1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

① 한국 사람들의 모임
② 9 이하의 짝수의 모임
③ 10 과 17 사이의 수 중 분모가 2 인 기약분수의 모임
④ 3 보다 조금 큰 수의 모임
⑤ 5 로 나누었을 때 나머지가 4 인 자연수의 모임

해설
④ '조금' 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 9보다 작은 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \in A$ ④ $5 \notin A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다. 따라서 $1 \notin A$

3. 세 집합 $A = \{x|x\text{는 } 21\text{의 약수}\}$, $B = \{3, 7\}$, $C = \{x|x\text{는 } 21 \text{ 이하의 자연수}\}$ 일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함관계를 기호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것을 골라라.

① $B \subset A = C$　② $B \subset C \subset A$　③ $B \subset A \subset C$

④ $A \subset B \subset C$　⑤ $A = B \subset C$

해설

$A = \{1, 3, 7, 21\}$, $B = \{3, 7\}$, $C = \{1, 2, 3, ..., 20, 21\}$

$\therefore\ B \subset A \subset C$

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $a \notin \{a, b\}$　② $\varnothing \subset \{3\}$　③ $\{a, b\} \subset \{a, b\}$
④ $4 \subset \{1, 2, 4\}$　⑤ $\varnothing \in \{0\}$

해설

① $a \in \{a, b\}$
④ $4 \in \{1, 2, 4\}$
⑤ $\varnothing \subset \{0\}$

5. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

> $A = \{1, 2, a, 7, b\}$ 에 대하여 $\{1, 3\}$ 과 $\{1, 2, 7, 9\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다. $B = \{1, 2, 3, c, 9\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\{1, 3\}$ 과 $\{1, 2, 7, 9\}$ 가 집합 A 의 부분집합이므로 집합 $A = \{1, 2, 3, 7, 9\}$ 또는 $a = 9,\ b = 3$ 이다. 따라서 $a = 3, b = 9$ 이다. 또한, $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 를 의미하므로 $c = 7$ 이다.

$\therefore\ a+b+c = 3+9+7 = 19$

6. 집합 $A = \{1,2,3\}$, $B = \left\{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\right\}$, $C = \left\{x \mid x\text{는 6의 양의 약수}\right\}$ 일 때, 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $A \subset B \subset C$　② $B \subset A \subset C$　③ $B \subset C \subset A$

④ $C \subset A \subset B$　⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$x^2 - 4x + 3 = 0$ 에서 $(x-1)(x-3) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 3$

따라서 $B = \{1,\ 3\}$ 이고, $C = \{1,2,3,6\}$

따라서 집합 A, B, C 의 포함 관계는 $B \subset A \subset C$ 이다.

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \cup B = B$ ② $(A \cap B) \cup A = B$

③ $B \subset A$ ④ $A \subset (A \cup B)$

⑤ $(A \cap B) \cup (A \cup B) = B$

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.
② $A \cap B = A$ 이면 $(A \cap B) \cup A = A \cup A = A$ 이므로 옳지 않다.
③ $A \subset B$ 이므로 옳지 않다.

8. 전체집합 $U = \{x \mid x\text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 집합 $(A^c \cup B^c) \cup B$ 의 모든 원소의 합은?

① 24　② 25　③ 26　④ 27　⑤ 28

해설

$(A^c \cup B^c) \cup B = (A \cap B)^c \cup B = U$

따라서, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ 이다.

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 26$ 일 때, $n(B) = 15$, $n(A \cap B) = 8$ 이면 $n(A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 19

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$26 = n(A) + 15 - 8$

$\therefore\ n(A) = 19$

10. 두 집합 $X = \{-1,\ 1,\ 2\}$, $Y = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 다음 중 X에서 Y로의 함수인 것을 모두 고르면?

