1. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 수학 쪽지 시험의 결과를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	7	9	6	7	6

① 1 ② 1.2 ③ 1.4 ④ 1.6 ⑤ 1.8

해설

주어진 자료의 평균은

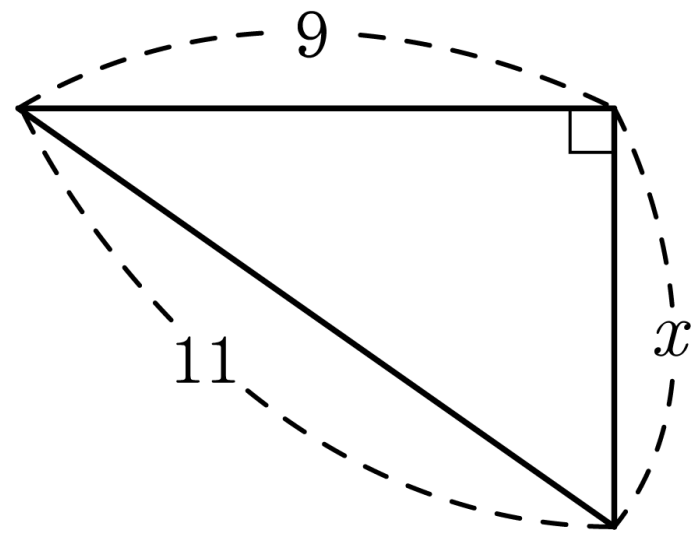
$$\frac{7+9+6+7+6}{5} = \frac{35}{5} = 7(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 $0,\ 2,\ -1,\ 0,\ -1$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{0^2+2^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

2. 다음 그림의 직각삼각형에서 x 의 값은?



① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{30}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

피타고라스 정리에 따라

$9^2 + x^2 = 11^2$

$x^2 = 121 - 81 = 40$

$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{10}$ 이다.

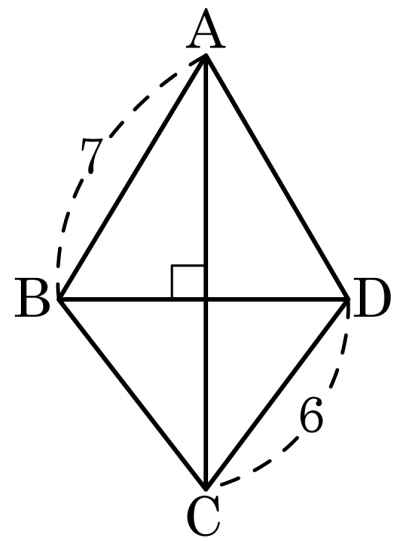
3. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 둔각삼각형인 것은?

① 3cm, 3cm, 4cm
② 3cm, 4cm, 5cm
③ 4cm, 4cm, 7cm
④ 5cm, 12cm, 13cm
⑤ 6cm, 8cm, 9cm

해설

세 변의 길이가 a , b , c $(a < b < c)$ 일 때, $a^2 + b^2 < c^2$ 일 때 둔각삼각형이므로
③ $7^2 > 4^2 + 4^2$ 이다.

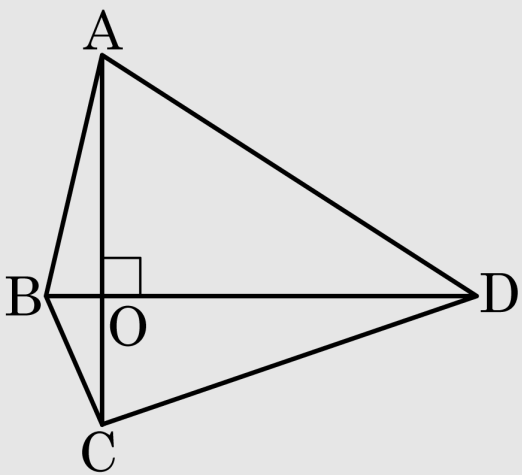
4. 다음 그림의 □ABCD에서 $\overline{AB}=7$, $\overline{CD}=6$일 때, $\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$의 값은?



