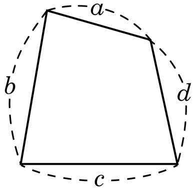
1. 다음 사각형의 두 대각선은 직교하고, 각 변의 길이를 a, b, c, d 라고 했을 때, 다음의 식이 성립한다. $a(3a-2)$ 의 값을 구하여라.



보기

$2a = b$, $d = a + 1$, $c = d + 1$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ 가 성립하므로 위의 세 식을 대입하면 $a^2 + (a+2)^2 = 4a^2 + (a+1)^2$ 이다.
이를 정리하면 $3a^2 - 2a - 3 = 0$, 즉 $a(3a-2) = 3$

2. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 이고 $\overline{AB}=3, \overline{BC}=4, \overline{CD}=5$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

O는 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점일 때,

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AO}^2+\overline{BO}^2+\overline{CO}^2+\overline{DO}^2$

$=\overline{BO}^2+\overline{CO}^2+\overline{AO}^2+\overline{DO}^2$

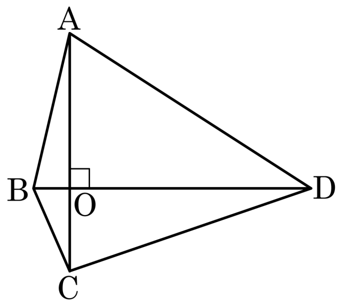
$=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로 $3^2+5^2=4^2+x^2$,

$x^2=34-16, x^2=18$

$\therefore x=3\sqrt{2}$

3. 다음과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 를 만족하는 사각형 ABCD 는 $\boxed{}$ 이 성립한다.

안에 들어갈 식으로 가장 적절한 것을 고르면?



① $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2$

② $\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$

③ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AD}^2$

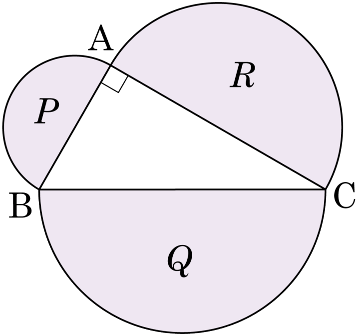
④ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

⑤ $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

해설

$\triangle$ABO 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2$
$\triangle$CDO 에서 $\overline{CD}^2 = \overline{CO}^2 + \overline{DO}^2$
$\triangle$BCO 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2$
$\triangle$ADO 에서 $\overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{DO}^2$

4. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 이라고 하자. $\mathrm{P} = 6\pi\mathrm{cm}^2, \mathrm{Q} = 13\pi\mathrm{cm}^2$ 일 때, R 의 지름은?



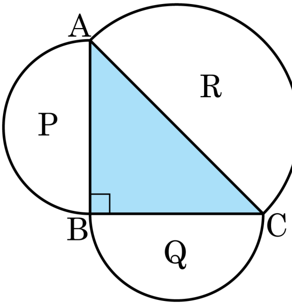
▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{14}\mathrm{cm}$

해설

$\mathrm{Q} = \mathrm{P} + \mathrm{R}$ 이므로 $\mathrm{R} = \mathrm{Q} - \mathrm{P} = 13\pi - 6\pi = 7\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.
따라서 R 의 반지름을 r 이라고 하면 $r^2\pi = 7\pi \times 2 = 14\pi$ 이므로
$r = \sqrt{14}$ (cm)
그러므로 R 의 지름은 $2\sqrt{14}(\mathrm{cm})$

5. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 세 변의 넓이를 각각 P , Q , R 이라 하자. $\overline{\mathrm{BC}}$ =8 , $\mathrm{R}=16\pi$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

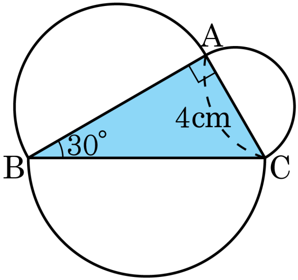
▷ 정답 : 32

해설

$\overline{\mathrm{BC}}$ =8 이므로 $\mathrm{Q}=8\pi$ 이고 $\mathrm{R}=\mathrm{P}+\mathrm{Q}$ 이므로 $\mathrm{P}=8\pi$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}=8$ 이 되어 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2}\times8\times8=$ 32

6. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ cm^2

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

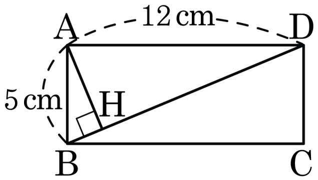
$\overline{AB} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BC} = 8(\text{cm})$

(색칠한 부분의 넓이) $=$ ($\triangle$ABC의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4$

$= 8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=5\text{cm}$, $\overline{AD}=12\text{cm}$ 이 직사각형 ABCD 이 있을 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{60}{13}$ cm

해설

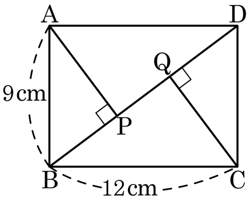
$\overline{BD}=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=13(\text{cm})$