㉠ $f : x \rightarrow x$	㉡ $g : x \rightarrow x+2$
㉢ $h : x \rightarrow \lvert x \rvert$	㉣ $k : x \rightarrow x^2 - 1$

① ㉡, ㉢　　② ㉠, ㉡, ㉢　　③ ㉡, ㉢, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣　　⑤ ㉠, ㉡, ㉣

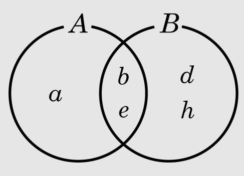
해설

㉠ $f(x) = x$ 에서 $f(-1) = -1$이고 $-1 \notin Y$이므로, 함수가 아니다.
㉡ $g(x) = x+2$ 에서 $g(-1) = 1 \in Y$, $g(1) = 3 \in Y$, $g(2) = 4 \in Y$ 이므로 함수이다.
㉢ $h(x) = |x|$ 에서 $h(-1) = 1 \in Y$, $h(1) = 1 \in Y$, $h(2) = 2 \in Y$ 이므로 함수이다.
㉣ $k(x) = x^2-1$ 에서 $k(-1) = 0 \notin Y$, $k(1) = 0 \notin Y$, $k(2) = 3 \in Y$ 이므로 함수가 아니다.

11. 두 집합 A, B 에 대하여 $A=\{a,\ b,\ e\}$ 이고, $A\cap B=\{b,\ e\}$, $A\cup B=\{a,\ b,\ d,\ e,\ h\}$ 일 때, 집합 B 는?

① $\{a,\ d,\ e,\ h\}$ ② $\{b,\ d,\ e,\ h\}$ ③ $\{b,\ e,\ h\}$
④ $\{d,\ e,\ h\}$ ⑤ $\{d,\ e\}$

해설



$\therefore\ B=\{b,\ d,\ e,\ h\}$

12. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$ 이고, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$
$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로
$(A \cap B) \subset X$
$A \cap B = \{2, 3\}$
$\{2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$
X 는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중 원소 2 , 3 을 포함하는 집합이다.
집합 X 의 개수 : $2^2 = 4$ 개다.

13. 전체집합이 U 이고, A 가 U 의 부분집합일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 골라라.

㉠ $A \cap A^C = \varnothing$	㉡ $A \cup A^C = U$
㉢ $U^c = \varnothing$	㉣ $(A^c)^c = A$
㉤ $U - A = \varnothing$	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ $U - A = A^c$

14. 두 집합 $A = \{2,\ 5,\ 9,\ a\}$, $B = \{3,\ 7,\ b+2,\ b-2\}$에 대하여 $A - B = \{2,\ 8\}$일 때, $a - b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

집합 A에서 $a = 8$이고,
$A \cap B = \{5,\ 9\}$이므로
(i) $b + 2 = 5$ 일 때, $b = 3$이므로
$B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\} \Rightarrow A \cap B = \{5\}$ (×)
(ii) $b - 2 = 5$일 때, $b = 7$이므로
$B = \{3,\ 5,\ 7,\ 9\} \Rightarrow A \cap B = \{5,\ 9\}$ (○)
$\therefore\ a - b = 8 - 7 = 1$

15. 두 집합 $A = \left\{x | x\text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\right\}, B = \left\{x | x\text{는 } 6\text{의 약수}\right\}$ 에 대하여 보기의 조건을 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

㉠ $A \cap X = X$　　　㉡ $(A - B) \cup X = X$

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이고 $(A - B) \subset X \subset A$ 이다.
따라서 $\{4, 8, 10\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$(개) 이다.

16. 60 명의 학생 중 등산을 좋아하는 학생이 28 명, 영화 감상을 좋아하는 학생이 37 명, 등산과 영화 감상을 모두 좋아하는 학생이 12 명일 때, 등산과 영화 감상을 모두 싫어하는 학생수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 명

▷ 정답 : 7 명

해설

등산을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 영화 감상을 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.
등산과 영화 감상을 좋아하는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 12$ 이다.
등산과 영화 감상을 모두 싫어하는 학생은 합집합을 제외한 나머지 인원이다.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$x = 28 + 37 - 12$
$x = 53$
$n(A \cup B) = 53$ 이므로 수학과 영어을 모두 싫어하는 학생은 $60 - 53 = 7$(명) 이다.

