1. 다음 두 도형이 합동인 것은?

① 둘레의 길이가 같은 두 삼각형

② 둘레의 길이가 같은 두 직사각형

③ 둘레의 길이가 같은 두 원

④ 반지름의 길이가 같은 두 부채꼴

⑤ 넓이가 같은 두 사각형

해설

③ 두 원의 둘레의 길이가 같으면 두 원은 서로 합동이다.

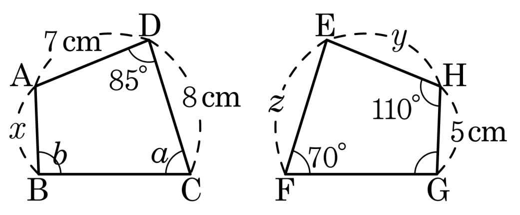
2. 도형의 합동에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 합동인 두 도형에서 대응하는 변의 길이, 각의 크기는 각각 같다.
② 정삼각형은 모두 합동이다.
③ 반지름의 길이가 같은 원은 모두 합동이다.
④ 합동인 두 도형은 넓이가 같다.
⑤ '두 도형 P, Q가 합동이다.'는 기호로 $P \equiv Q$와 같이 나타낸다.

해설

넓이 또는 둘레의 길이가 같은 정삼각형끼리는 합동이다.

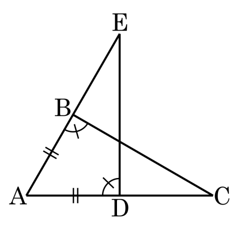
3. 다음 그림에서 □ABCD 와 □HGFE 가 합동일 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면?



① $\angle A = 70°$ ② $\angle B = 95°$ ③ $x = 5\text{cm}$
④ $y = 7\text{cm}$ ⑤ $z = 7\text{cm}$

해설
① $\angle A = \angle H = 110°$
⑤ $z = \overline{EF} = \overline{DC} = 8(\text{cm})$

4. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle ABC = \angle ADE$ 일 때, $\triangle ABC \equiv \triangle ADE$이다. 이때, 사용된 합동조건은?



① $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AC} = \overline{AE}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$

② $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AC} = \overline{AE}$, $\angle A$는 공통

③ $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle A$는 공통, $\angle ABC = \angle ADE$

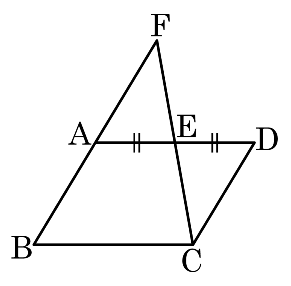
④ $\overline{BC} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{AE}$, $\angle A$는 공통

⑤ $\angle A$는 공통, $\angle ABC = \angle ADE$, $\angle ACB = \angle AED$

해설

③ $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle A$는 공통, $\angle ABC = \angle ADE$이므로 ASA 합동이다.

5. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 평행사변형이고 $\overline{AE} = \overline{ED}$ 이다. $\triangle AEF$ 와 $\triangle DEC$ 는 서로 합동이다. 이때, 사용된 합동조건은 무엇인가?



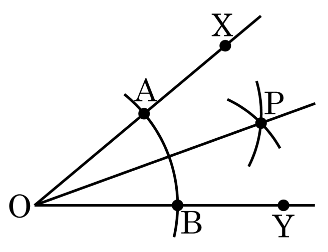
① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동
④ RHS 합동 ⑤ RHA 합동

해설

$\overline{AE} = \overline{DE}, \angle AEF = \angle DEC$(맞꼭지각), $\angle FAE = \angle CDE$(엇각)
$\therefore \triangle AEF \backsim \triangle DEC$(ASA합동)

6. 다음은 각의 이등분선을 작도하였을 때, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ 임을 보인 것이다. (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

보기



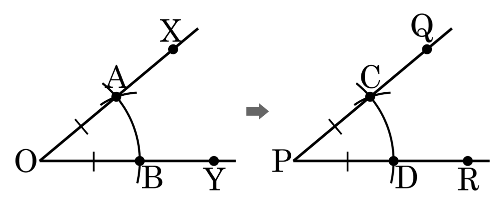
$\triangle AOP$ 와 $\triangle BOP$ 에서
$\overline{AO} = \overline{BO}$,
$\overline{AP} =$ (가),
(나) 는 공통이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ ((다) 합동)

