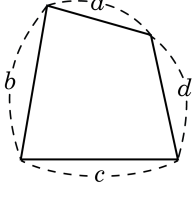


1. 다음 사각형의 두 대각선은 직교하고, 각 변의 길이를 a, b, c, d 라고 했을 때, 다음의 식이 성립한다. $a(3a-2)$ 의 값을 구하여라.



보기

$$2a = b, d = a + 1, c = d + 1$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ 가 성립하므로 위의 세 식을 대입하면 $a^2 + (a+2)^2 = 4a^2 + (a+1)^2$ 이다.

이를 정리하면 $3a^2 - 2a - 3 = 0$, 즉 $a(3a-2) = 3$

2. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 3, \overline{BC} = 4, \overline{CD} = 5$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

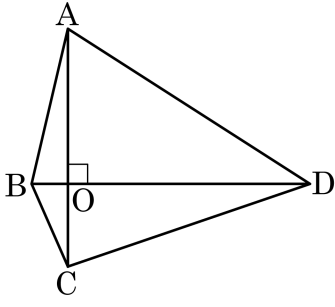
▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

O는 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점일 때,
 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2 + \overline{DO}^2$
 $= \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2 + \overline{AO}^2 + \overline{DO}^2$
 $= \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$ 이므로 $3^2 + 5^2 = 4^2 + x^2$,
 $x^2 = 34 - 16, x^2 = 18$
 $\therefore x = 3\sqrt{2}$

3. 다음과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 를 만족하는 사각형 ABCD 는
이 성립한다.

안에 들어갈 식으로 가장 적절한 것을 고르면?



- ① $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2$
- ② $\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$
- ③ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AD}^2$
- ④ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$
- ⑤ $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

해설

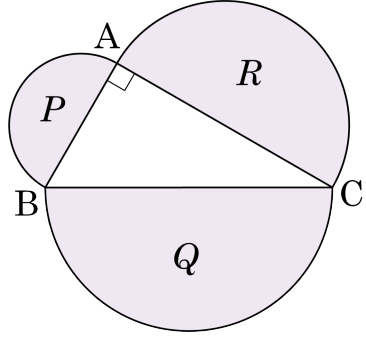
$$\triangle ABO \text{ 에서 } \overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2$$

$$\triangle CDO \text{ 에서 } \overline{CD}^2 = \overline{CO}^2 + \overline{DO}^2$$

$$\triangle BCO \text{ 에서 } \overline{BC}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2$$

$$\triangle ADO \text{ 에서 } \overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{DO}^2$$

4. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P,Q,R 이라고 하자. $P = 6\pi\text{cm}^2$, $Q = 13\pi\text{cm}^2$ 일 때, R 의 지름은?



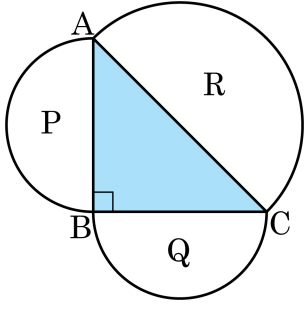
▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{14}\text{cm}$

해설

$Q = P + R$ 이므로 $R = Q - P = 13\pi - 6\pi = 7\pi(\text{cm}^2)$ 이다.
따라서 R 의 반지름을 r 이라고 하면 $r^2\pi = 7\pi \times 2 = 14\pi$ 이므로
 $r = \sqrt{14}(\text{cm})$
그러므로 R 의 지름은 $2\sqrt{14}(\text{cm})$

5. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 각 변을 지름으로 하는 세 변의 넓이를 각각 P, Q, R이라 하자. $\overline{BC}=8$, $R=16\pi$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



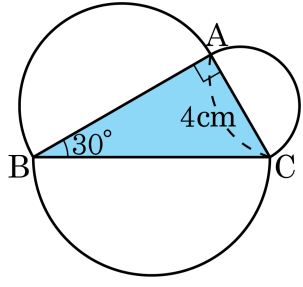
▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$\overline{BC}=8$ 이므로 $Q=8\pi$ 이고 $R=P+Q$ 이므로 $P=8\pi$
따라서 $\overline{AB}=\overline{BC}=8$ 이 되어 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 8\times 8=32$

6. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



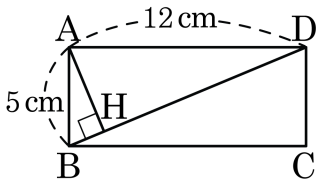
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ cm^2

해설

$$\begin{aligned} \overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} &= 1 : \sqrt{3} : 2 \text{ 이므로} \\ \overline{AB} &= 4\sqrt{3}(\text{cm}), \overline{BC} = 8(\text{cm}) \\ (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= (\triangle ABC \text{의 넓이}) \\ &= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 \\ &= 8\sqrt{3}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\text{cm}$ 이 직사각형 ABCD 이 있을 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{60}{13}$ cm