17. 세 조건 $p,\ q,\ r$ 의 진리집합을 $P,\ Q,\ R$ 이라 할 때, $P-Q=R$ 을 만족한다. 다음 <보기> 중 항상 참인 명제를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $r \rightarrow \sim q$　　㉡ $r \rightarrow p$　　㉢ $r \rightarrow q$

㉣ $\sim r \rightarrow \sim p$　　㉤ $p \rightarrow q$

① ㉠, ㉡　　② ㉠, ㉢　　③ ㉠, ㉤

④ ㉢, ㉣, ㉤　　⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

$P-Q=R$

따라서, $R \subset P$ 이고 집합간의 관계를 살펴보면

$Q=R^c, R=Q^c$ 이 된다.

이를 명제로 표현하면 $r \rightarrow p, q \rightarrow \sim r, r \rightarrow \sim q$ 이므로 참인 명제는 ㉠, ㉡이다.

18. 명제 $p \rightarrow q$가 참일 때, $p \Rightarrow q$로 나타내기로 한다. 명제 p, q, r에 대하여 다음 추론 중에서 옳은 것은?

① $p \Rightarrow \sim q$, $r \Rightarrow q$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

② $p \Rightarrow q$, $r \Rightarrow \sim q$ 이면 $\sim p \Rightarrow r$ 이다.

③ $p \Rightarrow \sim q$, $\sim r \Rightarrow q$ 이면 $\sim p \Rightarrow r$ 이다.

④ $q \Rightarrow p$, $\sim q \Rightarrow r$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

⑤ $q \Rightarrow \sim p$, $\sim q \Rightarrow r$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

해설

① $p \Rightarrow \sim q$, $\sim q \Rightarrow \sim r$ 이므로 $p \Rightarrow \sim r$
② $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow \sim r$ 이므로 $p \Rightarrow \sim r$
③ $p \Rightarrow \sim q$, $\sim q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$
④ $\sim p \Rightarrow \sim q$, $\sim q \Rightarrow r$ 이므로 $\sim p \Rightarrow r$
⑤ $p \Rightarrow \sim q$, $\sim q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

19. 다음 보기 중 세 실수 a, b, c 가 모두 0 이 아니기 위한 필요조건이 아닌 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $abc \neq 0$　　㉡ $a+b+c \neq 0$

㉢ $a^2+b^2+c^2 \neq 0$

① ㉠　② ㉡　③ ㉢　④ ㉠, ㉡　⑤ ㉡, ㉢

해설

p가 q이기 위한 필요조건이려면 $q \Rightarrow p$
q : 세 실수 a, b, c가 모두 0이 아니다.
㉠ $q \leftrightarrow abc \neq 0$ ∴ 필요충분조건
㉡ $q \nRightarrow a+b+c \neq 0$ (반례 : $a=-1$, $b=-1$, $c=2$), $q \nLeftarrow a+b+c \neq 0$(반례 : $a=0$, $b=-1$, $c=2$) ∴ 아무조건도 아니다.
㉢ $q \Rightarrow a^2+b^2+c^2 \neq 0$, $q \nLeftarrow a^2+b^2+c^2 \neq 0$ (반례 : $a=0$, $b=0$, $c=-1$) ∴ 필요조건

20. 실수 x 에 대하여 $x-3 \neq 0$이 $x^2+ax-18 \neq 0$ 이기 위한 필요조건일 때, a 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$x-3 \neq 0$이 $x^2+ax-18 \neq 0$ 이기 위한 필요조건이므로 명제 '$x^2+ax-18 \neq 0$이면 $x-3 \neq 0$이다.' 가 참이다.
이때, 대우 '$x-3=0$이면 $x^2+ax-18=0$ 이다.' 도 참이므로
$9+3a-18=0$
$\therefore\ a=3$

