

1. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $P \cup Q = U$
- ② $P \cap Q = \phi$
- ③ $Q \subset P$
- ④ $P \subset Q$
- ⑤ $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 $P^c \subset Q^c \leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참따라서 $Q \subset P$

2. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

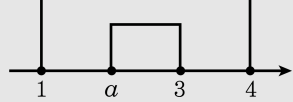
$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

3. $a \leq x \leq 3$ 은 $1 \leq x \leq 4$ 이기 위한 충분조건이고, $1 \leq x \leq 4$ 이기 위한 필요조건은 $0 \leq x \leq b$ 이다. 이때, a 의 최솟값과 b 의 최솟값의 곱은?

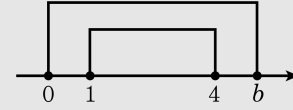
① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

- (i) $0 \leq x \leq 3$ 은 $1 \leq x \leq 4$ 이기 위한 충분조건이므로 다음 그림에서 $1 \leq a \leq 3$ 따라서, a 의 최솟값은 1이다.



- (ii) $1 \leq x \leq 4$ 이기 위한 필요조건이 $0 \leq x \leq b$ 이므로 다음 그림에서 $b \geq 4$



따라서, b 의 최솟값은 4이다.

- (i), (ii) 에서 a 의 최솟값과 b 의 최솟값의 곱은 $1 \times 4 = 4$

4. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow r$ 가 모두 참이면 명제 $p \rightarrow r$ 도 참이 된다. 이 성질을 이용하여 다음을 구하여라.

네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다.

이 때, p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 충분조건

해설

$p \rightarrow r, q \rightarrow r, r \rightarrow s, s \rightarrow q$ 가 참이다. $p \Rightarrow r \Rightarrow s \Rightarrow q$ 이므로 $p \Rightarrow q$ 이다.
 $\therefore p$ 는 q 이기 위한 충분조건이다.

5. 다음 중에서 p 는 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 고르면? (단, 모든 문자는 실수)
- ① $p : a > 3, q : a^2 > 9$
 - ② $p : a^2 = ab, q : a = b$
 - ③ $p : |a| < |b|, q : a < b$
 - ④ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 = -2$
 - ⑤ $p : x = 1$ 이고 $y = 1, q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$

해설

- ① 충분조건
- ③ 아무런 조건관계가 아니다.
- ④ 아무런 조건관계가 아니다. 진리집합을 구해보면 $P = \{-1, 3\}, Q = \emptyset$ 에서 $P \supset Q$ 관계로 보아 필요조건이라고 하지 않도록 주의하자.
- ⑤ 필요충분조건