

1. $x = 3 + 2\sqrt{2}$, $y = 3 - 2\sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하면?

① 24

② -24

③ 0

④ $-24\sqrt{2}$

⑤ $24\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - y^2$$

$$= (x + y)(x - y)$$

$$= (3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2} - 3 + 2\sqrt{2})$$

$$= 6 \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

2. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $(b - 2a)^2 = (2a - b)^2$
- ㉡ $a^2 - b^2 = (a + b)(-a + b)$
- ㉢ $(a + b)^2 - 4ab = (a - b)^2$
- ㉤ $4ab - 1 = (2a + 1)(2b - 1)$

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

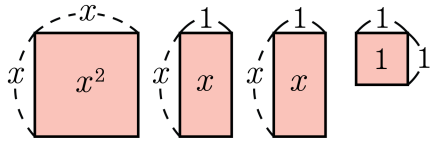
③ ㉢, ㉤
- ④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉢, ㉤

해설

- ㉡ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ㉤ $4ab - 2a - 2b + 1 = (2a - 1)(2b - 1)$

3. 다음 그림의 모든 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $x + 1$

해설

(넓이) $= x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $x + 1$ 이다.

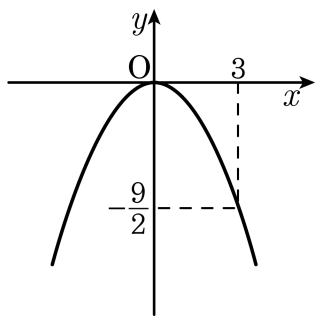
4. 다음 중 $a^2x - x$ 의 인수인 것은?

- ① a ② $x - a$ ③ $x + a$ ④ $x + 1$ ⑤ $a + 1$

해설

$$x(a^2 - 1) = x(a + 1)(a - 1)$$

5. 다음 그림의 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식 $y = a'x^2$ 에서 a' 의 값은?



- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ -1 ⑤ 2

해설

$y = ax^2$ 에 $\left(3, -\frac{9}{2}\right)$ 를 대입하면 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

6. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 4)$

② $(-1, -4)$

③ $(1, -4)$

④ $(4, -1)$

⑤ $(1, 4)$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 1 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -3(x - 1)^2 + 4 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

7. 다음 식에서 $A + B$ 의 값을 구하면?

$$\begin{aligned} &(3x - 1)^2 - 9(2x + 3)^2 \\ &= (Ax + 8)(-3x - B) \end{aligned}$$

- ① 14
- ② 16
- ③ 17
- ④ 18
- ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} &3x - 1 = a, \quad 2x + 3 = b \text{ 라 하면} \\ &a^2 - 9b^2 = (a + 3b)(a - 3b) \\ &= \{(3x - 1) + 3(2x + 3)\} \{(3x - 1) - 3(2x + 3)\} \\ &= (9x + 8)(-3x - 10) \\ &A = 9, \quad B = 10 \\ &\therefore A + B = 19 \end{aligned}$$

8. 다음 중 $-3, \frac{3}{2}$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$

② $(2x + 3)(x - 3) = 0$

③ $\left(x - \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$

④ $(2x - 3)(x + 3) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x + 3) = 0$

해설

$\frac{3}{2}, -3$ 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ④이다.

9. 두 이차방정식 $2x^2 + mx - 3 = 0$, $x^2 + x + n = 0$ 의 공통인 해가 $x = -3$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

① -11

② -1

③ 1

④ 8

⑤ 11

해설

$x = -3$ 이므로 -3 은 두 방정식의 공통인 해이다.

$x = -3$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$18 - 3m - 3 = 0$ 이므로 $m = 5$

$9 - 3 + n = 0$ 이므로 $n = -6$

$\therefore m + n = -1$

10. 이차방정식 $9x^2 - 12x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-2)x^2 + 7x - k = 0$ 의 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -4$

▷ 정답 : $x = \frac{1}{2}$

해설

$$9x^2 - 12x + k = 0, \quad x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{k}{9} = 0$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{k}{9}$$

$$\therefore k = 4$$

$(k-2)x^2 + 7x - k = 0$ 에 $k = 4$ 를 대입

$$2x^2 + 7x - 4 = 0, \quad (x+4)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

11. 이차방정식 $(2x-1)^2=3$ 의 두 근의 합을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$(2x-1)^2=3$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{1+\sqrt{3}}{2}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}=1$$

12. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 - 10x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

$$2x^2 - 10x - 1 = 0 \text{ 에서 양변을 } 2 \text{ 로 나누면 } x^2 - 5x - \frac{1}{2} = 0$$
$$x^2 - 5x = -\frac{1}{2}$$
$$x^2 - 5x + (\text{가}) = -\frac{1}{2} + (\text{가})$$
$$(x + (\text{나}))^2 = (\text{다})$$
$$x + (\text{나}) = \pm(\text{라})$$
$$\therefore x = (\text{마})$$

- ① (가): $\frac{25}{4}$

② (나): $-\frac{5}{2}$

③ (다): $\frac{27}{4}$
- ④ (라): $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

⑤ (마): $\frac{5 \pm 3\sqrt{3}}{2}$

해설

(라): $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

13. 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?
- ① 점 (1, 0)을 꼭짓점으로 한다.
 - ② 대칭축은 $x = 1$ 이다.
 - ③ 점 (2, 3)을 지난다.
 - ④ 위로 볼록한 포물선이다.
 - ⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1, 0)$, 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 점 (2, 6)을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

14. 이차함수 $y = 2(x - 3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 아래로 볼록한 그래프이다.
- ② 꼭짓점은 $(3, 0)$ 이다.
- ③ y 의 값의 범위는 $y \geq 3$ 이다.
- ④ y 축과 $(0, 18)$ 에서 만난다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.

해설

③ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

15. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4

② 32

③ 43

④ -26

⑤ -64

해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x + 16)$ 이다.

$$y = x(x + 16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$$

$$y = (x + 8)^2 - 64$$

16. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned} h &= 30t - 5t^2 \\ &= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\ &= -5(t - 3)^2 + 45 \end{aligned}$$

17. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x} = a - 1 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = (a - 1)^2 \\ & \sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9} \\ &= \sqrt{(a + 1)^2} + \sqrt{(a - 3)^2} \\ &= |a + 1| + |a - 3| \\ &= a + 1 - a + 3 = 4 \end{aligned}$$

18. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{7}{2}$
- ③ $\frac{9}{2}$
- ④ $\frac{11}{2}$
- ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$ 를 정리하면,
 $(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$
이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.
따라서 $a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$
 $\therefore a = 8, b = 10, c = -\frac{3}{2}$
 $a + b + c = \frac{33}{2}$ 이다.

19. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

20. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

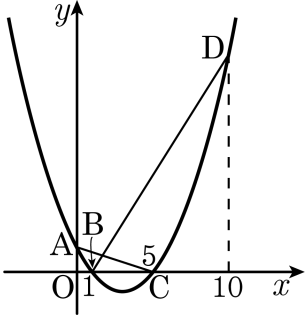
③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

21. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD의 넓이를 구하면?



- ① 106 ② 107 ③ 108 ④ 109 ⑤ 110

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12 \text{ 이다.}$$

$$c = 6, \text{ 즉 } A(0, 6) \text{ 이다.}$$

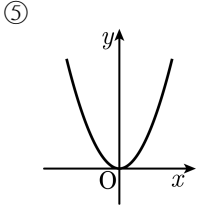
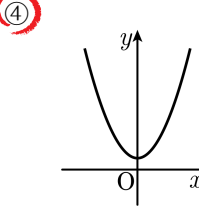
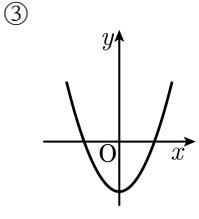
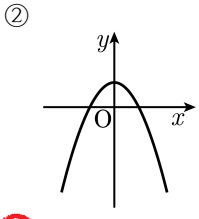
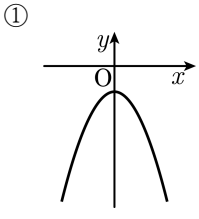
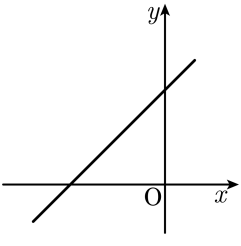
$$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a \text{ 이다.}$$

$$5a = 6, a = \frac{6}{5}, b = -\frac{36}{5} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6 \text{ 이므로 } D(10, 54) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$$

22. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음그림과 같을 때 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 y 축의 위에 있다.

23. $y = x^2$ 의 그래프를 평행이동하였더니 세 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, $(4, k)$ 를 지나는 포물선이 되었다. k 의 값을 구하면?