① $\sqrt{13}$ ② $\sqrt{85}$ ③ 13

④ 85 ⑤ 169

해설

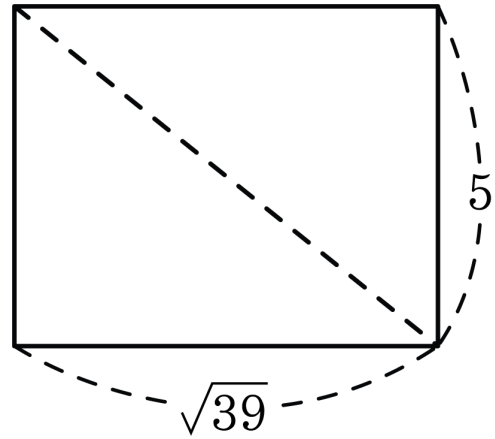


대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다.

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$

$\therefore\ \overline{AD}^2+\overline{BC}^2=7^2+6^2=85$

5. 다음 그림에서 직사각형의 대각선의 길이는?



① $2\sqrt{15}$ ② $3\sqrt{7}$ ③ 8 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 9

해설

피타고라스 정리에 따라
$\sqrt{5^2 + \sqrt{39}^2} = 8$ 이다.

6. 다음 표는 20 명의 학생에 대한 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 도수분포표이다. 턱걸이 횟수의 평균이 8 회 일 때, a, b 의 값은?

계급값 (회)	6	7	8	9	10	합계
도수	2	a	8	4	b	20

① $a=1,\ b=5$ ② $a=2,\ b=4$ ③ $a=3,\ b=2$

④ $a=4,\ b=2$ ⑤ $a=5,\ b=1$

해설

전체 학생 수가 20 명이므로 $2+a+8+4+b=20$

$\therefore\ a+b=6\cdots$㉠

또한, 평균이 8 회 이므로

$$\frac{6\times 2+7\times a+8\times 8+9\times 4+10\times b}{20}=8,$$

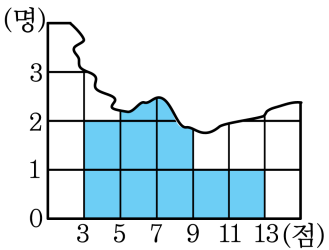
$12+7a+64+36+10b=160$

$\therefore\ 7a+10b=48\cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4,\ b=2$

$\therefore\ a=4,\ b=2$

7. 다음 그림은 A 반 학생 10 명의 수학 쪽지 시험의 성적을 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 8인 학생이 전체의 20 % 일 때, 전체 학생의 평균을 구하여라.



▶ 답 : 점

▷ 정답 : 7점

해설

계급값 8 에 대한 도수는 $10 \times \frac{20}{100} = 2$(명)

한편, 계급값 6 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 10 이므로 $10 - (2 + 2 + 1 + 1) = 4$

$\therefore x = 4$

따라서 구하는 평균은

$$\frac{4 \times 2 + 6 \times 4 + 8 \times 2 + 10 \times 1 + 12 \times 1}{10} =$$

$$\frac{8 + 24 + 16 + 10 + 12}{10} = 7(\text{점}) \text{ 이다.}$$

8. 5 개의 변량 $4, 5, x, 11, y$ 의 평균이 6 이고 분산이 8 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

5 개의 변량의 평균이 6 이므로 $x + y = 10$ 이다.

$$\frac{(4-6)^2 + (5-6)^2 + (x-6)^2}{5} + \frac{(11-6)^2 + (y-6)^2}{5} = 8$$

$$4 + 1 + (x-6)^2 + 25 + (y-6)^2 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 72 + 30 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(10) + 72 + 30 = 40$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 58$$

9. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 $8, 5$이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$m^2 = \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3}$$