① $\overline{AB}$, $\overline{AB}$, SSS　② $\overline{AB}$, $\overline{OP}$, SSS　③ $\overline{BP}$, $\overline{AB}$, SSS
④ $\overline{BP}$, $\overline{OP}$, SSS　⑤ $\overline{BP}$, $\overline{AB}$, SAS

해설

$\overline{AO} = \overline{BO}$,
$\overline{AP} = \overline{BP}$
$\overline{OP}$ 는 공통이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (SSS 합동)

7. 다음은 $\angle XOY$ 와 크기가 같고 반직선 $\overrightarrow{PR}$ 을 한 변으로 하는 각을 작도하였을 때, $\triangle AOB \equiv \triangle CPD$ 임을 보인 것이다. (가), (나), (다), (라) 에 알맞은 것으로 짝 지어진 것은?



$\triangle AOB$ 와 $\triangle CPD$ 에서
$\overline{OA}$ = (가), $\overline{OB}$ = (나), $\overline{AB}$ = (다)
$\therefore$ $\triangle AOB \equiv \triangle CPD$((라) 합동)

① (가) $\overline{PD}$, (나) $\overline{PC}$, (다) $\overline{CD}$, (라) SAS

② (가) $\overline{PC}$, (나) $\overline{PD}$, (다) $\overline{OA}$, (라) SSS

③ (가) $\overline{OB}$, (나) $\overline{OA}$, (다) $\overline{CD}$, (라) ASA

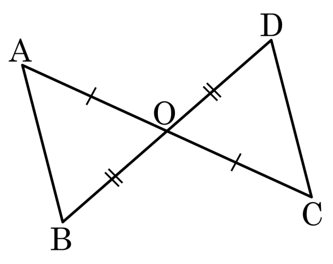
④ (가) $\overline{AB}$, (나) $\overline{CD}$, (다) $\overline{PD}$, (라) SSS

⑤ (가) $\overline{PC}$, (나) $\overline{PD}$, (다) $\overline{CD}$, (라) SSS

해설

$\triangle AOB$ 와 $\triangle CPD$ 에서
$\overline{OA} = \overline{PC}$, $\overline{OB} = \overline{PD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$
$\therefore \triangle AOB \equiv \triangle CPD$(SSS합동)

8. 다음 그림에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이다. $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ 임을 보이려고 할 때, (   ) 안에 알맞은 각과 합동조건을 적어라.



$\overline{AO} = \overline{CO}$
$\angle AOB =$ (   )
$\overline{BO} = \overline{DO}$
$\therefore \triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (   ) 합동

▶ 답 :

▶ 답 :

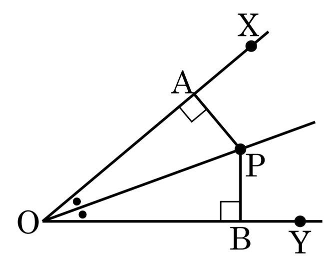
▷ 정답 : $\angle$ COD

▷ 정답 : SAS

해설
삼각형의 합동 조건
· 대응하는 세 변의 길이가 같을 때
· 대응하는 두 변의 길이와 그 끼인각이 같을 때
· 대응하는 한 변의 길이와 양 끝각의 크기가 같을 때
이 중 '대응하는 두 변의 길이와 그 끼인각이 같을 때' 를 SAS 합동이라고 한다.

9. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P 에서 반직선 OX , OY 위에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ 임을 보이는 과정이다. (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

보기



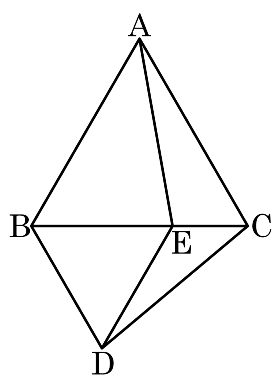
$\triangle AOP$ 와 $\triangle BOP$ 에서
$\overline{OP}$ 는 공통
$\angle AOP =$ (가)
$\angle APO =$ (나) $- \angle AOP$
$=$ (나) $- \angle BOP$
$= \angle BPO$
$\therefore \triangle AOP \equiv \triangle BOP$ ((다) 합동)

① $\angle AOB$, $90°$, SAS
② $\angle AOB$, $45°$, ASA
③ $\angle BOP$, $90°$, ASA
④ $\angle BOP$, $90°$, SAS
⑤ $\angle BOP$, $45°$, SAS

해설

$\overline{OP}$ 는 공통
$\angle AOP = (\angle BOP)$
$\angle APO = (90°) - \angle AOP$
$= (90°) - \angle BOP$
$= \angle BPO$
즉, 한 변의 길이가 같고 그 양 끝 각이 같으므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (ASA) 합동이다.

