1. $x = 3 + 2\sqrt{2}$, $y = 3 - 2\sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하면?

① 24 ② -24 ③ 0

④ $-24\sqrt{2}$ ⑤ $24\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - y^2$$
$$= (x+y)(x-y)$$
$$= (3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2} - 3 + 2\sqrt{2})$$
$$= 6 \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

2. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $(b-2a)^2=(2a-b)^2$

㉡ $a^2-b^2=(a+b)(-a+b)$

㉢ $(a+b)^2-4ab=(a-b)^2$

㉣ $4ab-1=(2a+1)(2b-1)$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉢, ㉣

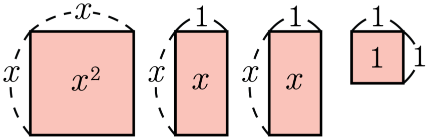
④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

㉡ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

㉣ $4ab-2a-2b+1=(2a-1)(2b-1)$

3. 다음 그림의 모든 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x+1$

해설

(넓이) $= x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $x+1$이다.

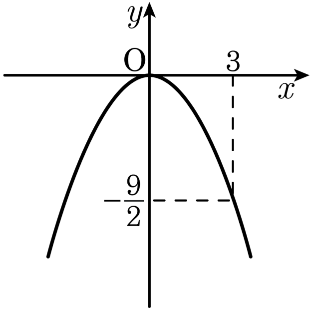
4. 다음 중 $a^2x - x$ 의 인수인 것은?

① a ② $x - a$ ③ $x + a$ ④ $x + 1$ ⑤ $a + 1$

해설

$$x(a^2 - 1) = x(a + 1)(a - 1)$$

5. 다음 그림의 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식 $y = a'x^2$ 에서 a' 의 값은?



① 1　② $\frac{1}{2}$　③ $-\frac{1}{2}$　④ -1　⑤ 2

해설

$y = ax^2$ 에 $\left(3,\ -\frac{9}{2}\right)$ 를 대입하면 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

6. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1,\ 4)$ ② $(-1, -4)$ ③ $(1, -4)$

④ $(4, -1)$ ⑤ $(1,\ 4)$

해설

$$
\begin{aligned}
y &= -3x^2 + 6x + 1 \\
&= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\
&= -3(x - 1)^2 + 4
\end{aligned}
$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 4)$ 이다.

7. 다음 식에서 $A+B$ 의 값을 구하면?

$$(3x-1)^2-9(2x+3)^2$$
$$=(Ax+8)(-3x-B)$$

① 14 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$3x-1=a,\ 2x+3=b$ 라 하면

$a^2-9b^2=(a+3b)(a-3b)$

$=\{(3x-1)+3(2x+3)\}\{(3x-1)-3(2x+3)\}$

$=(9x+8)(-3x-10)$

$\mathrm{A}=9,\ \mathrm{B}=10$

$\therefore\ \mathrm{A}+\mathrm{B}=19$

8. 다음 중 -3, $\dfrac{3}{2}$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)(x-3)=0$

② $(2x+3)(x-3)=0$

③ $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)(x-3)=0$

④ $(2x-3)(x+3)=0$

⑤ $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)(x+3)=0$

해설

$\dfrac{3}{2}$, -3 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ④이다.

9. 두 이차방정식 $2x^2+mx-3=0$, $x^2+x+n=0$의 공통인 해가 $x=-3$일 때, $m+n$의 값은?

① -11　② -1　③ 1　④ 8　⑤ 11

해설

$x=-3$이므로 -3은 두 방정식의 공통인 해이다.
$x=-3$을 두 방정식에 각각 대입하면
$18-3m-3=0$이므로 $m=5$
$9-3+n=0$이므로 $n=-6$
$\therefore\ m+n=-1$

10. 이차방정식 $9x^2-12x+k=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-2)x^2+7x-k=0$ 의 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=-4$

▷ 정답 : $x=\frac{1}{2}$

해설

$9x^2-12x+k=0,\ x^2-\frac{4}{3}x+\frac{k}{9}=0$

$\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{k}{9}$

$\therefore\ k=4$

$(k-2)x^2+7x-k=0$ 에 $k=4$ 를 대입

$2x^2+7x-4=0,\ (x+4)(2x-1)=0$

$\therefore\ x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

11. 이차방정식 $(2x-1)^2 = 3$ 의 두 근의 합을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 6

해설

$(2x-1)^2 = 3$

$x = \dfrac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

$\therefore \dfrac{1+\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1-\sqrt{3}}{2} = 1$

12. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2-10x-1=0$ 의 해를 구하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

$2x^2-10x-1=0$ 에서 양변을 2 로 나누면 $x^2-5x-\dfrac{1}{2}=0$

$x^2-5x=\dfrac{1}{2}$

$x^2-5x+(\text{가})=\dfrac{1}{2}+(\text{가})$

$(x+(\text{나}))^2=(\text{다})$

$x+(\text{나})=\pm(\text{라})$

$\therefore x=(\text{마})$

① (가): $\dfrac{25}{4}$ ② (나): $-\dfrac{5}{2}$ ③ (다): $\dfrac{27}{4}$

④ (라): $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ (마): $\dfrac{5\pm3\sqrt{3}}{2}$

해설

(라): $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

13. 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 점 $(1,\ 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.