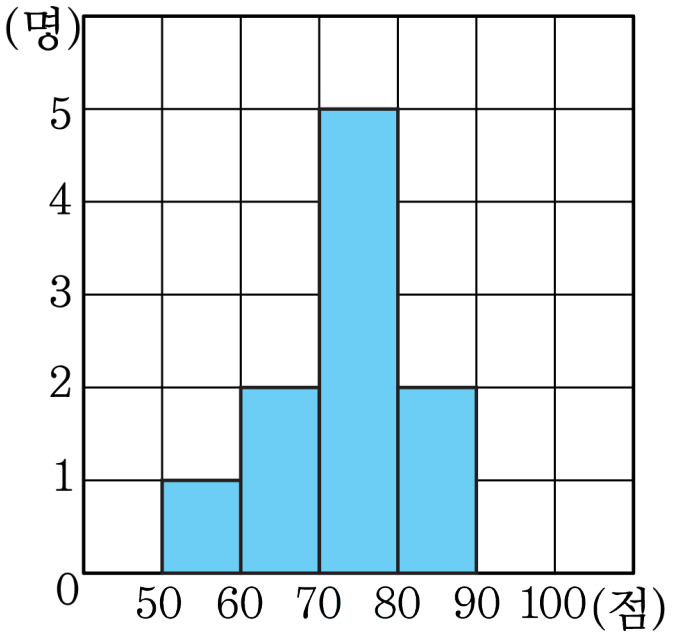
$$= \frac{4\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\}}{3}$$

$$= 4 \cdot 25 = 100$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

10. 다음 히스토그램은 학생 10 명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

해설

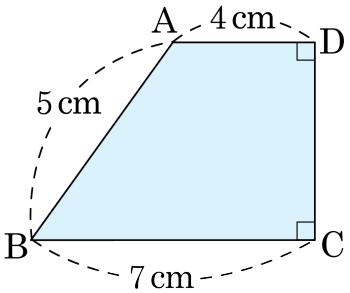
$$(\text{평균}) = \frac{55\times 1 + 65\times 2 + 75\times 5 + 85\times 2}{10} = \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{10}\{(55-73)^2\times 1 + (65-73)^2\times 2\}$$

$$+\frac{1}{10}\{(75-73)^2\times 5 + (85-73)^2\times 2\}$$

$$= \frac{760}{10} = 76$$

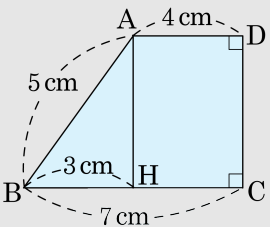
11. 다음 그림에서 □ABCD 가 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 인 사다리꼴일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\sqrt{65}$ cm

해설

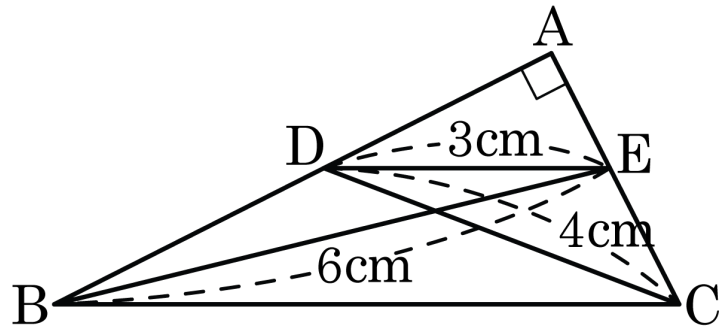


꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 로 수선의 발을 H 라 하자. △ABH 에서 피타고라스 정리를 이용하면

$\overline{AH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$ 가 된다.