21. 세 수 2^{60}, 3^{40}, 5^{30} 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $5^{30} < 3^{40} < 2^{60}$　② $3^{40} < 2^{60} < 5^{30}$

③ $3 < 5^{30} < 2^{60}$　④ $2^{60} < 5^{30} < 3^{40}$

⑤ $2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$

해설

$\frac{2^{60}}{3^{40}} = \left(\frac{2^3}{3^2}\right)^{20} = \left(\frac{8}{9}\right)^{20} < 1$ 따라서 $2^{60} < 3^{40}$

$\frac{3^{40}}{5^{30}} = \left(\frac{3^4}{5^3}\right)^{10} = \left(\frac{81}{125}\right)^{10} < 1$ 따라서 $3^{40} < 5^{30}$

$\therefore 2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$

22. $a>0,\ b>0$ 일 때, $\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\times\left(b+\dfrac{4}{a}\right)$의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

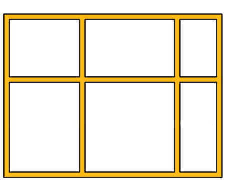
▷ 정답 : 9

해설

$a>0, b>0$이므로 산술기하 평균의 관계에 의해

$$(\text{준식}) = ab+4+1+\frac{4}{ab} \geq 2\cdot\sqrt{ab\cdot\frac{4}{ab}}+5$$
$$= 2\cdot 2+5 = 9$$

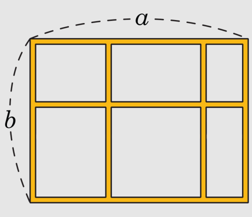
23. 길이가 240 인 끈을 가지고 운동장에 다음 그림과 같은 6 개의 작은 직사각형을 그리려고 한다. 사각형의 전체 넓이의 최대값과 이 때 전체 직사각형의 가로의 길이를 구하면? (최대값, 가로의 길이)



① $(600, 40)$　② $(1200, 40)$　③ $(600, 30)$

④ $(1200, 30)$　⑤ $(450, 60)$

해설



$3a + 4b = 240$

$3a + 4b \geq 2 \cdot \sqrt{3a \cdot 4b}$

$240 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{12}} \geq \sqrt{ab} (\because \; 3a + 4b = 240)$

$\therefore \; 1200 \geq ab$

단, 등호는 $3a = 4b$ 일 때 성립하므로,

$3a + 4b = 6a = 240,$

$\therefore \; a = 40$

24. 실수 $x,\ y$가 $x^2+y^2=5$를 만족할 때, $x+2y$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 한다. 이 때, $M-m$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$(1^2+2^2)(x^2+y^2) \geq (x+2y)^2$

$x^2+y^2=5$이므로

$25 \geq (x+2y)^2$

$\therefore\ -5 \leq x+2y \leq 5$

$\therefore\ M=5,\ m=-5$

$\therefore\ M-m=5-(-5)=10$

25. 자연수 n을 $n = 2^p \cdot k$ (p는 음이 아닌 정수, k는 홀수)로 나타낼 때, $f(n) = p$라 하자. 예를 들면, $f(12) = 2$이다. 다음 <보기>중 옳은 것을 모두 고르면 ?

보기

㉠ n이 홀수이면 $f(n) = 0$이다.

㉡ $f(8) < f(24)$이다.

㉢ $f(n) = 3$인 자연수 n은 무한히 많다.

① ㉠　② ㉡　③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉢　⑤ ㉡, ㉢

해설

$n = 2^p \cdot k$에서
㉠ n이 홀수이면, k가 홀수이므로 2^p이 홀수
$\therefore p = 0$ 즉, $f(n) = 0$
㉡ $f(8) = f(2^3 \cdot 1) = 3$, $f(24) = f(2^3 \cdot 3) = 3$
$\therefore f(8) = f(24)$
㉢ $f(n) = 3$에서 $n = 2^3 \cdot k$
홀수 k는 무수히 많으므로 n도 무수히 많다.

