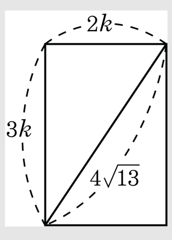
1. 가로와 세로의 길이의 비가 $2:3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{13}$ 인 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

직사각형의 가로의 길이를 $2k$, 세로의 길이를 $3k$ 라 하면

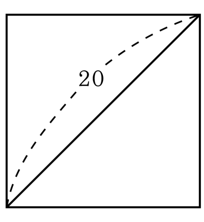


$$4\sqrt{13} = \sqrt{(2k)^2+(3k)^2} = \sqrt{4k^2+9k^2} = \sqrt{13}k$$

$\therefore\ k=4$

따라서 둘레의 길이는 $2(2k+3k)=10k=40$ 이다.

2. 대각선의 길이가 20 인 정사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

정사각형 한 변을 a 라 하면 대각선은 $\sqrt{2}a$ 이므로
$\sqrt{2}a = 20$, $a = 10\sqrt{2}$
따라서, 정사각형의 넓이는 $(10\sqrt{2})^2 = 200$ 이다.

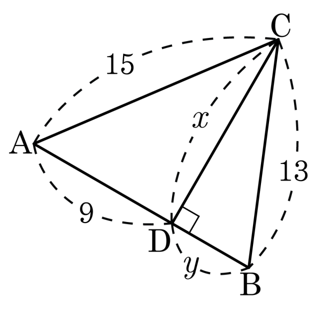
3. 다음 중 원점 $O(0, 0)$와의 거리가 가장 먼 점은?

① $A(-1, -2)$ ② $B(1, -1)$ ③ $C(2, 3)$
④ $D(\sqrt{2}, 1)$ ⑤ $E(-2, -1)$

해설

① $\sqrt{5}$
② $\sqrt{2}$
③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{3}$
⑤ $\sqrt{5}$

4. 다음은 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 인 삼각형 $\triangle ABC$ 이다. $2x - y$ 의 값을 구하면?

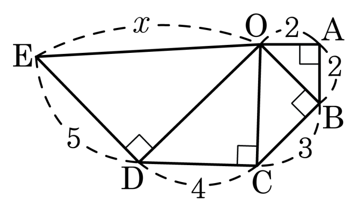


① 18　② 19　③ 20　④ 21　⑤ 22

해설

$\triangle ADC$ 가 직각삼각형이므로
$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$
$y = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$
$\therefore 2x - y = 2 \times 12 - 5 = 19$

5. 다음 그림 x의 값은?

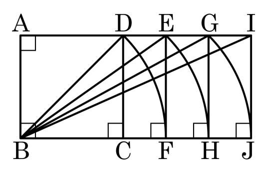


① $\sqrt{57}$ ② $\sqrt{58}$ ③ $\sqrt{59}$ ④ $\sqrt{61}$ ⑤ $\sqrt{65}$

해설

$\overline{\mathrm{BO}} = 2\sqrt{2}, \overline{\mathrm{CO}} = \sqrt{9+8} = \sqrt{17}$
$\overline{\mathrm{DO}} = \sqrt{17+16} = \sqrt{33}$
$\overline{\mathrm{OE}} = \sqrt{25+33} = \sqrt{58}$

6. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{BH}$, $\overline{BG} = \overline{BJ}$ 이고, $\overline{BE} = 3\sqrt{3}$ 일 때, △BIJ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

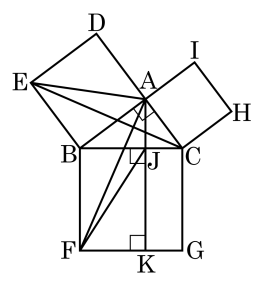
해설

$\overline{BC} = x$라고 두면 $\overline{BE} = \sqrt{x^2 + x^2 + x^2} = x\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$, $x = 3$ 이다.

$\overline{BJ} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2} = 6$이다.

따라서 △BIJ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$이다.

