

1. 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 4x + a$ 에 대하여 $(g \circ f)(x) = 12x + 7$ 이 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

2. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = ax + c$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은 무엇인가?

① $a = 1$ 또는 $b = c$

② $a = 1$

③ $b = c$

④ $a = 0$ 또는 $b = c$

⑤ $a = 0$

3. 두 함수 $f(x) = -3x+k$, $g(x) = 2x+4$ 에 대하여, $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 하는 k 의 값은 얼마인가?

① -16 ② -14 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

4. 함수 $f(x) = kx$ 에 대하여 $(f \circ f)(x) = x$ 를 만족시키는 양의 상수 k 의 값을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

5. 세 함수 f, g, h 를 다음과 같이 정의할 때, 다음 중 합성함수가 정의되지 않는 것은?

$$\begin{aligned} f(x) &= x-1 && (1 \leq x \leq 3) \\ g(x) &= (x-1)^2 && (0 \leq x \leq 3) \\ h(x) &= x^3 && (0 \leq x \leq 4) \end{aligned}$$

- ① $g \circ f$

② $h \circ f$

③ $h \circ g$
- ④ $h \circ g \circ f$

⑤ $h \circ f \circ g$

6. 함수 $f(x) = ax + b(a > 0)$ 에 대하여 합성함수 $(f \circ f)(x) = 4x + 3$ 일 때 $f(1)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

7. 0이 아닌 실수에서 정의되는 두 함수 $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$, $g(x) = 1 - x$ 에 대하여 $h(x) = f(g(x))$ 라고 할 때 $h(x) = \frac{99}{100}$ 를 만족시키는 실수 x 의 값은?

- ① -99 ② -98 ③ -97 ④ -96 ⑤ -95

8. 세 함수 $f(x) = x + 1$, $g(x) = -x + a$, $h(x) = bx + 2$ 가 $h \circ f = g$ 를 만족시킬 때, $a + b$ 의 값은 얼마인가?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 4

9. 실수에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음과 같을 때, $(f \circ f)(x)$ 의 값은 얼마인가?

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \text{가 유리수일 때}) \\ 3-x & (x \text{가 무리수일 때}) \end{cases}$$

- ① x ② $3-x$ ③ $x-3$ ④ 0 ⑤ 3

10. 함수 $f(x) = kx$ 에 대하여 $(f \circ f)(x) = x$ 를 만족시키는 상수 k 의 값을 모두 합하면 얼마인가?

① 0

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 5

11. 두 함수 $f(x) = -x + 4$, $g(x) = 3x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(k) = 2$ 를 만족하는 상수 k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

12. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = 2x - 3$ 에 대하여 $f(f(f(x))) = x$ 가 되는 x 의 값을 구하여라.

 답: _____

13. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = 3x - 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(1) = 2$, $(g \circ f)(2) = 3$ 을 만족하는 상수 a , b 의 합 $4a + b$ 를 구하여라.

 답: _____

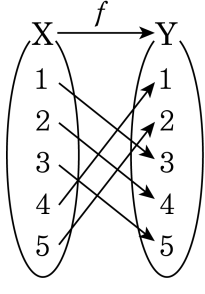
14. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 X 로의 함수 $f : X \rightarrow X$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$f(x) \begin{cases} x+1 & (x \leq 3) \\ 1 & (x = 4) \end{cases}$$

이 때, $g : X \rightarrow X$ 에 대하여 $g(1) = 3$ 이고 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $g(2) < g(3) < g(4)$ ② $g(2) < g(4) < g(3)$
③ $g(3) < g(2) < g(4)$ ④ $g(3) < g(4) < g(2)$
⑤ $g(4) < g(3) < g(2)$

15. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 두 함수 $f : X \rightarrow X, g : X \rightarrow X$ 가 있다. 함수 f 가 다음 그림과 같이 정의되고 두 함수 f, g 가 $f \circ g = g \circ f$ 를 만족한다. $g(1) = 5$ 일 때, $g(3)$ 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

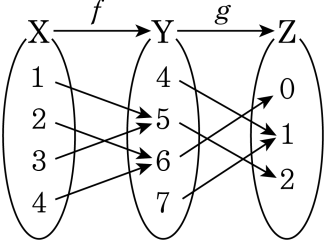
16. 두 함수 $f(x) = x^2 - 5$, $g(x) = \begin{cases} 2x & (x \geq 0) \\ x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 $(g \circ f)(2) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

17. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이고, $f(2) = 3$, $(f \circ f)(2) = 1$ 를 만족할 때, $2f(1) + f(3)$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

18. 아래 그림과 같이 주어진 함수 f, g 에 대하여 $(g \circ f)(3)$ 의 값을 구하면?



- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

19. 두 함수 $f(x) = x + k$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하도록 상수 k 의 값을 정하여라.

 답: _____

20. 두 함수 $f(x) = 2x + 5$, $g(x) = -3x + k$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은?

① -20

② -10

③ 0

④ 10

⑤ 20

21. 두 함수 $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = -x + k$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은?

① -5

② -6

③ -7

④ -8

⑤ -9

22. 두 함수 $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = ax - 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{1}{3}$

③ 1

④ $-\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{2}{3}$

23. 두 함수 $f(x) = x + a$, $g(x) = x^2 - 1$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 실수 a 의 값을 정하면?

① 0

② -1

③ -2

④ 1

⑤ 4

24. 두 함수 $f(x) = 4x^2 + 1$, $g(x) = 2x + 2$ 에 대하여 $h \circ g = f$ 를 만족하는 함수 $h(x)$ 를 구하면?

① $h(x) = x^2 - 2x + 3$

② $h(x) = x^2 - 2x + 5$

③ $h(x) = x^2 - 4x + 5$

④ $h(x) = x^2 - 4x + 3$

⑤ $h(x) = x^2 - 4x + 2$

25. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{5}\right) = x+2$ 를 만족할 때, $f(x)$ 를 x 의 식으로 나타내고 이를 이용하여 $f(f(10))$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

26. $f(x) = 2x + 3$ 일 때, $g(x)$ 가 $(g \circ f)^{-1}(x) = 2x$ 를 만족시킨다고 한다.
이 때, $g(1)$ 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{2}$

③ $-\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $-\frac{1}{5}$

27. $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 일 때, $g(f(x)) = x$ 가 되는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $1-x$ ② $\frac{1}{1-x}$ ③ $\frac{x}{x-1}$ ④ $\frac{x-1}{x}$ ⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

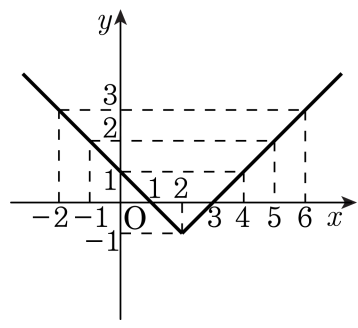
28. 정의역이 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+4}{2}\right) = 3x + 2$ 를 만족시킨다. 이때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

29. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = \frac{x-2}{x+2}$ 를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은 얼마인가?

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ 1 ⑤ 5

30. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $f(f(x)) = 0$ 의 모든 근의 합을 구하여라.



 답: _____

- 31.** 두 함수 $f(x) = 3x+2$, $g(x) = -2x+k$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립할 때, k 의 값은?

① 0 ② -1 ③ -2 ④ -3 ⑤ -4

32. 세 함수 f, g, h 가 $(g \circ f)(x) = x$, $(h \circ f)(x) = -x + 3$ 일 때, $k \circ g = h$ 를 만족시키는 함수 $k(x)$ 를 구하면?

① $k(x) = -x + 1$ ② $k(x) = -x + 2$ ③ $k(x) = -x + 3$

④ $k(x) = -x + 4$ ⑤ $k(x) = -x + 5$

33. 두 함수 $f(x) = 4x - 3$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $h \circ g = f$ 를 만족하는 함수 $h(x)$ 를 구하면?

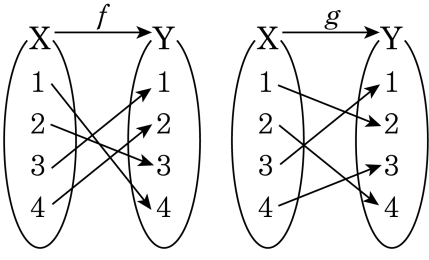
① $h(x) = x + 4$ ② $h(x) = 2x - 5$ ③ $h(x) = 3x + 2$

④ $h(x) = 3x + 5$ ⑤ $h(x) = 5x + 3$

34. $f(x) = -2x + 3$, $g(x) = 4x + 1$ 일 때, $f \circ g \circ h = g$ 를 만족하는 일차함수 $h(x)$ 에 대하여 $h(2)$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

35. 두 함수 f, g 가 아래 그림과 같이 정의될 때, $g = h \cdot f$ 를 만족시키는 함수 h 에 대하여 $h(2)$ 의 값은?



