

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 한국 사람들의 모임
- ② 9 이하의 짝수의 모임
- ③ 10 과 17 사이의 수 중 분모가 2 인 기약분수의 모임
- ④ 3 보다 조금 큰 수의 모임
- ⑤ 5 로 나누었을 때 나머지가 4 인 자연수의 모임

해설

④ ‘조금’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 9보다 작은 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \in A$ ④ $5 \notin A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다. 따라서 $1 \notin A$

3. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 21 \text{의 약수}\}$, $B = \{3, 7\}$, $C = \{x|x \text{는 } 21 \text{ 이하의 자연수}\}$ 일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함관계를 기호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것을 골라라.

① $B \subset A = C$

② $B \subset C \subset A$

③ $B \subset A \subset C$

④ $A \subset B \subset C$

⑤ $A = B \subset C$

해설

$$A = \{1, 3, 7, 21\}, B = \{3, 7\}, C = \{1, 2, 3, \dots, 20, 21\}$$

$$\therefore B \subset A \subset C$$

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $a \notin \{a, b\}$

② $\emptyset \subset \{3\}$

③ $\{a, b\} \subset \{a, b\}$

④ $4 \subset \{1, 2, 4\}$

⑤ $\emptyset \in \{0\}$

해설

① $a \in \{a, b\}$

④ $4 \in \{1, 2, 4\}$

⑤ $\emptyset \subset \{0\}$

5. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

$A = \{1, 2, a, 7, b\}$ 에 대하여 $\{1, 3\}$ 과 $\{1, 2, 7, 9\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다. $B = \{1, 2, 3, c, 9\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\{1, 3\}$ 과 $\{1, 2, 7, 9\}$ 가 집합 A 의 부분집합이므로 집합 $A = \{1, 2, 3, 7, 9\}$ 또는 $a = 9, b = 3$ 이다. 따라서 $a = 3, b = 9$ 이다. 또한, $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 를 의미하므로 $c = 7$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 9 + 7 = 19$$

6. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 양의 약수}\}$ 일 때, 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $A \subset B \subset C$

② $B \subset A \subset C$

③ $B \subset C \subset A$

④ $C \subset A \subset B$

⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \text{ 에서 } (x-1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\text{따라서 } B = \{1, 3\} \text{ 이고, } C = \{1, 2, 3, 6\}$$

따라서 집합 A, B, C 의 포함 관계는 $B \subset A \subset C$ 이다.

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \cup B = B$

② $(A \cap B) \cup A = B$

③ $B \subset A$

④ $A \subset (A \cup B)$

⑤ $(A \cap B) \cup (A \cup B) = B$

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

② $A \cap B = A$ 이면 $(A \cap B) \cup A = A \cup A = A$ 이므로 옳지 않다.

③ $A \subset B$ 이므로 옳지 않다.

8. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 집합 $(A^c \cup B^c) \cup B$ 의 모든 원소의 합은?

① 24

② 25

③ 26

④ 27

⑤ 28

해설

$$(A^c \cup B^c) \cup B = (A \cap B)^c \cup B = U$$

따라서, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ 이다.

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 26$ 일 때, $n(B) = 15$, $n(A \cap B) = 8$ 이면 $n(A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$26 = n(A) + 15 - 8$$

$$\therefore n(A) = 19$$

10. 두 집합 $X = \{-1, 1, 2\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고르면?

㉠ $f : x \rightarrow x$

㉡ $g : x \rightarrow x + 2$

㉢ $h : x \rightarrow |x|$

㉣ $k : x \rightarrow x^2 - 1$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ $f(x) = x$ 에서 $f(-1) = -1$ 이고 $-1 \notin Y$ 이므로, 함수가 아니다.

㉡ $g(x) = x+2$ 에서 $g(-1) = 1 \in Y$, $g(1) = 3 \in Y$, $g(2) = 4 \in Y$ 이므로 함수이다.

㉢ $h(x) = |x|$ 에서 $h(-1) = 1 \in Y$, $h(1) = 1 \in Y$, $h(2) = 2 \in Y$ 이므로 함수이다.

