

1. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x - 1 = 0$

② $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③ $x^2 + x = x^2 - 1$

④ $3x = x^2 + x - 1$

⑤ $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이어야 한다.

① $2x - 1 = 0$: 일차방정식

② $2x - 5 = 0$: 일차방정식

③ $x + 1 = 0$: 일차방정식

⑤ $2x - 1 = 0$: 일차방정식

2. 다음 [] 안의 수가 주어진 방정식의 근이 되는 것을 모두 고르면?
(정답 2 개)

① $2x^2 = 10$ [$-\sqrt{5}$]

② $2x^2 - 3x - 1 = 0$ [1]

③ $x^2 - 3x + 2 = 0$ [2]

④ $x^2 + 2x + 3 = 0$ [-3]

⑤ $x^2 - 10x + 24 = 0$ [-4]

해설

[] 안의 수를 방정식에 대입하여 성립하는 것을 고른다.

① $2x^2 = 10$ 에 $x = -\sqrt{5}$ 를 대입하면

$2 \times (-\sqrt{5})^2 = 10$ 이 되어 성립한다.

③ $x^2 - 3x + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$2^2 - 3 \times 2 + 2 = 0$ 이 되어 성립한다.

3. 다음 보기의 이차방정식 중 $x = 2$ 가 해가 되는 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $(x + 1)(x - 2) = 0$

㉡ $x^2 - x - 6 = 0$

㉢ $2x^2 - 5x + 2 = 0$

㉣ $(x - 1)^2 - 4 = 0$

㉤ $x^2 - 3x = 0$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

각각의 방정식에 $x = 2$ 를 대입하여 성립하는 것을 고르면 ㉠, ㉢의 2개이다.

4. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 3, x = -1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = -2, b = -3$$

$$\therefore a + b = -5$$

5. 다음 중 $AB = 0$ 이 아닌 것을 고르면?

① $A = 0, B = 0$

② $A \neq 0, B \neq 0$

③ $A = 0, B \neq 0$

④ $-A = B = 0$

⑤ $A \neq 0, B = 0$

해설

$AB = 0$ 이면 $A = 0$ 또는 $B = 0$

6. 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 2$

② $x = -1$ 또는 $x = 2$

③ $x = 1$ 또는 $x = -2$

④ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

7. 두 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x^2 - 9 = 0$ 의 공통인 해는?

① $x = -3$

② $x = 0$

③ $x = 2$

④ $x = 3$

⑤ $x = 9$

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2, 3$$

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서, 공통인 해는 $x = 3$ 이다.

8. 두 이차방정식 $x^2 + ax - 5 = 0$ 과 $2x^2 - 7x - 3b = 0$ 의 공통인 근이 5 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

각 이차방정식에 $x = 5$ 를 대입하면

$$25 + 5a - 5 = 0, a = -4$$

$$2 \times 5^2 - 7 \times 5 - 3b = 0, b = 5$$

따라서 $a + b = (-4) + 5 = 1$ 이다.

9. 다음 등식 중에서 이차방정식은?

① $2(x+4)^2 = (x-1)^2 + (x+1)^2$

② $x^2 - 3x = x^2 + 7x$

③ $(x-2)^2 + 1 = x^2$

④ $(x-4)(x+3) = x^2 - 5$

⑤ $5x^2 = 4x - 1$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이므로

① $16x + 30 = 0$: 일차방정식

② $10x = 0$: 일차방정식

③ $4x - 5 = 0$: 일차방정식

④ $x + 7 = 0$: 일차방정식

10. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

㉠ $2x^2 - 5 = x^2$

㉡ $x^2 = -x + 2$

㉢ $x^2 = 0$

㉣ $x^2 = (x - 1)^2 + x^2$

㉤ $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$

㉥ $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

이차방정식은 $(x$ 에 관한 이차식) $= 0$ 꼴의 등식이다.

\therefore ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 5개

11. 방정식 $3x(Ax - 5) = 6x^2 + 2$ 이 이차방정식이 되기 위한 A 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

주어진 식을 정리하면

$$3Ax^2 - 15x - 6x^2 - 2 = 0$$

$$(3A - 6)x^2 - 15x - 2 = 0$$

$A = 2$ 이면 $3A - 6 = 0$ 이므로 일차방정식이다.