$\triangle$ABD 의 넓이를

$\frac{1}{2}\times5\times12=\frac{1}{2}\times13\times\overline{AH}$

$\therefore\ \overline{AH}=\frac{60}{13}\text{cm}$

8. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{AP}+\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



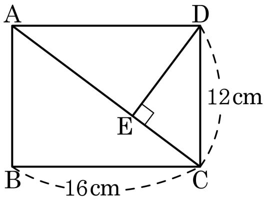
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16.8 cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}=15(\mathrm{cm})$ 이다.
$\overline{AP}\times\overline{BD}=\overline{AB}\times\overline{AD}$ 이므로,
$\overline{AP}=7.2(\mathrm{cm})$ 이다.
$\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로
$\overline{PD}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{BD}$ 에서
$\overline{AD}^2=\overline{PD}\times\overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD}=9.6(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AP}+\overline{PD}=7.2+9.6=16.8(\mathrm{cm})$ 이다.

9. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{64}{5}$ cm

해설

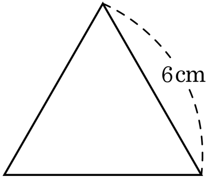
$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$

$16 \times 12 \times \frac{1}{2} = 20 \times \overline{\mathrm{DE}} \times \frac{1}{2}$

$\overline{\mathrm{DE}} = \frac{48}{5}(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{AE}} = \sqrt{16^2 - \left(\frac{48}{5}\right)^2} = \frac{64}{5}(\mathrm{cm})$

10. 한 변의 길이가 6 cm 인 정삼각형의 넓이를 구하면?



① $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ② $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

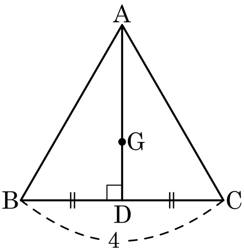
③ $36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ④ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}^2$

⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{6}\,\text{cm}^2$

해설

정삼각형의 넓이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 중선 AD 를 긋고 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{AG}$ 의 길이는?



① $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

해설

$(\text{높이}) = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AG} = \dfrac{2}{3} \times 2\sqrt{3} = \dfrac{4}{3}\sqrt{3}$

12. 높이가 $3\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$를 구하여라. (단, b는 최소의 자연수)

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

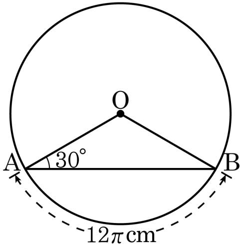
정삼각형의 한 변의 길이를 x라고 하면

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x = 3\sqrt{3},\ x = 6$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$$

$$\therefore\ 9 + 3 = 12$$

13. 다음 그림과 같이 $\angle OAB = 30°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\widehat{AB} = 12\pi(cm)$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$ cm

해설

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle AOB = 180° - (30° \times 2) = 120°$ 이고,

$2\pi \times \overline{OA} \times \dfrac{120°}{360°} = 12\pi$, $\overline{OA} = 18(cm)$ 이다.

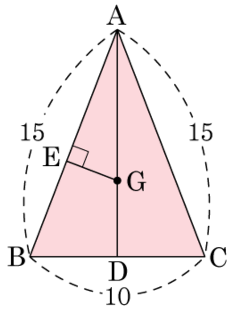
점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면,

$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$\overline{AH} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 18 = 9\sqrt{3}(cm)$

$\therefore\ \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 9\sqrt{3} = 18\sqrt{3}(cm)$

14. 다음 그림과 같은 이등변삼각형의 무게중심을 G 라 할 때, 점 G 에서 $\overline{AB}$ 에 이르는 거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{20\sqrt{2}}{9}$

해설

주어진 삼각형이 이등변삼각형이므로 $\overline{AG}$ 는 점 A 에서 변 BC 에 긋는 수직이등분선 즉 $\triangle ABC$ 의 높이에 해당하게 된다. 점 G는 무게중심이므로 삼각형높이의 $\dfrac{2}{3}$ 이다.

$\overline{AG} = \left(\sqrt{15^2 - 5^2}\right) \times \dfrac{2}{3} = 10\sqrt{2} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{20\sqrt{2}}{3}$

$\triangle ABC = \triangle ABG + \triangle ACG + \triangle GBC$ 이고 $\triangle ABG = \triangle ACG$ 이다.

$\dfrac{1}{2} \times 10 \times 10\sqrt{2} = \left(\dfrac{1}{2} \times \overline{EG} \times 15\right) \times 2 + \left(\dfrac{1}{2} \times 10 \times 10\sqrt{2} \times \dfrac{1}{3}\right)$

$\therefore\ \overline{EG} = \dfrac{20\sqrt{2}}{9}$

15. $\overline{AB}=\overline{AC}=17\,\mathrm{cm}$ 이고, $\overline{BC}=16\,\mathrm{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라. (단위는 생략할 것)

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$h=\sqrt{17^2-8^2}=15$

$(\text{넓이})=\dfrac{1}{2}\times16\times15=120$