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 □ADEB, □ACHI, □BFGC 가 정사각형일 때, 다음 중 그 넓이가 나머지 넷과 다른 하나는?



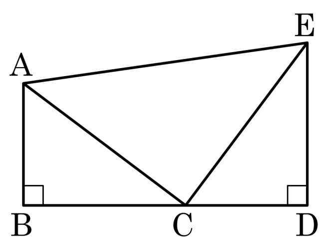
① △EBC　② △ABF　③ △EBA

④ △BCI　⑤ △JBF

해설

△EBA = △EBC = △ABF = △JBF

8. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\angle CAE$ 의 크기는?

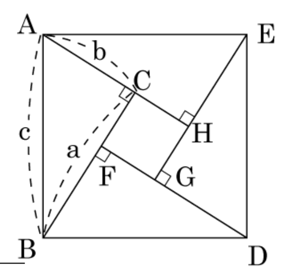


① $30°$ ② $45°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $35°$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\angle BAC = \angle ECD$, $\angle ACB = \angle CED$, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이다.
그리고 $\angle BAC + \angle ACB = 90°$ 이므로
$\angle ECD + \angle ACB = 90°$ 이다.
따라서 $\angle ECD + \angle ACE + \angle ACB = 180°$ 이므로 $\angle ACE = 90°$ 이다.
또, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
따라서 $\angle CAE = \dfrac{1}{2} \times 90° = 45°$ 이다.

9. 다음은 피타고라스 정리를 설명하는 과정이다. 밑줄에 들어갈 것으로 알맞은 것은?



> 직각삼각형 ABC 와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE 를 만든다.
>
> ______________________
>
> 따라서 □ABDE의 넓이에서
>
> □ABDE $= 4\triangle$ABC $+$ □CFGH
>
> $c^2 = 4\times\frac{1}{2}ab+(a-b)^2 \quad \therefore\ c^2 = a^2+b^2$

① □ABDE는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이 된다.

② □ABDE는 한 변의 길이가 $b-a$인 정사각형이 된다.

③ □CFGH는 한 변의 길이가 $b-a$인 정사각형이 된다.

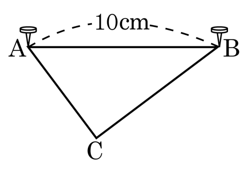
④ □CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 마름모가 된다.

⑤ □CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이 된다.

해설

직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE를 만든다.
□CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이 된다.
따라서 □ABDE의 넓이에서
□ABDE $= 4\triangle$ABC $+$ □CFGH
$c^2 = 4\times\frac{1}{2}ab+(a-b)^2 \quad \therefore\ c^2 = a^2+b^2$

10. 10 cm 거리에 있는 두 못A, B 에 길이 24 cm 의 끈을 걸어서 다음 그림과 같이, ∠C 가 직각이 되게 하려고 한다. 변 AC 를 몇 cm 로 하여야 하는지 구하여라. (단, $\overline{\mathrm{AC}} < \overline{\mathrm{BC}}$)



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = x\,\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{BC}} = 14 - x\,\mathrm{cm}$ 라고 하면

$x^2 + (14 - x)^2 = 10^2$,

$x^2 + 196 - 28x + x^2 = 100$,

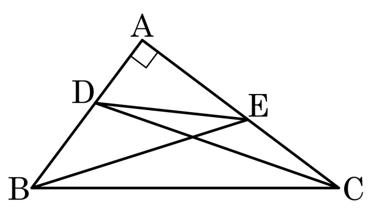
$2x^2 - 28x + 96 = 0$,

$x^2 - 14x + 48 = 0, (x - 6)(x - 8) = 0$

이므로 $x = 6$ 또는 $x = 8$ 이다.

$\overline{\mathrm{AC}} < \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AC}} = 6\,\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{BC}} = 8\,\mathrm{cm}$ 이다.

11. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 2$ 이고 $\overline{BE} = 2\sqrt{3}$, $\overline{CD} = 4$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



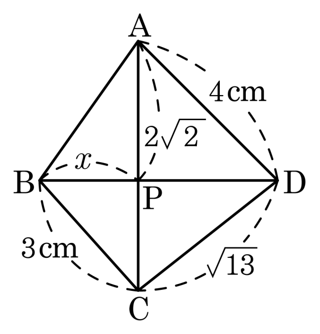
① $\frac{\sqrt{6}}{2}$　② $\sqrt{6}$　③ $\frac{3\sqrt{6}}{2}$　④ $2\sqrt{6}$　⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{2}$

해설

$2^2 + \overline{BC}^2 = (2\sqrt{3})^2 + 4^2$ 이므로 $\overline{BC}^2 = 24$

$\therefore \overline{BC} = 2\sqrt{6}$

12. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?



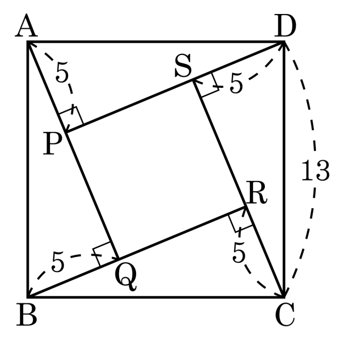
① 1 cm　　② 2 cm　　③ 3 cm　　④ 4 cm　　⑤ 5 cm

해설

$(\overline{AB})^2+13=16+9$, $\overline{AB}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$

$x^2+(2\sqrt{2})^2=(2\sqrt{3})^2$ 　　$\therefore\ x=2\,\text{cm}$

13. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 13 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 5$ 일 때, □PQRS 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

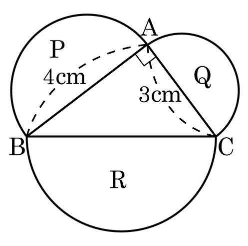
해설

$\overline{AQ} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = 12$

$\overline{PQ} = 12 - 5 = 7$

□PQRS 는 정사각형이므로 넓이는 $7 \times 7 = 49$

14. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 이라고 할 때, P + Q + R 을 구하여라.



▶ 답 : ______________ cm^2

▷ 정답 : $\frac{25}{4}\pi$ cm^2

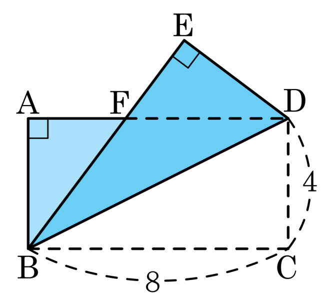
해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{BC} = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5(\text{cm})$

$P = \frac{1}{2}\pi 2^2 = 2\pi(\text{cm}^2)$, $Q = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{8}\pi(\text{cm}^2)$, $R = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{8}\pi(\text{cm}^2)$

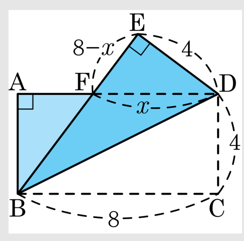
$P + Q + R = \frac{25}{4}\pi(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 E , $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle$DEF 의 넓이를 구하면?



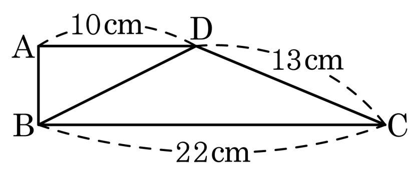
① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설



$\overline{FD} = x$ 라 하면
$\overline{AF} = \overline{EF} = 8 - x$
$\triangle$EFD 에서 $(8-x)^2 + 4^2 = x^2,\ 16x = 80, x = 5$
$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

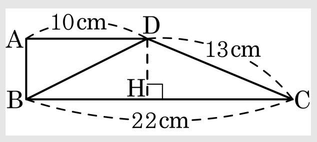
16. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle A = \angle B = 90°$, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 22\text{cm}$, $\overline{DC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