12. 이차방정식 $x^2 + 4x + 4 = 0$ 의 근이 이차방정식 $3x^2 + ax - 4 = 0$ 의 한 근일 때, a 의 값과 다른 한 근을 차례로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

▷ 정답: $x = \frac{2}{3}$

해설

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2$$

$x = -2$ 을 $3x^2 + ax - 4 = 0$ 에 대입하면 $a = 4$

즉, $3x^2 + 4x - 4 = 0$ 에서 $(x + 2)(3x - 2) = 0$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

따라서 다른 한 근은 $x = \frac{2}{3}$ 이다.

13. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{5}$ 일 때 a 의 값을 구하면?

① -6

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

$x^2 - 2x + a = 0$ 에 $1 - \sqrt{5}$ 를 대입하면

$$(1 - \sqrt{5})^2 - 2(1 - \sqrt{5}) + a = 0$$

$$1 - 2\sqrt{5} + 5 - 2 + 2\sqrt{5} + a = 0$$

$$\therefore a = -4$$

14. 이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,

$$2^2 - (a + 2) \times 2 + 3a + 2 = 0$$

$$4 - 2a - 4 + 3a + 2 = 0$$

$$\therefore a = -2$$

15. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 m 이라고 할 때, $m + \frac{1}{m}$ 의 값은?

① -1

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

한 근 $x = m$ 을 대입하면 $m^2 - 3m + 1 = 0$

양변을 m 으로 나누면 $m - 3 + \frac{1}{m} = 0$

$\therefore m + \frac{1}{m} = 3$

16. 이차방정식 $3x^2 - (2k + 3)x - 3 = 0$ 의 두 근 중 한 근을 a 라고 한다.

$a - \frac{1}{a} = k$ 일 때, $(k - 1)^2$ 의 값은?

① 25

② 16

③ 9

④ 4

⑤ 1

해설

a 가 주어진 방정식의 근이므로 $x = a$ 에 대입하면

$$3a^2 - (2k + 3)a - 3 = 0$$

양변을 a 로 나누면, $3a - (2k + 3) - \frac{3}{a} = 0$

$$3\left(a - \frac{1}{a}\right) = 2k + 3, \quad 3k = 2k + 3 \therefore k = 3$$

$$\therefore (k - 1)^2 = 4$$

17. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근이 k 이므로 $ak^2 + bk + 3 = 0$,

$ak^2 + bk = -3$ 이므로

$ak^2 + bk + 5 = -3 + 5 = 2$

18. 다음에서 $AB \neq 0$ 과 같은 뜻을 갖는 것은?

① $A \neq 0$ 또는 $B \neq 0$

② $A \neq 0$ 또는 $B = 0$

③ $A = 0$ 또는 $B \neq 0$

④ $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$

⑤ $A \neq 0$ 이고 $B = 0$

해설

$AB \neq 0$ 이려면 A, B 모두 0이 아니어야 한다.

19. 다음의 이차방정식에서 양의 근들의 합은?

$$\textcircled{A} (2x + 1)(3x - 1) = 0$$

$$\textcircled{B} 2x(x - 1) = 0$$

$$\textcircled{C} 4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\textcircled{1} \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{3} \frac{5}{4}$$

$$\textcircled{4} \frac{5}{2}$$

$$\textcircled{5} 3$$

해설

$$\textcircled{A} 2x + 1 = 0 \text{ 또는 } 3x - 1 = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{B} 2x = 0 \text{ 또는 } x - 1 = 0 \quad \therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\textcircled{C} x - \frac{1}{2} = 0 \text{ 또는 } x - \frac{2}{3} = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

$$\text{따라서 양의 근만 모두 더하면 } \frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{5}{2}$$

20. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a + 2, b + 2$ 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $2x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore a = 5, b = 3, a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

21. 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 + b = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$$x = 2 \text{ 일 때, } b = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x + 5)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 2$$

22. x 에 관한 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2a = 0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

이차방정식이므로 $a-1 \neq 0$ 즉 $a \neq 1$

한 근 $x=1$ 을 주어진 방정식에 대입하면

$$(a-1) - (a^2+1) + 2a = 0, a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$(a-1)(a-2) = 0, a = 1 \text{ 또는 } a = 2$$

$a \neq 1$ 이므로 $a = 2$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 - 5x + 4 = 0$

$$(x-4)(x-1) = 0$$

$x = 1$ 또는 $x = 4$

따라서 다른 한 근은 $x = 4$ 이다.