$\overline{BD} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65}(\text{cm})$

12. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 3\,cm$, $\overline{CD} = 4\,cm$, $\overline{BE} = 6\,cm$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\sqrt{43}$ cm

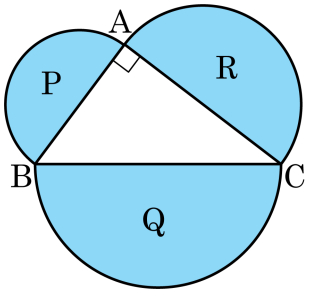
해설

$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{EB}^2$ 이므로,

$x = \sqrt{6^2 + 4^2 - 3^2} = \sqrt{43}\,(cm)$

13. 다음 보기에 주어진 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 하자.

보기



$P = \frac{9}{2}\pi cm^2, Q = \frac{25}{2}\pi cm^2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?

① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$R = Q - P$ 이다.

$R = \frac{25}{2}\pi - \frac{9}{2}\pi = 8\pi(cm^2)$ 이므로

$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 = 8\pi$ 에서

$\overline{AC^2} = 64$ 이다.

따라서 $\overline{AC} = 8cm(\because \overline{AC} > 0)$ 이다.

14. 직선 $y = 3x - 5$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ a)$, $\mathrm{B}(b,\ 4)$ 에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{10}$

해설

점 $\mathrm{A}(-2, a)$ 를 대입하면 $a = 3(-2) - 5$, $a = -11$ 이고, 점 $\mathrm{B}(b, 4)$ 를 대입하면 $4 = 3b - 5$, $3b = 9$, $b = 3$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는 $\sqrt{(-2-3)^2 + (-11-4)^2} = 5\sqrt{10}$ 이다.

15. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

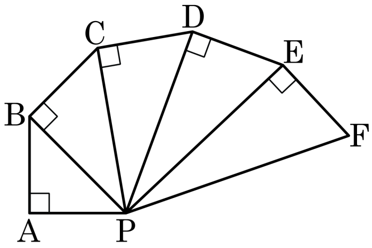
학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

16. 다음 그림에서 $\overline{PF}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AP}=\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=1\,cm$)



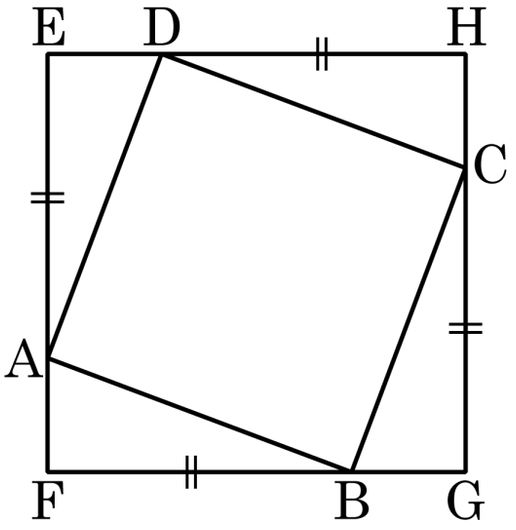
▶ 답 : ____________ cm

▷ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

$\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCD$, $\triangle PDE$,
$\triangle PEF$ 는 모두 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 이용하면
$\overline{PB}=\sqrt{2}(cm)$, $\overline{PC}=\sqrt{3}(cm)$,
$\overline{PD}=2(cm)$, $\overline{PE}=\sqrt{5}(cm)$
$\overline{PF}=\sqrt{6}(cm)$

17. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 $\square ABCD = 73\,cm^2$, $\square EFGH = 121\,cm^2$, $\overline{BF} > \overline{BG}$ 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이는?



① $3\,cm$ ② $\frac{7}{2}\,cm$ ③ $4\,cm$

④ $8\,cm$ ⑤ $\frac{15}{2}\,cm$

해설

$\square ABCD = 73\,cm^2$, $\square EFGH = 121\,cm^2$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{73}\,cm$, $\overline{FG}\,cm = 11\,cm$ 이다.