26. 0 이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

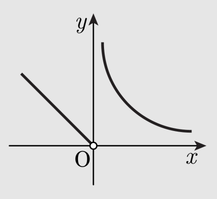
$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}(x>0)\\ -x(x<0)\end{cases}$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

Ⅰ. $f(f(3))+f(f(-3))=\frac{10}{3}$
Ⅱ. $f(-x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$
Ⅲ. $x_1>x_2$ 이면 $f(x_1)<f(x_2)$ 이다.

① Ⅰ　② Ⅲ　③ Ⅰ, Ⅱ　④ Ⅱ, Ⅲ　⑤ Ⅰ, Ⅲ

해설

$y=f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



Ⅰ. $f(f(3))+f(f(-3))=f\left(\frac{1}{3}\right)+f(3)$

$=3+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$ -<참>

Ⅱ.

ⅰ) $x>0$ 일 때, $-x<0, \frac{1}{x}>0$ 이므로

$f(-x)=-(-x)=x,$

$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{\frac{1}{x}}=x$

ⅱ) $x<0$ 일 때, $-x>0, \frac{1}{x}<0$ 이므로

$f(-x)=\frac{1}{-x}=-\frac{1}{x}$, $f\left(\frac{1}{x}\right)=-\frac{1}{x}$

ⅰ), ⅱ) 에서 $f(-x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$ -<참>

Ⅲ. 반례) $\frac{1}{3}>-2$ 일 때,

$f\left(\frac{1}{3}\right)=3>2=f(-2)$ -<거짓>

따라서 옳은 것은 Ⅰ, Ⅱ 이다.

27. 자연수 a, k 에 대하여 집합 $X = \{1,\ 2,\ 3,\ k\}$ 에서 집합 $Y = \{4,\ 7,\ a^4,\ a^2+3a\}$ 로의 함수 $f(x) = 3x+1$ 이 일대일 대응일 때, $a+k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

함수 f 가 일대일 대응이고, $f(x) = 3x+1$ 에서 $f(1) = 4,\ f(2) = 7$ 이므로

$f(3) = a^4$ 또는 $f(3) = a^2+3a$ 이어야 한다.

만약 $f(3) = a^4$ 이면 $a^4 = 3\times3+1 \quad \therefore a^4 = 10$

그런데 $a^4 = 10$ 을 만족하는

자연수 a 가 존재하지 않으므로 모순이다.

$\therefore f(3) = a^2+3a,\ f(k) = a^4$

$f(3) = a^2+3a$ 에서 $a^2+3a = 10$

$a^2+3a-10 = 0,\ \ (a-2)(a+5) = 0$

$\therefore a = 2(\because a$는 자연수)

$f(k) = a^4$, 즉 $a^4 = 3k+1$ 에서 $3k+1 = 16$

$\therefore k = 5$

$\therefore a+k = 2+5 = 7$

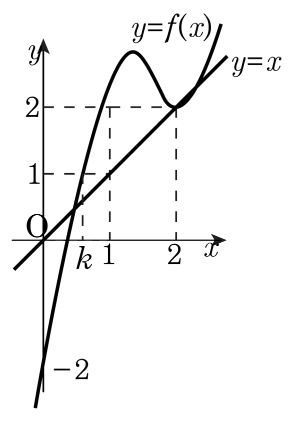
28. 두 집합 $X = \{-1,\ 0,\ 1\}$, $Y = \{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$가 있다. 함수 $f : X \to Y$ 가 임의의 $x \in X$ 에 대하여 $xf(x)$ 가 상수가 될 때, 이를 만족시키는 함수 f 의 개수는 몇 개인가?