㉣ $k(x) = x^2-1$ 에서 $k(-1) = 0 \notin Y$, $k(1) = 0 \notin Y$, $k(2) = 3 \in Y$ 이므로 함수가 아니다.

11. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, h\}$ 일 때, 집합 B 는?

① $\{a, d, e, h\}$

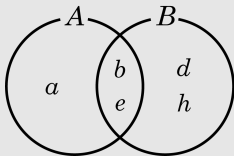
② $\{b, d, e, h\}$

③ $\{b, e, h\}$

④ $\{d, e, h\}$

⑤ $\{d, e\}$

해설



$\therefore B = \{b, d, e, h\}$

12. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$ 이고, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$

$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로

$(A \cap B) \subset X$

$A \cap B = \{2, 3\}$

$\{2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$

X 는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3 을 포함하는 집합이다.

집합 X 의 개수 : $2^2 = 4$ 개다.

13. 전체집합이 U 이고, A 가 U 의 부분집합일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 골라라.

㉠ $A \cap A^c = \emptyset$

㉡ $A \cup A^c = U$

㉢ $U^c = \emptyset$

㉣ $(A^c)^c = A$

㉤ $U - A = \emptyset$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

해설

㉤ $U - A = A^c$

14. 두 집합 $A = \{2, 5, 9, a\}$, $B = \{3, 7, b+2, b-2\}$ 에 대하여 $A - B = \{2, 8\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

집합 A 에서 $a = 8$ 이고,

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로

(i) $b + 2 = 5$ 일 때, $b = 3$ 이므로

$B = \{1, 3, 5, 7\} \Rightarrow A \cap B = \{5\}$ (×)

(ii) $b - 2 = 5$ 일 때, $b = 7$ 이므로

$B = \{3, 5, 7, 9\} \Rightarrow A \cap B = \{5, 9\}$ (○)

$\therefore a - b = 8 - 7 = 1$

15. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}, B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 보기의 조건을 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

㉠ $A \cap X = X$

㉡ $(A - B) \cup X = X$



답 :

개



정답 : 4개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이고 $(A - B) \subset X \subset A$ 이다.
따라서 $\{4, 8, 10\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

17. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 P, Q, R 이라 할 때, $P - Q = R$ 을 만족한다. 다음 <보기> 중 항상 참인 명제를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $r \rightarrow \sim q$

㉡ $r \rightarrow p$

㉢ $r \rightarrow q$

㉤ $\sim r \rightarrow \sim p$

㉥ $p \rightarrow q$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉥

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

$$P - Q = R$$

따라서, $R \subset P$ 이고 집합간의 관계를 살펴보면

$$Q = R^c, R = Q^c \text{ 이 된다.}$$

이를 명제로 표현하면 $r \rightarrow p, q \rightarrow \sim r, r \rightarrow \sim q$ 이므로 참인 명제는 ㉠, ㉡이다.

18. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, $p \Rightarrow q$ 로 나타내기로 한다. 명제 p, q, r 에 대하여 다음 추론 중에서 옳은 것은?

① $p \Rightarrow \sim q, r \Rightarrow q$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

② $p \Rightarrow q, r \Rightarrow \sim q$ 이면 $\sim p \Rightarrow r$ 이다.

③ $p \Rightarrow \sim q, \sim r \Rightarrow q$ 이면 $\sim p \Rightarrow r$ 이다.

④ $q \Rightarrow p, \sim q \Rightarrow r$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

⑤ $q \Rightarrow \sim p, \sim q \Rightarrow r$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

해설

① $p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim r$ 이므로 $p \Rightarrow \sim r$

② $p \Rightarrow q, q \Rightarrow \sim r$ 이므로 $p \Rightarrow \sim r$

③ $p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$

④ $\sim p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow r$ 이므로 $\sim p \Rightarrow r$

⑤ $p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

19. 다음 보기 중 세 실수 a, b, c 가 모두 0 이 아니기 위한 필요조건이 아닌 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $abc \neq 0$

㉡ $a + b + c \neq 0$

㉢ $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

해설

p 가 q 이기 위한 필요조건이라면 $q \Rightarrow p$

q : 세 실수 a, b, c 가 모두 0이 아니다.