10. 그림에서 $\triangle ABC$, $\triangle BDE$ 는 모두 정삼각형이다. $\angle EDC = 20°$ 일 때, $\angle AEC$ 의 크기를 구하면?

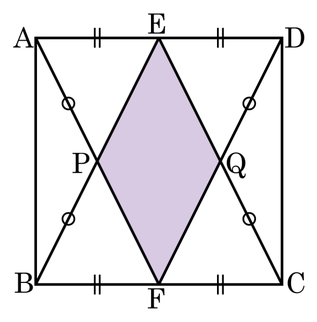


① $95°$ ② $100°$ ③ $105°$ ④ $110°$ ⑤ $115°$

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CBD$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CB}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\angle ABE = \angle CBD = 60°$ 이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle CBD$ (SAS 합동)
$\angle AEB = \angle CDB = 80°$
$\therefore \angle AEC = 180° - \angle AEB = 100°$

11. 다음 그림의 정사각형ABCD 에서 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점에 각각 점E 와 F 를 찍었다. 색칠한 부분의 도형의 이름은 무엇인지 써라.



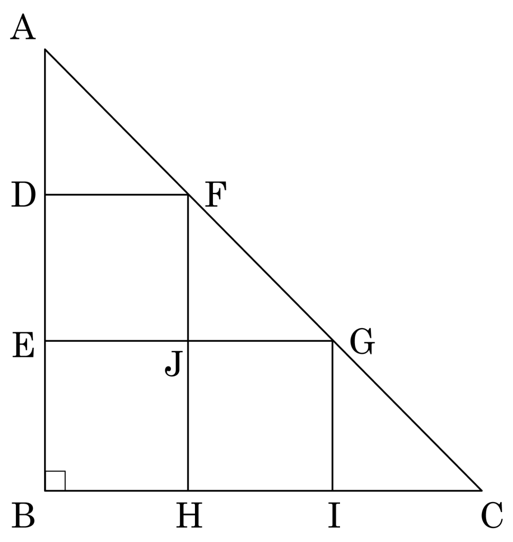
▶ 답 :

▷ 정답 : 마름모

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle BAE \equiv \triangle DCF \equiv \triangle CDE$(SAS합동) 이므로
$\overline{EP} = \overline{FP} = \overline{EQ} = \overline{FQ}$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 도형은 네 변의 길이가 같은 사각형이므로 마름모이다.

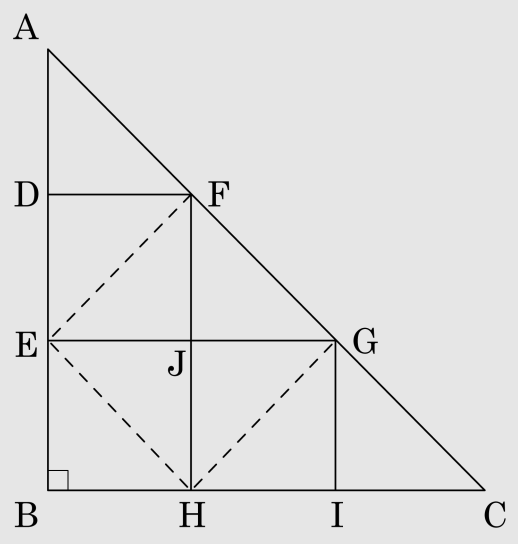
12. 다음 그림의 삼각형 ABC 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다. 점 D, E 와 H, I, F, G 는 각각 변 AB 와 변 BC, 변 AC 를 삼등분한 점이고, $\triangle ABC = 27\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle ADF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