23. 이차방정식 $2x^2 + ax + 5 = 0$ 의 해가 $x = -5$ 일 때, 상수 a 의 값과 그때의 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{21}{2}$

해설

$$2x^2 + ax + 5 = 0 \text{ 의}$$

해가 $x = -5$ 이므로 대입하면

$$50 - 5a + 5 = 0$$

$$5a = 55$$

$$\therefore a = 11$$

$$2x^2 + 11x + 5 = 0$$

$$(2x + 1)(x + 5) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -5$$

따라서 $a + (\text{다른 한 근}) = 11 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{21}{2}$ 이다.

24. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 가 $x = 4$ 를 해로 가질 때, 다른 해를 구하면?

① -8

② -6

③ -4

④ -2

⑤ 0

해설

$x = 4$ 가 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이므로 대입하면 $16 - 8 + a = 0$ $\therefore a = -8$

$x^2 - 2x - 8 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 4)(x + 2) = 0$

$x = 4, -2$ 이므로 다른 해는 $x = -2$

25. 이차방정식 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값과 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 의 다른 한 근의 값을 b 라 할 때, $a + 8b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

작은 근은 $x = -1$ 이므로 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 에 대입하면

$$a - 5 - 3 = 0, a = 8$$

$$8x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{8} \text{ 또는 } x = -1$$

$$\text{따라서 다른 한 근 } b = \frac{3}{8}$$

$$\text{따라서 } a + 8b = 8 + 8 \times \frac{3}{8} = 11$$

26. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 - 5x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근을 구하면?

① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ 1

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 3, x = -2$$

따라서 두 근의 합은 1 이다.

$3x^2 - 5x + a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$3 - 5 + a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = (x - 1)(3x - 2)$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

27. 이차방정식 $x^2 + x - 4 = 0$ 의 한 근을 a , $x^2 - x - 2 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $\frac{a^2 + a}{b^2 - b}$ 의 값은?

① -2

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 2

해설

$x^2 + x - 4 = 0$ 의 한 근이 a 이므로

$$a^2 + a - 4 = 0, a^2 + a = 4$$

$x^2 - x - 2 = 0$ 의 한 근이 b 이므로

$$b^2 - b - 2 = 0, b^2 - b = 2$$

$$\therefore \frac{a^2 + a}{b^2 - b} = \frac{4}{2} = 2$$

28. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-3, -2$ 일 때, $bx^2 + ax + 1 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

해설

$$(x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0, a = 5, b = 6$$

$$6x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$(3x + 1)(2x + 1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

29. 두 이차방정식 $x^2 - 5x - 36 = 0$, $2x^2 + 11x + 12 = 0$ 의 공통근이 $2x^2 + mx - 4m = 0$ 의 한 근일 때, m 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$x^2 - 5x - 36 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = -4, 9$$

$$2x^2 + 11x + 12 = 0 \Rightarrow (2x + 3)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}, -4$$

두 이차방정식의 공통근 $x = -4$

이차방정식 $2x^2 + mx - 4m = 0$ 에 $x = -4$ 를 대입하면,

$$2(-4)^2 - 4m - 4m = 0$$

$m = 4$ 이다.

30. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때,
 $a - b$ 의 값은?

① 0

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^2 - ax + 3 = 0, x^2 + 2x - b = 0 \text{ 에}$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$a = 4, b = 3$$

$$\therefore a - b = 1$$

31. 다음 방정식의 공통근을 구하여라.

$$8x^2 + 14x - 15 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 20 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{5}{2}$

해설

$$8x^2 + 14x - 15 = 0$$

$$(2x + 5)(4x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = \frac{3}{4}$$

$$2x^2 - 3x - 20 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 공통근은 $x = -\frac{5}{2}$ 이다.