① 3 개　　② 5 개　　③ 7 개　　④ 9 개　　⑤ 11 개

해설

임의의 $x \in X$ 에 대하여 $xf(x) = k$
(단, k 는 상수)를 만족시킨다고 하면
$x = -1$ 일 때, $-f(-1) = k$
$x = 0$ 일 때, $0 \cdot f(0) = k$
$\therefore\ k = 0$
$x = 1$ 일 때, $f(1) = k$ 에서
$f(-1) = f(1) = 0$ 임을 알 수 있다.
따라서, 집합 X 에서 Y 로의 함수 중
임의의 $x \in X$ 에 대하여 $xf(x)$ 가
상수가 되려면 -1 이 대응할 수 있는
원소 0 의 1 가지 0 이 대응할 수 있는 원소는
$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$ 의 5 가지
1 이 대응할 수 있는 원소는 0 의 1 가지
$\therefore\ 1 \times 5 \times 1 = 5$ (개)

29. 다음 그림과 같이 함수 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 2$ 에서 $f(k) = 1$ 일 때, $f^{10}(k)$ 의 값은?(단, $f^2 = f \circ f$, $f^3 = f^2 \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$)



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 5　　⑤ 11

해설

$f(k) = 1$

$f^2(k) = f(f(k)) = f(1) = 2$

$f^3(k) = f^2 \circ f(k) = f^2(f(k)) = f^2(1)$

$\quad = f(f(1)) = f(2) = 2$

$\vdots$

$f^{10}(k) = 2$

30. 다음 [보기] 의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 임의의 자연수 x 에 대하여 $f(x) = (x$ 의 약수$)$ 는 함수가 아니다.
㉡ 함수 f 가 일대일 함수이면 역함수가 항상 존재한다.
㉢ 함수의 모든 그래프는 집합으로 표현가능하다.
㉣ 함수 f , g 에 대하여 $f = g^{-1}$ 이면, f , g 는 $y = -x$ 에 대칭이다.
㉤ 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) = [x]$ 는 일대일 함수이다. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉤ ③ ㉢, ㉤
④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ 함수는 변수 x 에 행당되는 y 값이 하나씩 대응되어야 한다.
$\Rightarrow f(x) = ($ x 의 약수 $)$ 는 함수가 아니다 (참)
㉡ 반례 : $A = \{1,2,3\}, B = \{4,5,6,7\}$ 이면 일대일 함수라도 역함수가 존재하지 않는 경우가 있다.
㉢ 함수는 집합으로 표현 가능하다.
㉣ $f = g^{-1}$ 이면 f, g 는 $y = x$ 에 대칭이다.
㉤ 일대일 함수는 $a \neq b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$ 이다.
$\therefore f(x) = [x]$ 는 일대일 함수가 아니다.

31. $x \neq 1$ 인 모든 실수에 대하여 $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$ 로 정의된 함수 f 에 대하여 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 $f^{-1}(x) = \dfrac{ax+b}{x+c}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ 의 역함수는

$x = \dfrac{2y+1}{y-1}$ 에서

$x(y-1) = 2y+1$, $xy - x = 2y+1$, $xy - 2y = x+1$

$(x-2)y = x+1$

$\therefore\ y = \dfrac{x+1}{x-2} = f^{-1}(x)$

$= \dfrac{ax+b}{x+c}$

즉, $a = 1$, $b = 1$, $c = -2$

$\therefore\ a+b+c = 0$

32. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $g(f^{-1}(-3))$ 의 값을 구하여라. (단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f^{-1}(-3) = k$라 놓으면
$f(k) = -3$이므로 $k = -1$이다.
그러므로 $g(f^{-1}(-3)) = g(-1) = 2$

33. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여, $f(1) = 2, \;\; f^{-1}(-2) = -1$ 일 때, $f^{-1}(8)$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(1) = 2$ 에서 $a + b = 2 \cdots$ ㉠
$f^{-1}(-2) = -1$ 에서 $f(-1) = -2$
$\therefore \;\; -a + b = -2 \cdots$ ㉡
㉠과 ㉡를 연립하여 풀면 $a = 2, \;\; b = 0$
$\therefore \;\; f(x) = 2x$
이 때, $f^{-1}(8) = k$ 라 하면 $f(k) = 8$
따라서, $2k = 8$ 에서 $k = 4$
$\therefore \;\; f^{-1}(8) = 4$