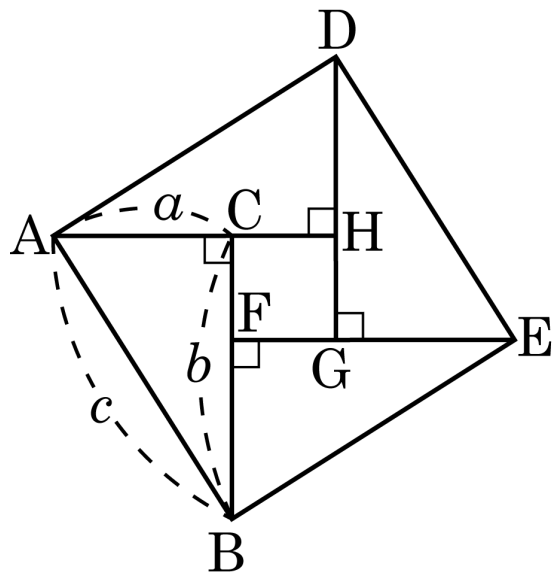
$\overline{BG} = x\,cm$, $\overline{FB} = y\,cm$ 라고 할 때,

$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.

$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$

인수분해를 이용하면 $(x-3)(x-8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{BF} > \overline{BG}$) 이다.

18. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

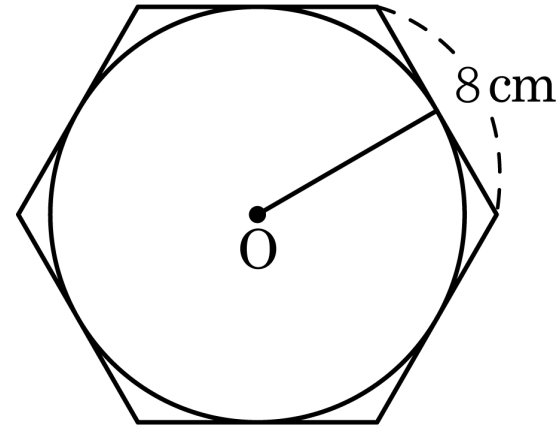
④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

19. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 8 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$ cm

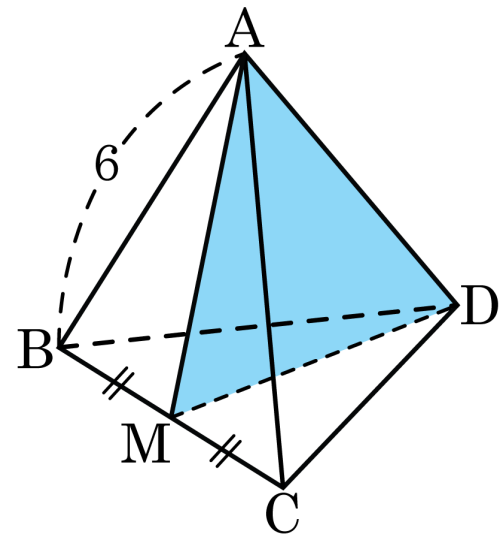
해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 8 cm 인 정삼각형이 된다.

정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되므로 구하면 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 =$

$4\sqrt{3}$ (cm) 이다.

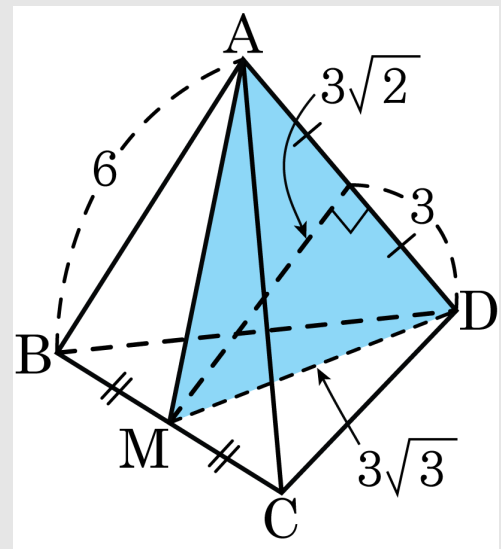
20. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체 A – BCD 에서 점 M 이 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\triangle AMD$ 의 넓이는?



