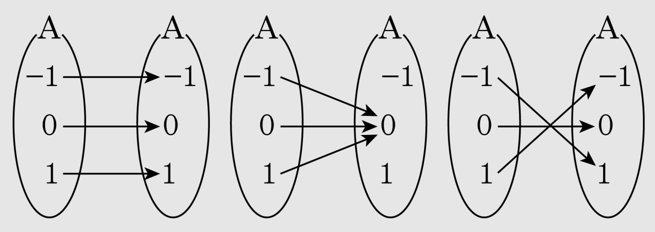
1. 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$ 이라 할 때, 함수 $f : A \to A$ 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족하는 함수 f 의 가지수는?

① 2 가지　② 3 가지　③ 6 가지
④ 8 가지　⑤ 9 가지

해설

$f(-0) = -f(0)$
$\therefore f(0) = 0 \cdots$ ㉠
$f(-1) = -f(1) \cdots$ ㉡



㉠, ㉡을 만족하는 함수 f 는 위의 3 가지뿐이다.

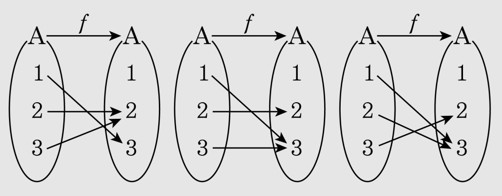
2. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족시키는 함수 $f : A \to A$ 의 개수는 몇 개인가?

Ⅰ. $f(1) = 3$
Ⅱ. $x \in A$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값은 2 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 조건을 만족시키기 위해서는
$f(2) = 2$ 또는 $f(3) = 2$ 를 만족시키고
$f(2),\ f(3)$ 의 값이 동시에
3 이 되어서는 안되며 어떤 원소도
1 에 대응해서는 안된다.
따라서, 함수 f 의 대응은 다음과 같다.



$\therefore$ 3 개

3. 두 집합 $A=\{-1,\ 0,\ 1\}$, $B=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수 f 가 $x \in A$ 인 모든 x 에 대하여 $f(-x)=-f(x)$ 를 만족시킬 때, 함수 f 의 개수는 몇 개인가?

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

집합 A 에서 B 로의 함수 f 가
$f(-x)=-f(x)$ 를 만족시키려면
-1 이 대응할 수 있는 원소는
$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$ 의 5 가지.
0 이 대응할 수 있는 원소는
$f(-0)=-f(0)$ 에서, $2f(0)=0$,
즉 0 의 1 가지
1 이 대응할 수 있는 원소는 $-f(-1)$ 의 1 가지
따라서, 함수 f 의 개수는 $5\times1\times1=5$ (개)

4. 함수 $f(x)$가 $f\left(\frac{x+1}{5}\right)=x+2$ 를 만족할 때, $f(x)$를 x 의 식으로 나타내고 이를 이용하여 $f(f(10))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 256

해설

$\frac{x+1}{5}=t$ 로 놓으면 $x=5t-1$

$f(t)=(5t-1)+2=5t+1$ 에서

$f(x)=5x+1$

$\therefore\ f(f(x))=f(5x+1)=5(5x+1)+1$

$=25x+6$

$\therefore\ f(f(10))=25\cdot 10+6=256$

5. 함수 $f(x)$ 가 $f(2x-1)=x^2+2x-1$ 을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은 얼마인가?

① -1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 14

해설

$f(3)=f(2\cdot2-1)=2^2+2\cdot2-1=7$

6. 정의역이 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)$가 $f\left(\frac{x+4}{2}\right)=3x+2$를 만족시킨다. 이때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f\left(\frac{x+4}{2}\right)=3x+2$ 에서

$\frac{x+4}{2}=2$ 이면 $x=0$ 이므로

$f(2)=3\cdot0+2=2$

7. 두 함수 $y = |x+1| - |x-2|$, $y = mx$ 의 그래프가 서로 다른 세 점에서 만나도록 상수 m의 값을 정할 때, 다음 중 m의 값이 될 수 있는 것을 구하면?

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$y = |x+1| - |x-2|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$y = -(x+1) - (-x+2) = -3$

ii) $-1 \le x < 2$ 일 때

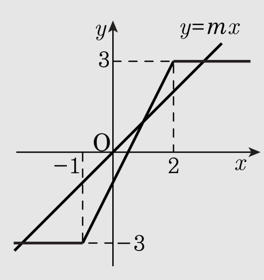
$y = (x+1) - (-x+2) = 2x - 1$

iii) $x \ge 2$ 일 때

$y = (x+1) - (x-2) = 3$

i) ii) iii) 에서 $y = mx$ 와 서로 다른 세 점에서 만나기 위해서는 $0 < m < \frac{3}{2}$

따라서 m 의 값이 될 수 있는 것은 ④ 번이다.



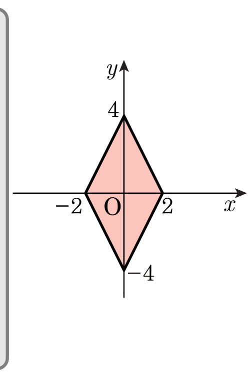
8. 함수 $2|x|+|y|=4$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

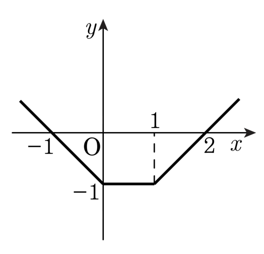
▷ 정답 : 16

해설

$2|x|+|y|=4$ 의 그래프는 $2x+y=4$,
즉 $y=-2x+4$ 의 그래프에서
$x \ge 0$, $y \ge 0$ 인 부분만 남기고,
이 그래프를 x축, y축, 원점에 대하여 각각 대칭시킨 것이므로 다음 그림과 같다.
따라서 구하는 도형의 넓이는 $8 \times 4 \times \frac{1}{2} = 16$



9. 다음 그림은 $y=f(x)$ 의 그래프이다. 이때, $y=f(x)$ 와 $y=|f(x)|$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y=|f(x)|$ 의 그래프는 $y=f(x)$ 의 그래프에서
x축의 윗부분은 그대로 두고 x축의 아랫부분을
x축에 대하여 대칭이동하면 된다.
따라서, 두 그래프로 둘러싸인 부분은 다음 그림과 같으므로 그 넓이는
$2\left(\frac{1}{2}\cdot1\cdot1+1\cdot1+\frac{1}{2}\cdot1\cdot1\right)=4$