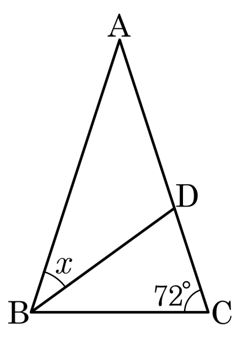
▷ 정답 : $3\,\mathrm{cm}^2$

해설



$\triangle ADF$ 와 $\triangle EDF$ 에서 $\overline{DF}$ 는 공통,
$\overline{AD} = \overline{DE}$, $\angle ADF = \angle EDF = \angle EBH = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ADF \equiv \triangle DEF$ (SAS 합동)
마찬가지 방법으로 $\triangle GIC \equiv \triangle GIH$ (SAS 합동)
$\triangle GIC \equiv \triangle FJG$ (SAS 합동)
따라서 $\triangle ADF \equiv \triangle EDF \equiv \triangle FJE \equiv \triangle HJE \equiv \triangle EBH \equiv \triangle FJG \equiv \triangle HJG \equiv \triangle GIH \equiv \triangle GIC$
$\therefore \triangle ADF = 27 \div 9 = 3(\mathrm{cm}^2)$

13. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{BC}$ 이고, $\angle C = 72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

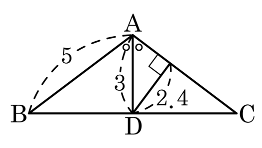


① 36° ② 38° ③ 42° ④ 44° ⑤ 46°

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = 72°$
또 $\triangle BCD$ 도 이등변삼각형이므로
$\angle CBD = 180° - 2 \times 72° = 36°$
$\therefore \angle x = 72° - 36° = 36°$

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D, 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 할 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



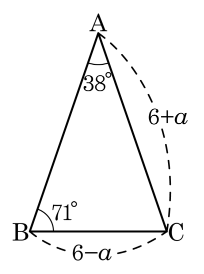
▶ 답：

▷ 정답： 8

해설

$\triangle ADC$에서 $\frac{1}{2} \times 5 \times 2.4 = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times 3$, $\overline{DC} = 4$이므로 $\overline{BC} = 2 \times \overline{DC} = 8$이다.

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 38°$, $\angle B = 71°$ 이고, $\overline{AC} = 6 + a$, $\overline{BC} = 6 - a$ 일 때, $\overline{AB}$ 를 a 에 관한 식으로 나타내면?

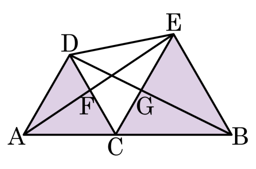


① $6 - a$　② 6　③ $6 + a$　④ $2a$　⑤ 12

해설

$\triangle ABC$ 에서
$\angle C = 180° - (38° + 71°) = 71°$
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형
$\therefore \overline{AB} = \overline{AC} = 6 + a$

16. 다음 그림과 같이 선분 AB 위에 한 점 C를 잡아 $\overline{AC}$, $\overline{CB}$를 각각 한 변으로 하는 정삼각형 ACD, CBE를 만들었다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle ACE = \angle DCB$　② $\overline{AE} = \overline{DB}$

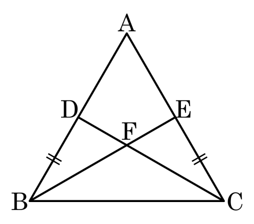
③ $\angle FAC = \angle GDC$　④ $\triangle AEC \equiv \triangle DBC$

⑤ $\angle DFE = \angle FAC + \angle ACF$

해설

⑤ $\angle DFE = 180° - (\angle FAC + \angle ACF)$

17. 다음 그림의 정삼각형 ABC에서 $\overline{DB} = \overline{EC}$이다. 합동인 삼각형은 몇 쌍인가?

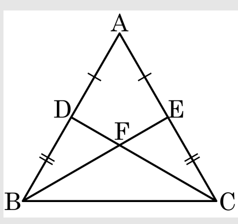


▶ 답 : ______ 쌍

▷ 정답 : 3 쌍

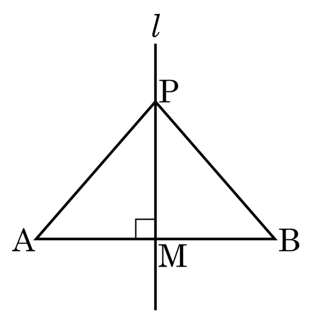
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)
$\triangle DBC \equiv \triangle ECB$ (SAS 합동)
$\triangle DFB \equiv \triangle EFC$ (ASA 합동)
따라서 합동인 삼각형은 3쌍이다.