32. 두 이차방정식 $x^2 + x - p = 0$, $x^2 - qx - 8 = 0$ 의 공통인 근이 1일 때, $2p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + x - p = 0$ 과 $x^2 - qx - 8 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$p = 2, q = -7$$

$$\therefore 2p + q = -3$$

33. 다음 중 중근을 갖는 이차방정식을 모두 고르면?

① $x^2 - 3x + 2 = 0$

② $2(x - 5)^2 - 3 = -3$

③ $x^2 - 2x + 1 = x^2$

④ $x^2 = 2x$

⑤ $2x^2 - 12x + 18 = 0$

해설

(완전제곱식) = 0의 꼴일 때 중근을 갖는다.

② $(x - 5)^2 = 0$

⑤ $(x - 3)^2 = 0$

34. 다음에 주어진 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

보기

- ㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0$ ㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}$
 ㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0$ ㉣ $x^2 + 6x = 9$
 ㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡
 ③ ㉠, ㉢, ㉤ ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0의 꼴이어야 한다.

$$\textcircled{1} \quad x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (중근)}$$

$$\textcircled{2} \quad x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} \Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$(3x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ (중근)}$$

$$\textcircled{3} \quad x^2 + 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x + 4)^2 = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ (중근)}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0 \text{의 양변에 } 100 \text{을 곱하면}$$

$$25x^2 + 20x + 4 = 0, (5x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{2}{5} \text{ (중근)}$$

35. 다음 중 보기의 이차방정식과 근의 개수가 다른 것을 모두 골라라.

보기

$$(x-3)^2 = 2x-7$$

① $x^2 + 16 = -8x$

② $3x^2 + 6x = -3$

③ $10x^2 = 3x + 1$

④ $6(2x^2 - 1) = x$

⑤ $x^2 = 6\left(x - \frac{3}{2}\right)$

해설

$(x-3)^2 = 2x-7$ 에서
 $x^2 - 8x + 16 = 0$ 이므로

$$(x-4)^2 = 0$$

$$\therefore x = 4$$

중근을 가지므로 근의 개수는 1개이다.

① $(x+4)^2 = 0$

$$\therefore x = -4$$

② $x^2 + 2x + 1 = 0, (x+1)^2 = 0$

$$\therefore x = -1$$

③ $(5x+1)(2x-1) = 0$

$$\therefore x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

④ $(3x+2)(4x-3) = 0$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = \frac{3}{4}$$

⑤ $x^2 - 6x + 9 = 0, (x-3)^2 = 0$

$$\therefore x = 3$$

36. 이차방정식 $x^2 + 6x + k + 3 = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 6$

해설

$x^2 + 6x + k + 3 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 9 - (k + 3) = 0$$

$$\therefore k = 6$$

37. 이차방정식 $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 k 의 값과 중근 a 의 값이 옳게 짝지어진 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $k = -1$

㉡ $k = 0$

㉢ $k = 1$

㉤ $a = -1$

㉥ $a = 0$

㉦ $a = 1$

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉤

⑤ ㉢, ㉤

해설

중근을 가지려면, $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(-2k \times \frac{1}{2}\right)^2 = -3k^2 + 4$$

$$k^2 = -3k^2 + 4, 4k^2 = 4, k^2 = 1$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$k = \pm 1 \text{ 을 주어진 방정식에 대입하면 } x^2 \pm 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x \pm 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = \pm 1$$

$$\therefore k = 1 \text{ 일 때, 중근 } a = 1 \text{ 또는 } k = -1 \text{ 일 때, 중근 } a = -1$$

38. 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = \frac{5}{2}$

해설

$$x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$$

$$\text{i) } \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 0, \quad x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$
$$-\frac{3}{2} = k-1, \quad k = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = 0, \quad x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$
$$\frac{3}{2} = k-1, \quad k = \frac{5}{2}$$

(i), (ii)에 의하여 k 는 양수이므로 $k = \frac{5}{2}$ 이다.

39. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 8x + 15 - m = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$x^2 + 8x + 15 - m = 0$$

$$4^2 = 15 - m$$

$$\therefore m = -1$$

40. 이차방정식 $9x^2 - 12x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-2)x^2 + 7x - k = 0$ 의 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -4$

▷ 정답 : $x = \frac{1}{2}$

해설

$$9x^2 - 12x + k = 0, \quad x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{k}{9} = 0$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{k}{9}$$

$$\therefore k = 4$$

$(k-2)x^2 + 7x - k = 0$ 에 $k = 4$ 를 대입

$$2x^2 + 7x - 4 = 0, \quad (x+4)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

41. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0 \text{ 이므로}$$

$$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B & \\ &= 3A^2 - A + B^2 - 3B \\ &= -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$

42. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

43. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

44. 다음 중 $(a-2)(b+1) = 0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

㉠ $a = 2, b = 1$

㉡ $a = 3, b = 1$

㉢ $a = 1, b = -1$

㉣ $a = 2, b = -1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$$a - 2 = 0 \text{ 또는 } b + 1 = 0$$

$$a = 2 \text{ 또는 } b = -1$$

따라서 ㉠, ㉢, ㉣이다.

45. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a + 2, b + 2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

46. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2 + 3m - 4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 29$

해설

한 근이 2 이므로 $x = 2$ 를 대입하면

$$4(m+1) + 2(m^2 + 3m - 4) - 8 = 0$$

$$2m^2 + 10m - 12 = 0$$

$$m^2 + 5m - 6 = 0$$

$$(m+6)(m-1) = 0$$

$$m = -6 \text{ 또는 } m = 1$$

i) $m = 1$ 일 때,

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \quad (-2 < 0 \text{ 이므로 부적합})$$

ii) $m = -6$ 일 때,

$$-5x^2 + 14x - 8 = 0$$

$$5x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$(x-2)(5x-4) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{4}{5} \quad (\text{두 근이 모두 양수이므로 적합})$$

따라서 $m = -6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{5}{4} = -\frac{24}{5}$

$$\therefore a = 24, b = 5$$

$$\therefore a + b = 15 + 2 = 29$$

47. 이차방정식 $5x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근의 합이 1 이고, 큰 근이 작은 근보다 5 가 클 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -25

해설

두 근을 $e, f (e > f)$ 라 하면 $e = f + 5$ 이고, $e + f = 1$ 이므로
연립하면 $e = 3, f = -2$ 이다.

따라서 두 근은 3, -2 이다.

3, -2 를 두 근으로 $5x^2 - ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면
 $a = 5, b = -30$ 가 나온다.

따라서 $a + b = 5 + (-30) = -25$ 이다.

48. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$$x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -6, -2$$

$$2x^2 + 9x - 18 = 0 \rightarrow (x + 6)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6, \frac{3}{2}$$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x = -6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2 + 4mx - 12m = 0$ 도
근으로 -6 을 가지므로 $x = -6$ 을 대입하면

$$2 \times (-6)^2 + 4 \times (-6)m - 12m = 0$$

$$36m = 72$$

$$\therefore m = 2$$

49. 이차방정식 $(x + 5)(m - x) = n$ 이 중근 $x = -3$ 을 가질 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.(단, m, n 은 상수)

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x^2 + (5 - m)x - 5m + n = 0$ 과 $(x + 3)^2 = 0$ 에서

$(x + 3)^2 = 0$ 을 전개한 후, x 의 계수와 상수항을 비교해 보면

$$5 - m = 6, \quad m = -1$$

$$-5m + n = 9, \quad n = 4$$

$$\therefore m + n = 3$$

50. 이차방정식 $x^2 - ax - 5x + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차 방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$x^2 - ax - 5x + 9 = 0, \quad x^2 - (a + 5)x + 9 = 0$$

$$\left(\frac{a + 5}{2}\right)^2 = 9, \quad \frac{a + 5}{2} = \pm 3$$

$$a + 5 = \pm 6$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -11$$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 1, -11 이므로

$$1 + m + n = 0$$

$$-) \underline{121 - 11m + n = 0}$$

$$- 120 + 12m = 0$$

$$\therefore m = 10, \quad n = -11$$

$$\therefore m + n = 10 - 11 = -1$$