㉠ $q \leftrightarrow abc \neq 0 \therefore$ 필요충분조건

㉡ $q \not\Rightarrow a + b + c \neq 0$ (반례 : $a = -1, b = -1, c = 2$),
 $q \not\Leftarrow a + b + c \neq 0$ (반례 : $a = 0, b = -1, c = 2$) $\therefore$ 아무조건도 아니다.

㉢ $q \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \neq 0, q \not\Leftarrow a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ (반례 : $a = 0, b = 0, c = -1$) $\therefore$ 필요조건

20. 실수 x 에 대하여 $x - 3 \neq 0$ 이 $x^2 + ax - 18 \neq 0$ 이기 위한 필요조건일 때, a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$x - 3 \neq 0$ 이 $x^2 + ax - 18 \neq 0$ 이기 위한 필요조건이므로 명제
' $x^2 + ax - 18 \neq 0$ 이면 $x - 3 \neq 0$ 이다.'가 참이다.

이때, 대우 ' $x - 3 = 0$ 이면 $x^2 + ax - 18 = 0$ 이다.'도 참이므로

$$9 + 3a - 18 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

21. 세 수 2^{60} , 3^{40} , 5^{30} 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $5^{30} < 3^{40} < 2^{60}$

② $3^{40} < 2^{60} < 5^{30}$

③ $3 < 5^{30} < 2^{60}$

④ $2^{60} < 5^{30} < 3^{40}$

⑤ $2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$

해설

$$\frac{2^{60}}{3^{40}} = \left(\frac{2^3}{3^2}\right)^{20} = \left(\frac{8}{9}\right)^{20} < 1 \text{ 따라서 } 2^{60} < 3^{40}$$

$$\frac{3^{40}}{5^{30}} = \left(\frac{3^4}{5^3}\right)^{10} = \left(\frac{81}{125}\right)^{10} < 1 \text{ 따라서 } 3^{40} < 5^{30}$$

$$\therefore 2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$$

22. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\left(a + \frac{1}{b}\right) \times \left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

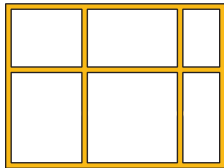
▷ 정답 : 9

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 산술기하 평균의 관계에 의해

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab} \geq 2 \cdot \sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} + 5 \\ &= 2 \cdot 2 + 5 = 9\end{aligned}$$

23. 길이가 240 인 끈을 가지고 운동장에 다음 그림과 같은 6 개의 작은 직사각형을 그리려고 한다. 사각형의 전체 넓이의 최대값과 이 때 전체 직사각형의 가로 길이를 구하면? (최대값, 가로의 길이)



① (600, 40)

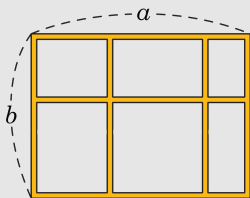
② (1200, 40)

③ (600, 30)

④ (1200, 30)

⑤ (450, 60)

해설



$$3a + 4b = 240$$

$$3a + 4b \geq 2 \cdot \sqrt{3a \cdot 4b}$$

$$240 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{12}} \geq \sqrt{ab} (\because 3a + 4b = 240)$$

$$\therefore 1200 \geq ab$$

단, 등호는 $3a = 4b$ 일 때 성립하므로,

$$3a + 4b = 6a = 240,$$

$$\therefore a = 40$$

24. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족할 때, $x + 2y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(1^2 + 2^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 2y)^2$$

$x^2 + y^2 = 5$ 이므로

$$25 \geq (x + 2y)^2$$

$$\therefore -5 \leq x + 2y \leq 5$$

$$\therefore M = 5, m = -5$$

$$\therefore M - m = 5 - (-5) = 10$$

25. 자연수 n 을 $n = 2^p \cdot k$ (p 는 음이 아닌 정수, k 는 홀수)로 나타낼 때, $f(n) = p$ 라 하자. 예를 들면, $f(12) = 2$ 이다. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면 ?

