x = \overline{AC}$, $y = \overline{CD}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



$\triangle ABH \sim \triangle ADC$ 이고 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$

$$2 : x = 1 : 2 \quad \therefore x = 4$$

$$\sqrt{5} : y = 1 : 2 \quad \therefore y = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore x + y^2 = 4 + 20 = 24$$