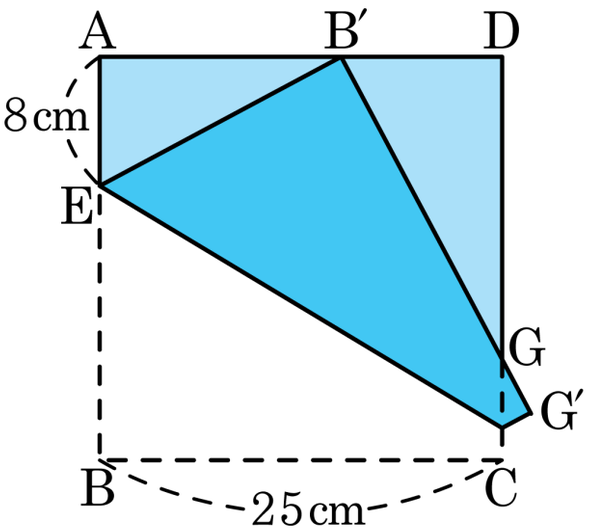
① 9 ② 10 ③ $9\sqrt{6}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{2}$

해설

$\triangle AMD$ 는 $\overline{AM} = \overline{DM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$ 인 이등변삼각형이고
$\triangle AMD$ 의 높이는 $\sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이다.
$\therefore \triangle AMD = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$



21. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 25cm 인 정사각형 ABCD 에 $\overline{AE} = 8cm$ 이고, 점 B 가 $\overline{AD}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{B'G}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{85}{4}$ cm

해설

$\overline{EB} = \overline{EB'} = 25 - 8 = 17(cm)$

$\triangle AEB'$ 에서 $\overline{AB'} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(cm)$

$\overline{B'D} = \overline{AD} - \overline{AB'} = 25 - 15 = 10(cm)$

$\triangle AEB' \backsim \triangle DB'G$ 이므로

$\overline{AE} : \overline{B'D} = \overline{EB'} : \overline{B'G}$

$8 : 10 = 17 : \overline{B'G}$

$\therefore \overline{B'G} = \frac{85}{4}(cm)$

22. 넓이가 16π 인 원 O 에 외접하는 삼각형 중 세 변의 길이가 연속하는 자연수인 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 84

해설

삼각형의 세 변의 길이가 연속하는 자연수이므로 세 변의 길이를 각 각 $x,\ x+1,\ x+2$ 로 놓으면 헤론의 공식에 의해

$s=\dfrac{x+(x+1)+(x+2)}{2}=\dfrac{3x+3}{2}$ 에서

$\triangle ABC=\dfrac{x+1}{4}\sqrt{3(x-1)(x+3)}\cdots$ ㉠

한편, 내접원의 넓이가 16π 이므로 내접원의 반지름의 길이는 4 이다.

$\therefore \triangle ABC$

$=\dfrac{1}{2}x\times 4+\dfrac{1}{2}(x+1)\times 4+\dfrac{1}{2}(x+2)\times 4$

$=6(x+1)\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

$\dfrac{x+1}{4}\sqrt{3(x-1)(x+3)}=6(x+1)$ 따라서, 삼각형의 넓이는

$\therefore x=13(x>0)$

$6(13+1)=84$ 이다.