보기

- ㉠ n 이 홀수이면 $f(n) = 0$ 이다.
 ㉡ $f(8) < f(24)$ 이다.
 ㉢ $f(n) = 3$ 인 자연수 n 은 무한히 많다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$n = 2^p \cdot k$ 에서

㉠ n 이 홀수이면, k 가 홀수이므로 2^p 이 홀수

$\therefore p = 0$ 즉, $f(n) = 0$

㉡ $f(8) = f(2^3 \cdot 1) = 3$, $f(24) = f(2^3 \cdot 3) = 3$

$\therefore f(8) = f(24)$

㉢ $f(n) = 3$ 에서 $n = 2^3 \cdot k$

홀수 k 는 무수히 많으므로 n 도 무수히 많다.

26. 0 이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & (x > 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases} \quad \text{일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?}$$

$$\text{I. } f(f(3)) + f(f(-3)) = \frac{10}{3}$$

$$\text{II. } f(-x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\text{III. } x_1 > x_2 \text{ 이면 } f(x_1) < f(x_2) \text{ 이다.}$$

① I

② III

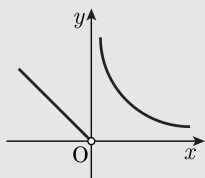
③ I, II

④ II, III

⑤ I, III

해설

$y = f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



$$\text{I. } f(f(3)) + f(f(-3)) = f\left(\frac{1}{3}\right) + f(3)$$

$$= 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \text{ -<참>}$$

II.

i) $x > 0$ 일 때, $-x < 0$, $\frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$f(-x) = -(-x) = x,$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$$

ii) $x < 0$ 일 때, $-x > 0$, $\frac{1}{x} < 0$ 이므로

$$f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}, \quad f\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x}$$

i), ii) 에서 $f(-x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ -<참>

III. 반례) $\frac{1}{3} > -2$ 일 때,

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 3 > 2 = f(-2) \text{ -<거짓>}$$

따라서 옳은 것은 I, II 이다.

27. 자연수 a, k 에 대하여 집합 $X = \{1, 2, 3, k\}$ 에서 집합 $Y = \{4, 7, a^4, a^2 + 3a\}$ 로의 함수 $f(x) = 3x + 1$ 이 일대일 대응일 때, $a + k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

함수 f 가 일대일 대응이고, $f(x) = 3x + 1$ 에서 $f(1) = 4, f(2) = 7$ 이므로

$f(3) = a^4$ 또는 $f(3) = a^2 + 3a$ 이어야 한다.

만약 $f(3) = a^4$ 이면 $a^4 = 3 \times 3 + 1 \quad \therefore a^4 = 10$

그런데 $a^4 = 10$ 을 만족하는

자연수 a 가 존재하지 않으므로 모순이다.

$\therefore f(3) = a^2 + 3a, f(k) = a^4$

$f(3) = a^2 + 3a$ 에서 $a^2 + 3a = 10$

$a^2 + 3a - 10 = 0, (a - 2)(a + 5) = 0$

$\therefore a = 2 (\because a \text{는 자연수})$

$f(k) = a^4$, 즉 $a^4 = 3k + 1$ 에서 $3k + 1 = 16$

$\therefore k = 5$

$\therefore a + k = 2 + 5 = 7$

28. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 가 있다. 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 임의의 $x \in X$ 에 대하여 $xf(x)$ 가 상수가 될 때, 이를 만족시키는 함수 f 의 개수는 몇 개인가?

① 3 개

② 5 개

③ 7 개

④ 9 개

⑤ 11 개

해설

임의의 $x \in X$ 에 대하여 $xf(x) = k$

(단, k 는 상수)를 만족시킨다고 하면

$$x = -1 \text{ 일 때, } -f(-1) = k$$

$$x = 0 \text{ 일 때, } 0 \cdot f(0) = k$$

$$\therefore k = 0$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } f(1) = k \text{ 에서}$$