해설

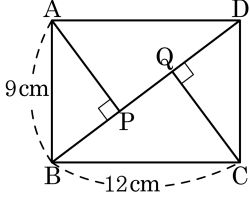
$$\overline{BD} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13(\text{cm})$$

△ABD 의 넓이를

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times 13 \times \overline{AH}$$

$$\therefore \overline{AH} = \frac{60}{13}\text{cm}$$

8. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{AP} + \overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



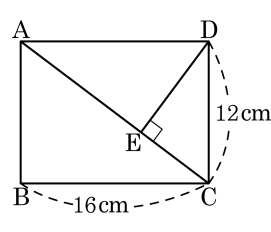
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16.8 cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = 15(\text{cm})$ 이다.
 $\overline{AP} \times \overline{BD} = \overline{AB} \times \overline{AD}$ 이므로,
 $\overline{AP} = 7.2(\text{cm})$ 이다.
 $\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로
 $\overline{PD} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{BD}$ 에서
 $\overline{AD}^2 = \overline{PD} \times \overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD} = 9.6(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AP} + \overline{PD} = 7.2 + 9.6 = 16.8(\text{cm})$ 이다.

9. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{64}{5}$ cm

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$$

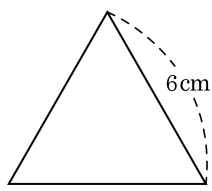
$$16 \times 12 \times \frac{1}{2} = 20 \times \overline{DE} \times \frac{1}{2}$$

$$\overline{DE} = \frac{48}{5}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AE} = \sqrt{16^2 - \left(\frac{48}{5}\right)^2} = \frac{64}{5}(\text{cm})$$

10. 한 변의 길이가 6 cm 인 정삼각형의 넓이를 구하면?

- ① $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$
③ $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$
⑤ $\frac{\sqrt{3}}{6}\text{ cm}^2$

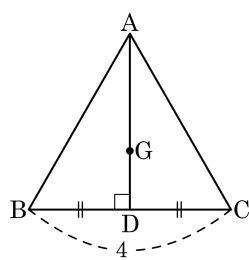


해설

정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3} (\text{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 중선 AD를 긋고 무게중심을 G라 할 때, $\overline{AG}$ 의 길이는?

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$



해설

$$(\text{높이}) = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AG} = \frac{2}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$$

12. 높이가 $3\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 를 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

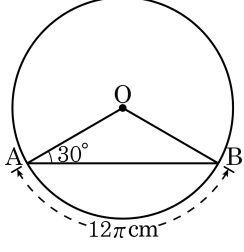
정삼각형의 한 변의 길이를 x 라고 하면

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x = 3\sqrt{3}, x = 6$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$$

$$\therefore 9 + 3 = 12$$

13. 다음 그림과 같이 $\angle OAB = 30^\circ$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\widehat{AB} = 12\pi(\text{cm})$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



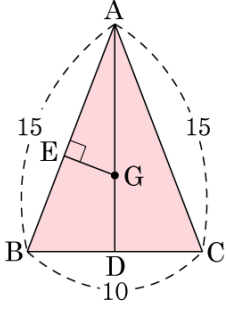
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $18\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle AOB = 180^\circ - (30^\circ \times 2) = 120^\circ$ 이고,
 $2\pi \times \overline{OA} \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 12\pi$, $\overline{OA} = 18(\text{cm})$ 이다.
 점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면,
 $\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$
 $\overline{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 18 = 9\sqrt{3}(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 9\sqrt{3} = 18\sqrt{3}(\text{cm})$

14. 다음 그림과 같은 이등변삼각형의 무게중심을 G 라 할 때, 점 G 에서 AB 에 이르는 거리를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{20\sqrt{2}}{9}$

해설

주어진 삼각형이 이등변삼각형이므로 $\overline{AG}$ 는 점 A 에서 변 BC 에 긋는 수직이등분선 즉 $\triangle ABC$ 의 높이에 해당하게 된다. 점 G 는 무게중심이므로 삼각형높이의 $\frac{2}{3}$ 이다.

$$\overline{AG} = \left(\sqrt{15^2 - 5^2} \right) \times \frac{2}{3} = 10\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = \frac{20\sqrt{2}}{3}$$

$\triangle ABC = \triangle ABG + \triangle ACG + \triangle GBC$ 이고 $\triangle ABG = \triangle ACG$ 이다.

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 10\sqrt{2} = \left(\frac{1}{2} \times \overline{EG} \times 15 \right) \times 2 + \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{3} \right)$$

$$\therefore \overline{EG} = \frac{20\sqrt{2}}{9}$$

15. $\overline{AB}=\overline{AC}=17\text{ cm}$ 이고, $\overline{BC}=16\text{ cm}$ 인 이등변삼각형 ABC의 넓이를 구하여라. (단위는 생략할 것)

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$$h = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$$
$$(\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times 16 \times 15 = 120$$