① -6 ② -2 ③ 0 ④ 5 ⑤ 11

해설

$y = x^2$ 을 평행이동하였더니 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ 을 지나므로 $y = (x + 1)(x - 3)$
 $(4, k)$ 를 대입하면 $k = (4 + 1)(4 - 3)$
따라서 $k = 5$ 이다.

24. $x = 2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 2)^2 - 1 \\&= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\&= ax^2 + 4ax + 4a - 1\end{aligned}$$

$$4a - 1 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

$$apq = 1 \times 2 \times (-1) = -2$$

25. x 에 관한 이차식 $x^2 + 9x + k$ 가 $(x + a)(x + b)$ 로 인수분해될 때, 상수 k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$x^2 + 9x + k = (x + a)(x + b)$
 $a + b = 9$ 일 때,
 $(a, b) = (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1)$
 $k = ab$ 이므로 상수 k 의 최댓값은 20이다.

26. $a^2 + a + 1 = 0$ 일 때, $a^{11} + \frac{1}{a^{11}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$a^2 + a + 1 = 0$ 의 양변을 a ($a \neq 0$) 로 나누면

$$a + 1 + \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -1$$

$a^2 + a + 1 = 0$ 의 양변에 $a - 1$ 을 곱하면

$$(a - 1)(a^2 + a + 1) = 0$$

$$\therefore a^3 - 1 = 0, a^3 = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore a^{11} + \frac{1}{a^{11}} &= (a^3)^3 \cdot a^2 + \frac{1}{(a^3)^3 \cdot a^2} \\ &= a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \\ &= (-1)^2 - 2 = -1\end{aligned}$$

27. 부피가 $x^3 + x^2y - x - y$ 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x - 1, x + 1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x + y$

② $x - y^2$

③ $x^2 + y$

④ $x + y^2$

⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2y - x - y \\ &= x^2(x + y) - (x + y) \\ &= (x + y)(x + 1)(x - 1) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 직육면체의 높이는 $x + y$ 이다.

28. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 이고, $k = f(1) + f(2) + \cdots + f(23) + f(24)$ 이다.
 k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{1}$$

$$\begin{aligned} k &= f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(23) + f(24) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{25} - \sqrt{24} \\ &= -\sqrt{1} + \sqrt{25} \\ &= -1 + 5 = 4 \end{aligned}$$

$(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입

$$16a + 16 + 4a^2 - 8 + 8 = 0$$

$$4a^2 + 16a + 16 = 0, \quad a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$(a+2)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 식에 대입하면

$$-x^2 + 2x + 8 = 0, \quad -(x+2)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

29. 직선 $(p+3)x+2=6y$ 가 점 $\left(p, \frac{p^2+6p+9}{2}\right)$ 를 지나고, 제 4 사분면을 지나지 않을 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

점 $\left(p, \frac{p^2+6p+9}{2}\right)$ 를 $(p+3)x+2=6y$ 의 x, y 에 각각 대입하면

$$(p+3)p+2=6\times\frac{p^2+6p+9}{2}, 2p^2+15p+25=0$$

$$(2p+5)(p+5)=0$$

$$\therefore p=-\frac{5}{2} \text{ 또는 } p=-5 \cdots \textcircled{A}$$

주어진 직선 $(p+3)x+2=6y$ 에서

$$y=\left(\frac{p+3}{6}\right)x+\frac{1}{3}$$

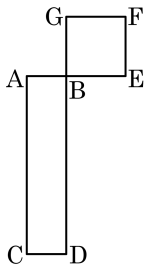
제 4 사분면을 지나지 않을 조건은

(기울기) > 0 , (y절편) ≥ 0 이므로

$$\left(\frac{p+3}{6}\right) > 0, p > -3 \cdots \textcircled{B}$$

따라서 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 에서 $p=-\frac{5}{2}$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 선분 AB의 연장선 위에 $\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이 되도록 점 E를 잡고 선분 BE를 한 변으로 하는 정사각형 BEFG를 그릴 때, 선분 GD의 길이는 12이다. 이때 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{576}{13}$

해설

$\overline{AB} = x$ 라 하면

$\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이므로

$$\overline{BE} = \frac{3}{2}x = \overline{BG}$$

$$\overline{BD} = 12 - \overline{BG} = 12 - \frac{3}{2}x = \overline{AC}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= x^2 + \left(12 - \frac{3}{2}x\right)^2 \\ &= \frac{13}{4} \left(x - \frac{72}{13}\right)^2 + \frac{576}{13} \end{aligned}$$

따라서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값은 $\frac{576}{13}$ 이다.