② 대칭축은 $x = 1$ 이다.

③ 점 $(2,\ 3)$ 을 지난다.

④ 위로 볼록한 포물선이다.

⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1,\ 0)$, 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 점 $(2,\ 6)$ 을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

14. 이차함수 $y = 2(x-3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 아래로 볼록한 그래프이다.

② 꼭짓점은 $(3,\ 0)$ 이다.

③ y의 값의 범위는 $y \geq 3$ 이다.

④ y 축과 $(0,\ 18)$ 에서 만난다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.

해설

③ y의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

15. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4　② 32　③ 43　④ −26　⑤ −64

해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x+16)$ 이다.

$y = x(x+16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$

$y = (x+8)^2 - 64$

16. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$h = 30t - 5t^2$$
$$= -5(t^2 - 6t + 9) + 45$$
$$= -5(t-3)^2 + 45$$

17. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x + 4a} + \sqrt{x - 4a + 8}$ 을 간단히 하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\sqrt{x} = a - 1$ 의 양변을 제곱하면 $x = (a-1)^2$

$\sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$

$= \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$

$= |a+1| + |a-3|$

$= a + 1 - a + 3 = 4$

18. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a+b+c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2-3x-b}{4x^2+cx-5}=2$$

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\dfrac{ax^2-3x-b}{4x^2+cx-5}=2$를 정리하면,

$(a-8)x^2+(-3-2c)x-b+10=0$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

따라서 $a-8=0,\ -3-2c=0,\ -b+10=0$

$\therefore\ a=8,\ b=10,\ c=-\dfrac{3}{2}$

$a+b+c=\dfrac{33}{2}$ 이다.

19. 부등식 $4 \leq 3x-2 < 8$을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2-ax+b=0$의 근일 때, $\dfrac{a+b}{ab}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x-2 < 8$을 풀면 다음과 같다.

$6 \leq 3x < 10$

$2 \leq x < \dfrac{10}{3}$

$\therefore \ x = 2, \ 3$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$a = 5, \ b = 6$

$\therefore \ \dfrac{a+b}{ab} = \dfrac{11}{30}$

20. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y=-(x-2)^2$

② $y=\dfrac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y=\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{1}{3}$

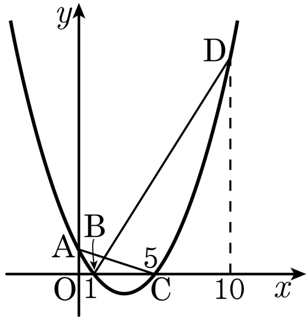
④ $y=-3x^2+x$

⑤ $y=-\dfrac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
a 의 절댓값을 각각 구하면
① 1
② 2
③ $\dfrac{1}{3}$
④ 3
⑤ $\dfrac{5}{2}$
이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

21. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하면?



① 106　② 107　③ 108　④ 109　⑤ 110

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5-1) \times c = 12$ 이다.

$c = 6$, 즉 $A(0, 6)$ 이다.

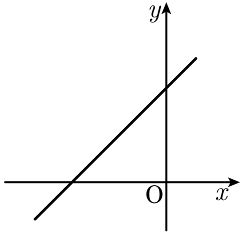
$y = ax^2 + bx + 6 = a(x-1)(x-5) = ax^2 - 6ax + 5a$ 이다.

$5a = 6$, $a = \frac{6}{5}$, $b = -\frac{36}{5}$ 이다.

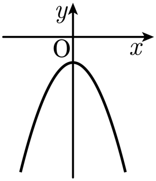
$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6$ 이므로 $D(10, 54)$ 이다.

$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5-1) \times 54 = 108$

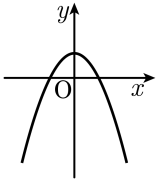
22. 일차함수 $y = ax+b$ 의 그래프가 다음그림과 같을 때 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



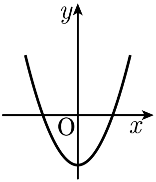
①



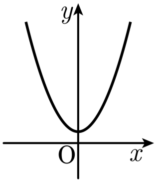
②



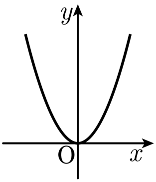
③



④



⑤



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 y 축의 위에 있다.

23. $y = x^2$ 의 그래프를 평행이동하였더니 세 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, $(4, k)$ 를 지나는 포물선이 되었다. k 의 값을 구하면?

① -6 ② -2 ③ 0 ④ 5 ⑤ 11

해설

$y = x^2$ 을 평행이동하였더니 $(-1, 0), (3, 0)$ 을 지나므로 $y = (x + 1)(x - 3)$

$(4, k)$ 를 대입하면 $k = (4 + 1)(4 - 3)$

따라서 $k = 5$ 이다.