18. 다음 그림과 같이 점 P 가 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 수직이등분선 l 위의 한 점일 때, $\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}}$ 임을 보인 것이다. ( ) 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

보기



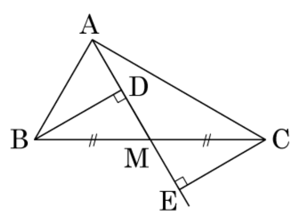
$\triangle$PAM 과 $\triangle$PBM 에서
$\overline{\mathrm{PM}}$ 은 공통변이다.$\cdots$㉠
점 M 은 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점이므로 $\overline{\mathrm{AM}} =$ (①) 이다.$\cdots$㉡
$\overline{\mathrm{AB}} \perp l$ 이므로 $\angle$PMA = (②) = 90°$\cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle$PAM ≡ $\triangle$PBM (③ 합동)
이 때, $\overline{\mathrm{PA}}$ 에 대응하는 변은 (④)이므로 $\overline{\mathrm{PA}} =$ (⑤)이다.

① $\overline{\mathrm{BM}}$　② $\angle$PMB　③ SAS
④ $\overline{\mathrm{PM}}$　⑤ $\overline{\mathrm{PB}}$

해설

$\triangle$PAM 과 $\triangle$PBM 에서
$\overline{\mathrm{PM}}$ 은 공통변이다.$\cdots$㉠
점 M 은 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점이므로 $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{BM}}$ 이다.$\cdots$㉡
$\overline{\mathrm{AB}} \perp l$ 이므로 $\angle$PMA = $\angle$PMB = 90° $\cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle$PAM ≡ $\triangle$PBM (SAS 합동)
이 때, $\overline{\mathrm{PA}}$ 에 대응하는 변은 $\overline{\mathrm{PB}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}}$ 이다.

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 변 BC의 중점을 M, 점 B와 C에서 직선 AM에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 할 때 $\triangle BDM$과 $\triangle CEM$이 합동이 되는 조건은?

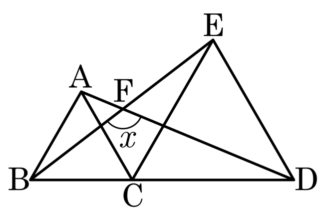


① SSS 합동
② SAS 합동
③ ASA 합동
④ AAA 합동
⑤ 합동이 아니다.

해설

$\triangle BDM$ 과 $\triangle CEM$ 에서
㉠ $\overline{BM} = \overline{MC}$
㉡ $\angle MBD = \angle MCE$ (엇각)
㉢ $\angle BMD = \angle EMC$ (맞꼭지각)
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle BDM \equiv \triangle CEM$ (ASA 합동)

20. 다음 그림에서 삼각형 ABC와 삼각형 DCE는 정삼각형이다. 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\angle AFB = 60°$

② $\angle CAD + \angle BEC = 60°$

③ $\angle x = 130°$

④ $\angle ABC = 60°$

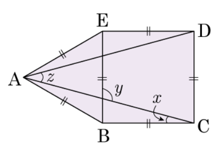
⑤ $\triangle ACD$와 $\triangle BCE$는 SSS합동이다.

해설

⑤ $\triangle ACD$와 $\triangle BCE$에서 $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\overline{CE} = \overline{CD}$, $\angle ACD = 60° + \angle ACE = \angle BCE$이므로
$\triangle ACD \equiv \triangle BCE$(SAS합동) 이고
③ $\angle BCE = 120°$이므로 ($\because \angle DCE = 60°$)
$\angle EBC + \angle BEC = 60°$,
$\angle BEC = \angle ADC$이므로

$$\begin{aligned}\therefore \angle x &= 180° - (\angle EBC + \angle ADC)\\ &= 180° - (\angle EBC + \angle BEC)\\ &= 180° - 60° = 120°\end{aligned}$$

21. 다음 그림은 정사각형 EBCD 와 정삼각형ABE 를 합쳐 오각형 ABCDE 를 만든 것이다. $\angle x + \angle y + \angle z$ 의 크기를 구하여라.



