

1. 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$ 이라 할 때, 함수 $f : A \rightarrow A$ 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족하는 함수 f 의 가지수는?

① 2 가지

② 3 가지

③ 6 가지

④ 8 가지

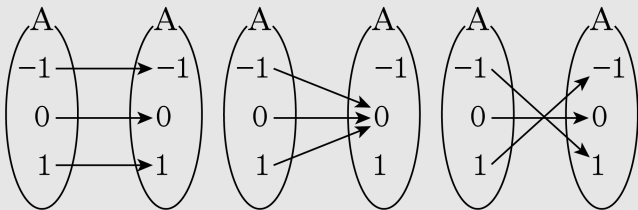
⑤ 9 가지

해설

$$f(-0) = -f(0)$$

$$\therefore f(0) = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(-1) = -f(1) \cdots \textcircled{㉡}$$



㉠, ㉡을 만족하는 함수 f 는 위의 3 가지뿐이다.

2. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족시키는 함수 $f: A \rightarrow A$ 의 개수는 몇 개인가?

I. $f(1) = 3$

II. $x \in A$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값은 2이다.

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

두 조건을 만족시키기 위해서는

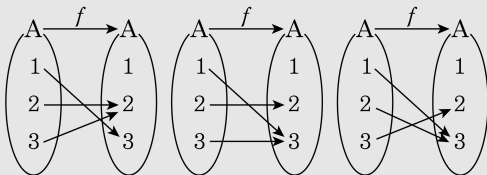
$f(2) = 2$ 또는 $f(3) = 2$ 를 만족시키고

$f(2), f(3)$ 의 값이 동시에

3이 되어서는 안되며 어떤 원소도

1에 대응해서는 안된다.

따라서, 함수 f 의 대응은 다음과 같다.



$\therefore$ 3 개

3. 두 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수 f 가 $x \in A$ 인 모든 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킬 때, 함수 f 의 개수는 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

집합 A 에서 B 로의 함수 f 가

$f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키려면

-1이 대응할 수 있는 원소는

-2, -1, 0, 1, 2의 5가지.

0이 대응할 수 있는 원소는

$f(-0) = -f(0)$ 에서, $2f(0) = 0$,

즉 0의 1가지

1이 대응할 수 있는 원소는 $-f(-1)$ 의 1가지

따라서, 함수 f 의 개수는 $5 \times 1 \times 1 = 5$ (개)

4. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{5}\right) = x+2$ 를 만족할 때, $f(x)$ 를 x 의 식으로 나타내고 이를 이용하여 $f(f(10))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 256

해설

$$\frac{x+1}{5} = t \text{로 놓으면 } x = 5t - 1$$

$$f(t) = (5t - 1) + 2 = 5t + 1 \text{에서}$$

$$f(x) = 5x + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore f(f(x)) &= f(5x + 1) = 5(5x + 1) + 1 \\ &= 25x + 6\end{aligned}$$

$$\therefore f(f(10)) = 25 \cdot 10 + 6 = 256$$

5. 함수 $f(x)$ 가 $f(2x - 1) = x^2 + 2x - 1$ 을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은 얼마인가?

① -1

② 2

③ 4

④ 7

⑤ 14

해설

$$f(3) = f(2 \cdot 2 - 1) = 2^2 + 2 \cdot 2 - 1 = 7$$

6. 정의역이 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+4}{2}\right) = 3x + 2$ 를 만족시킨다. 이때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$f\left(\frac{x+4}{2}\right) = 3x + 2 \text{ 에서}$$

$$\frac{x+4}{2} = 2 \text{ 이면 } x = 0 \text{ 이므로}$$

$$f(2) = 3 \cdot 0 + 2 = 2$$

7. 두 함수 $y = |x + 1| - |x - 2|$, $y = mx$ 의 그래프가 서로 다른 세 점에서 만나도록 상수 m 의 값을 정할 때, 다음 중 m 의 값이 될 수 있는 것을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$y = |x + 1| - |x - 2|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$$y = -(x + 1) - (-x + 2) = -3$$

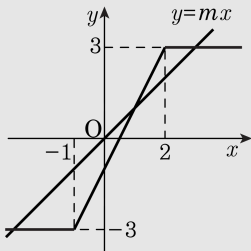
ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때

$$y = (x + 1) - (-x + 2) = 2x - 1$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$y = (x + 1) - (x - 2) = 3$$

i) ii) iii)에서 $y = mx$ 와 서로 다른 세 점에서 만나기 위해서는 $0 < m < \frac{3}{2}$ 따라서 m 의 값이 될 수 있는 것은 ④번이다.



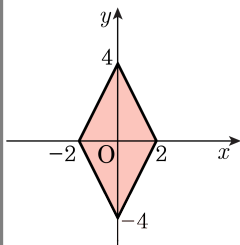
8. 함수 $2|x| + |y| = 4$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

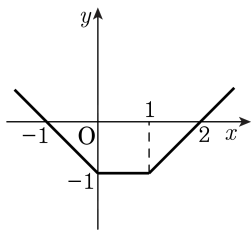
해설

$2|x| + |y| = 4$ 의 그래프는 $2x + y = 4$,
즉 $y = -2x + 4$ 의 그래프에서
 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분만 남기고,
이 그래프를 x 축, y 축, 원점에 대하여 각
각 대칭시킨 것이므로 다음 그림과 같다.
따라서 구하는 도형의 넓이는 $8 \times 4 \times \frac{1}{2} =$
16



9. 다음 그림은 $y = f(x)$ 의 그래프이다. 이때,
 $y = f(x)$ 와 $y = |f(x)|$ 의 그래프로 둘러싸
 인 부분의 넓이는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$y = |f(x)|$ 의 그래프는 $y = f(x)$ 의 그
 래프에서

x 축의 위부분은 그대로 두고 x 축의 아
 랫부분을

x 축에 대하여 대칭이동하면 된다.

따라서, 두 그래프로 둘러싸인 부분은
 다음 그림과 같으므로 그 넓이는

$$2 \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \right) = 4$$