23. $\overline{AB}=3,\ \overline{BC}=5,\ \overline{CD}=6,\ \overline{DA}=4$ 인 사각형 ABCD 의 대각선의 길이가 각각 $2\sqrt{10},\ 3\sqrt{5}$ 일 때, 두 대각선의 중점 사이의 거리를 구하여라

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{2}$

해설

대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 중점을 각각 F, E 라 하고, 보조선 BF 와 DF 를 그으면

$\triangle ABC$ 에서 파푸스의 정리에 의해

$3^2+5^2=2(\overline{BF^2}+\overline{AF^2})\cdots①$

$\triangle ADC$ 에서 파푸스의 정리에 의해

$4^2+6^2=2(\overline{DF^2}+\overline{AF^2})\cdots②$

① + ② 을 하면

$3^2+4^2+5^2+6^2=2(\overline{BF^2}+\overline{DF^2})+4\overline{AF^2}$

$\triangle BFD$ 에서 파푸스의 정리에 의해

$\overline{BF^2}+\overline{DF^2}=2(\overline{EF^2}+\overline{DE^2})\cdots③$

또, $\overline{AC}=2\overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC^2}=4\overline{AF^2}\cdots④$

$\overline{BD}=2\overline{DE}$ 이므로 $\overline{BD}^2=4\overline{DE^2}\cdots⑤$

$3^2+4^2+5^2+6^2$

$=2(\overline{BF^2}+\overline{DF^2})+4\overline{AF^2}$

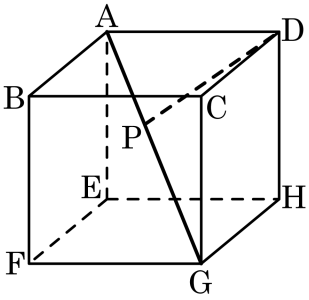
$=4(\overline{DE^2}+\overline{EF^2})+4\overline{AF^2}$ ($\because$ ③)

$=4\overline{AF^2}+4\overline{DE^2}+4\overline{EF^2}$

$=\overline{AC^2}+\overline{BD^2}+4\overline{EF^2}$ ($\because$ ④, ⑤)

따라서, $86=(2\sqrt{10})^2+(3\sqrt{5})^2+4\overline{EF^2}$ 이므로 $\overline{EF}=\frac{1}{2}$ 이다.

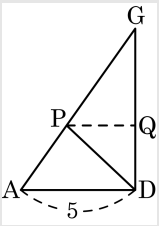
24. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5 인 정육면체에서 대각선 AG 를 2 : 3 으로 내분하는 점을 P 라 할 때, 선분 DP 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{17}$

해설



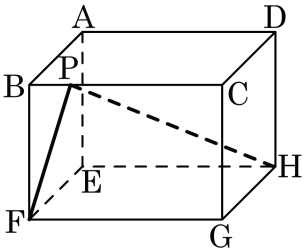
△ADG 에서 $\overline{DG} = 5\sqrt{2}$, $\overline{AG} = 5\sqrt{3}$ 이고,
$(5\sqrt{2})^2 + 5^2 = (5\sqrt{3})^2$ 이므로 직각삼각형이다.
점 P 에서 $\overline{GD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하면
△GPQ 와 △GAD 는 닮음이고, $\overline{AP} : \overline{PG} = 2 : 3$ 이므로

$\overline{QD} = 5\sqrt{2} \times \frac{2}{5} = 2\sqrt{2}$

$\overline{PQ} = 5 \times \frac{3}{5} = 3$

따라서 $\overline{PD} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{17}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AD}=5$, $\overline{AE}=3$ 인 직육면체의 모서리 BC 위의 점 P 에 대하여 $\overline{FP}+\overline{PH}$ 의 최솟값을 구하여라.

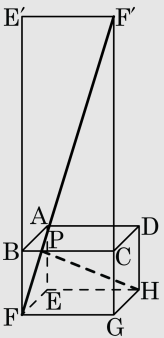


▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{89}$

해설

면 BCEH 를 $\overline{BC}$ 를 축으로 회전하여 면 BFGC 와 한 면이 되도록 두 점 E′, H′ 를 잡으면 $\overline{FP}+\overline{PH}$ 의 최솟값은 $\overline{FH'}$ 와 같다.



따라서 $\overline{GH'}=\overline{CG}+\overline{CH'}=3+\sqrt{4^2+3^2}=8$ 이므로 $\overline{FH'}=\sqrt{5^2+8^2}=\sqrt{89}$ 이다.