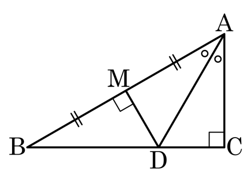
▶ 답: $\underline{\quad\quad}^{\circ}$

▷ 정답: 150°

해설

$\angle x = (180^{\circ} - (90^{\circ} + 60^{\circ})) \div 2 = 15^{\circ}$
$\angle z = 180^{\circ} - 2(90^{\circ} - 15^{\circ}) = 30^{\circ}$
$\angle y = 90^{\circ} + 15^{\circ} = 105^{\circ}$(외각성질 이용)
$\therefore\ \angle x + \angle y + \angle z = 150^{\circ}$

22. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D 에서 만날 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



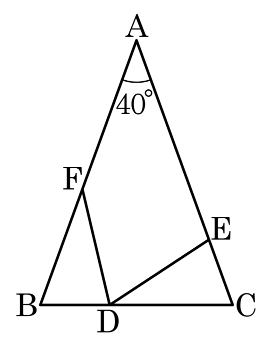
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $30\underline{°}$

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle B = \angle MAD$ 이다.
$\angle B + \angle A = 90°$ 이고
$\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$ 이므로
$3\angle B = 90°$, 따라서 $\angle B = 30°$ 이다.

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 D, E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 위의 점이고, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle A = 40°$ 일 때, $\angle FDE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 40°) = 70°$

또, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 이므로

$\triangle FBD \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

따라서 대응각으로

$\angle BFD = \angle CDE$, $\angle BDF = \angle CED$

$\angle FDE$ 의 크기를 x 라 하면

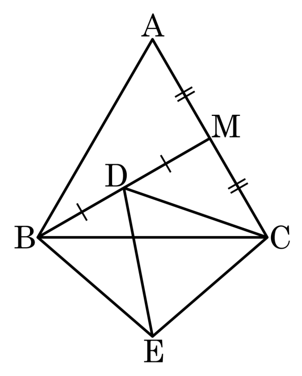
$x + \angle CDE = 70° + \angle BFD$ 이고

$\angle BFD = \angle CDE$ 이므로

$\therefore\ x = 70°$

$\therefore\ \angle FDE = 70°$

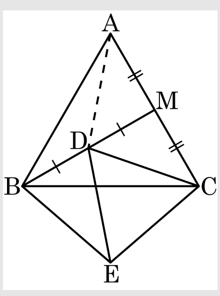
24. 다음 그림의 삼각형 ABC, CDE 는 정삼각형이고, 점 M 은 변 AC 의 중점, 점 D 는 선분 BM 의 중점이다. 이때 삼각형 ABC 의 넓이를 x, 사각형 BECD 의 넓이를 y 라 할 때, $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설



삼각형 ACD 와 삼각형 BCE 에서 $\overline{AC} = \overline{BC}, \overline{CD} = \overline{CE}$

$\angle ACD = \angle ACB - \angle DCB = \angle DCE - \angle DCB = \angle BCE$ 이므로

삼각형 ACD 와 삼각형 BCE 는 SAS 합동이다.

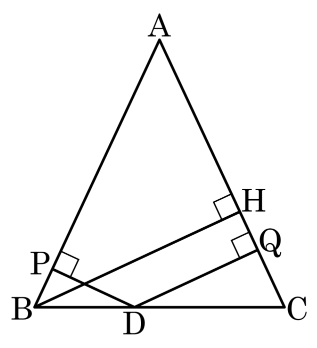
(사각형 BECD 의 넓이)

$= \triangle DBC + \triangle BCE = \triangle DBC + \triangle ACD = \triangle ABC - \triangle ABD$

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \triangle ABM = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{4} \triangle ABC$

$\therefore y = x - \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}x \therefore \ \frac{y}{x} = \frac{3}{4}$

25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP} = 4\text{cm}, \overline{DQ} = 6\text{cm}$ 이다. 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이를 구하여라.

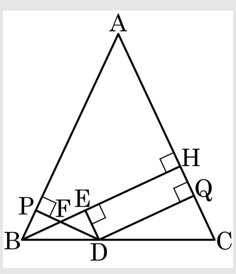


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

점 D 에 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E, $\overline{PD}$ 와 $\overline{BH}$ 의 교점을 F 라고 하면



$\triangle PFB \equiv \triangle DFE$

$\overline{BF} + \overline{FE} = \overline{DF} + \overline{FP} = 4\,(\text{cm})$

$\overline{DQ} = \overline{EH} = 6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BH} = \overline{BE} + \overline{EH} = 4 + 6 = 10\,(\text{cm})$