$$f(-1) = f(1) = 0 \text{ 임을 알 수 있다.}$$

따라서, 집합 X 에서 Y 로의 함수 중

임의의 $x \in X$ 에 대하여 $xf(x)$ 가

상수가 되려면 -1 이 대응할 수 있는

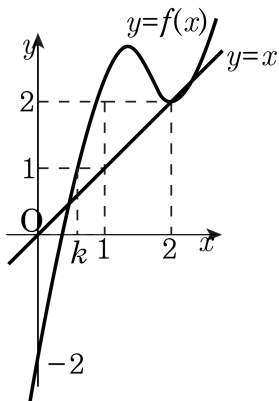
원소 0 의 1 가지 0 이 대응할 수 있는 원소는

$-2, -1, 0, 1, 2$ 의 5 가지

1 이 대응할 수 있는 원소는 0 의 1 가지

$$\therefore 1 \times 5 \times 1 = 5 \text{ (개)}$$

29. 다음 그림과 같이 함수 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 2$ 에서 $f(k) = 1$ 일 때, $f^{10}(k)$ 의 값은?(단, $f^2 = f \circ f$, $f^3 = f^2 \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$)



① 1

② 2

③ 3

④ 5

⑤ 11

해설

$$f(k) = 1$$

$$f^2(k) = f(f(k)) = f(1) = 2$$

$$\begin{aligned} f^3(k) &= f^2 \circ f(k) = f^2(f(k)) = f^2(1) \\ &= f(f(1)) = f(2) = 2 \end{aligned}$$

$\vdots$

$$f^{10}(k) = 2$$

30. 다음 [보기]의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 임의의 자연수 x 에 대하여 $f(x) = (x \text{의 약수})$ 는 함수가 아니다.
- ㉡ 함수 f 가 일대일 함수이면 역함수가 항상 존재한다.
- ㉢ 함수의 모든 그래프는 집합으로 표현가능하다.
- ㉣ 함수 f, g 에 대하여 $f = g^{-1}$ 이면, f, g 는 $y = -x$ 에 대칭이다.
- ㉤ 임의 실수 x 에 대하여 $f(x) = [x]$ 는 일대일 함수이다.
(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ 함수는 변수 x 에 해당되는 y 값이 하나씩 대응되어야 한다.
 $\Rightarrow f(x) = (x \text{의 약수})$ 는 함수가 아니다 (참)
- ㉡ 반례 : $A = \{1, 2, 3\}, B = \{4, 5, 6, 7\}$ 이면 일대일 함수라도 역함수가 존재하지 않는 경우가 있다.
- ㉢ 함수는 집합으로 표현 가능하다.
- ㉣ $f = g^{-1}$ 이면 f, g 는 $y = x$ 에 대칭이다.
- ㉤ 일대일 함수는 $a \neq b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$ 이다.
 $\therefore f(x) = [x]$ 는 일대일 함수가 아니다.

31. $x \neq 1$ 인 모든 실수에 대하여 $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ 로 정의된 함수 f 에 대하여
 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 $f^{-1}(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$f(x) = y = \frac{2x+1}{x-1} \text{의 역함수는}$$

$$x = \frac{2y+1}{y-1} \text{에서}$$

$$x(y-1) = 2y+1, xy-x = 2y+1, xy-2y = x+1$$

$$(x-2)y = x+1$$

$$\therefore y = \frac{x+1}{x-2} = f^{-1}(x)$$

$$= \frac{ax+b}{x+c}$$

$$\text{즉, } a=1, b=1, c=-2$$

$$\therefore a+b+c=0$$

32. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $g(f^{-1}(-3))$ 의 값을 구하여라. (단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f^{-1}(-3) = k$ 라 놓으면

$f(k) = -3$ 이므로 $k = -1$ 이다.

그러므로 $g(f^{-1}(-3)) = g(-1) = 2$

33. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여, $f(1) = 2$, $f^{-1}(-2) = -1$ 일 때, $f^{-1}(8)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$f(1) = 2 \text{ 에서 } a + b = 2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f^{-1}(-2) = -1 \text{ 에서 } f(-1) = -2$$

$$\therefore -a + b = -2 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠과 ㉡를 연립하여 풀면 $a = 2$, $b = 0$

$$\therefore f(x) = 2x$$

이 때, $f^{-1}(8) = k$ 라 하면 $f(k) = 8$

따라서, $2k = 8$ 에서 $k = 4$

$$\therefore f^{-1}(8) = 4$$