24. $x=2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x-2)^2-1 \\ &= a(x^2-4x+4)-1 \\ &= ax^2+4ax+4a-1 \end{aligned}$$

$4a-1=3$

$a=1$

$y=(x-2)^2-1$

$apq=1\times 2\times(-1)=-2$

25. x 에 관한 이차식 x^2+9x+k가 $(x+a)(x+b)$로 인수분해될 때, 상수 k의 최댓값을 구하여라. (단, a,b 는 자연수)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 20

해설

$x^2+9x+k=(x+a)(x+b)$

$a+b=9$ 일 때,

$(a,b)=(1,8),\ (2,7),\ (3,6),\ (4,5),\ (5,4),\ (6,3),\ (7,2),\ (8,1)$

$k=ab$ 이므로 상수 k의 최댓값은 20 이다.

26. $a^2+a+1=0$ 일 때, $a^{11}+\dfrac{1}{a^{11}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$a^2+a+1=0$ 의 양변을 a $(a\neq 0)$ 로 나누면

$$a+1+\frac{1}{a}=0$$

$$\therefore\ a+\frac{1}{a}=-1$$

$a^2+a+1=0$ 의 양변에 $a-1$ 을 곱하면

$$(a-1)(a^2+a+1)=0$$

$$\therefore\ a^3-1=0,\ a^3=1$$

$$\begin{aligned}\therefore\ a^{11}+\frac{1}{a^{11}}&=(a^3)^3\cdot a^2+\frac{1}{(a^3)^3\cdot a^2}\\&=a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2\\&=(-1)^2-2=-1\end{aligned}$$

27. 부피가 x^3+x^2y-x-y 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x-1, x+1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x+y$ ② $x-y^2$ ③ x^2+y

④ $x+y^2$ ⑤ $x-y$

해설

x^3+x^2y-x-y

$=x^2(x+y)-(x+y)$

$=(x+y)(x+1)(x-1)$ 이다.

따라서 직육면체의 높이는 $x+y$ 이다.

28. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$ 이고, $k = f(1) + f(2) + \cdots + f(23) + f(24)$ 이다.
k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+1)x^2 + \left(a^2-2\right)x + 8 = 0$ 의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{x+1-x} = \sqrt{x+1}-\sqrt{x}$$

$$\begin{aligned} k &= f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(23) + f(24) \\ &= \sqrt{2}-\sqrt{1}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{25}-\sqrt{24} \\ &= -\sqrt{1}+\sqrt{25} \\ &= -1+5=4 \end{aligned}$$

$(a+1)x^2 + \left(a^2-2\right)x + 8 = 0$ 에 $x=4$ 를 대입

$16a + 16 + 4a^2 - 8 + 8 = 0$

$4a^2 + 16a + 16 = 0,\ a^2 + 4a + 4 = 0$

$(a+2)^2 = 0 \qquad \therefore\ a = -2$

$a = -2$ 를 식에 대입하면

$-x^2 + 2x + 8 = 0,\ -(x+2)(x-4) = 0$

$\therefore\ x = -2$ 또는 $x = 4$

29. 직선 $(p+3)x+2=6y$ 가 점 $\left(p,\ \frac{p^2+6p+9}{2}\right)$ 를 지나고, 제 4 사분면을 지나지 않을 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

점 $\left(p,\ \frac{p^2+6p+9}{2}\right)$ 를 $(p+3)x+2=6y$ 의 x, y 에 각각 대입하면

$(p+3)p+2=6\times\frac{p^2+6p+9}{2}$, $2p^2+15p+25=0$

$(2p+5)(p+5)=0$

$\therefore\ p=-\frac{5}{2}$ 또는 $p=-5\cdots$ ㉠

주어진 직선 $(p+3)x+2=6y$ 에서

$y=\left(\frac{p+3}{6}\right)x+\frac{1}{3}$

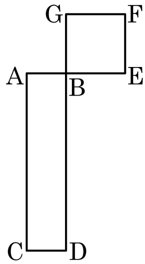
제 4 사분면을 지나지 않을 조건은

(기울기) >0, (y절편) ≥ 0 이므로

$\left(\frac{p+3}{6}\right)>0$, $p>-3\cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $p=-\frac{5}{2}$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 선분 AB 의 연장선 위에 $\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이 되도록 점 E 를 잡고 선분 BE 를 한 변으로 하는 정사각형 BEFG 를 그릴 때, 선분 GD 의 길이는 12 이다. 이때 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{576}{13}$

해설

$\overline{AB} = x$ 라 하면

$\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이므로

$\overline{BE} = \frac{3}{2}x = \overline{BG}$

$\overline{BD} = 12 - \overline{BG} = 12 - \frac{3}{2}x = \overline{AC}$

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = x^2 + \left(12 - \frac{3}{2}x\right)^2$$
$$= \frac{13}{4}\left(x - \frac{72}{13}\right)^2 + \frac{576}{13}$$

따라서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값은 $\frac{576}{13}$ 이다.