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

36. 두 함수 $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x - 1$ 이고 $(f \circ h)(x) = g(x)$ 일 때,
 $h(1)$ 의 값은 얼마인가?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 4

37. 두 함수 $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = -4x - 5$ 일 때, $(h \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족시키는 일차함수 $h(x)$ 에 대하여 $(h \circ g)(-2)$ 의 값은 얼마인가?

① 5

② 3

③ 1

④ -3

⑤ -5

38. 두 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$, $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 가 $f(h(x)) = g(x)$ 를 만족시킨다. 이 때 $h(2)$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

39. 함수 $f(x) = x + 1$ 라 할 때, $f^{10}(2)$ 의 값을 구하여라. (단, $f^2 = f \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$)

 답: _____

40. $x \neq -1$ 인 실수에서 정의된 분수함수 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ 에 대하여 $f^2 = f \circ f, \dots, f^{n+1} = f^n \circ f$ 이 성립할 때, $f^{2005}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

41. 함수 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 에 대하여 $f^{101}(-1)$ 의 값은? (단, $f^n = f \circ f \circ \cdots \circ f$)

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

42. 다음 보기의 함수 $f(x)$ 중 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠

$f(x) = x + 1$

㉡

$f(x) = -x$

㉢

$f(x) = -x + 1$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉡, ㉢

43. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f, g 가 $f(x) = ax + b$, $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 를 만족할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(10)$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

① 60

② 55

③ 51

④ 48

⑤ 45

44. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가 $f\left(\frac{3x+1}{2}\right) = 6x - 5$ 일 때,
 $f(2x+1)$ 을 구하면?

① $x - 1$

② $2x - 2$

③ $4x - 2$

④ $6x - 3$

⑤ $8x - 3$

45. 함수 $f(x) = -x + 3$ 에서 $f^{(2)} = f \circ f$, $f^{(3)} = f \circ f^{(2)}$, $\dots$, $f^{(n)} = f \circ f^{(n-1)}$ 라 정의 할 때, $f(1) + f^{(2)}(1) + f^{(3)}(2) + f^{(4)}(2) + \dots + f^{(2003)}(1002) + f^{(2004)}(1002)$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

46. 실수에서 정의된 함수 $f_1(x) = \frac{x-1}{x}$, $f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$ (단, n 은 자연수)에 대하여, 방정식 $f_{2008}(x) = \frac{1}{2}$ 의 해를 구하여라.

 답: _____

47. 함수 $f(x) = x+2$ 에 대하여 $f \circ f = f^2$, $f \circ f^2 = f^3, \dots, f \circ f^{99} = f^{100}$ 으로 정의할 때, $f^{100}(1)$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

48. 함수 $f(x) = \frac{x}{x+1}$ 에 대하여 $f^9\left(\frac{1}{2}\right) + f^{10}\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하면?
(단, $f^2 = f \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$ 이다.)

- ① $\frac{80}{399}$ ② $\frac{82}{399}$ ③ $\frac{83}{399}$ ④ $\frac{85}{399}$ ⑤ $\frac{86}{399}$

49. 함수 $f(x) = 2x+5$ 에 대하여 $f^2 = f \circ f, f^3 = f^2 \circ f, \dots, f^{n+1} = f^n \circ f$ 라 정의하자. 이 때, $f^n(x)$ 를 추정하고 $1+2+2^2+2^3+\dots+2^n = 2^{n+1}-1$ 임을 이용하여 $f^7(5)$ 의 값을 구하여라

 답: _____

50. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f : A \rightarrow A$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 2) \\ 4 & (x = 1) \end{cases} \quad \text{로 정의한다.}$$

이때, $f^{100}(1) - f^{100}(4)$ 의 값을 구하여라.

(단, $f^{n+1} = f \cdot f^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$))

 답: _____