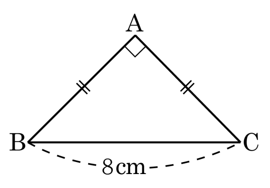
▷ 정답: $5\sqrt{5}$ cm

해설



꼭짓점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하자.
$\overline{DH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5(\text{cm})$
$\overline{BD} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$

17. 아래 그림과 같이 빗변의 길이가 8 cm 인 직각이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $32\,\mathrm{cm}^2$　② $24\,\mathrm{cm}^2$

③ $16\,\mathrm{cm}^2$　④ $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

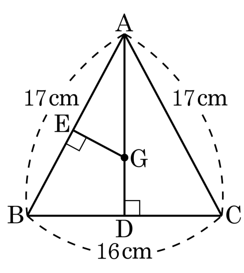
⑤ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$2\overline{\mathrm{AB}^2} = 8^2,\ \overline{\mathrm{AB}} = 4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

$\triangle\mathrm{ABC} = (4\sqrt{2})^2 \times \frac{1}{2} = 16(\mathrm{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같은 이등변삼각형의 무게중심을 G라 할 때, 점 G에서 $\overline{AB}$ 에 이르는 거리를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $\frac{80}{17}$ cm

해설

$\overline{AG} = \left(\sqrt{17^2 - 8^2}\right) \times \frac{2}{3} = 15 \times \frac{2}{3} = 10$

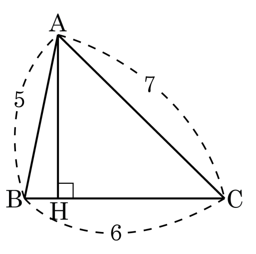
$\triangle ABG = \triangle ACG$ 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이에서

$16 \times 15 \times \frac{1}{2} = 17 \times \overline{EG} \times \frac{1}{2} \times 2 + 16 \times 5 \times \frac{1}{2}$

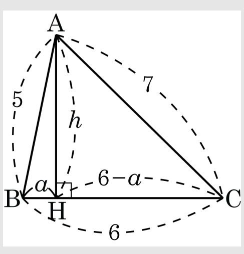
$\therefore\ \overline{EG} = \frac{80}{17}(\text{cm})$

19. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 5, 6, 7 인 삼각형 ABC 의 높이를 h 라 하고, 넓이를 s 라 할 때, $s-h$ 의 값은?



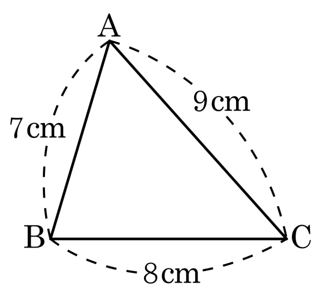
① $2\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ $5\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

해설



점 A 에서 수선을 그어 $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 만나는 점을 H 라 할 때,
$\overline{\mathrm{BH}}=a$ 라 두면 $\overline{\mathrm{CH}}=6-a$ 이다.
$5^2-a^2=7^2-(6-a)^2,\quad a=1$
$\therefore \overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{5^2-1^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}=h$
삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{6}=6\sqrt{6}$ 이다. 따라서 $s-h=4\sqrt{6}$ 이다.

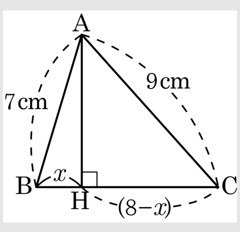
20. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CA} = 9\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $12\sqrt{5}$ cm^2

해설



$\overline{BH} = x$ 라 하면 $\overline{HC} = 8 - x$ 이다.

$\overline{AH}^2 = 49 - x^2 \cdots$ ①

$\overline{AH}^2 = 81 - (8 - x)^2 \cdots$ ②

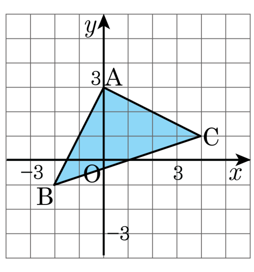
①, ② 로부터 $49 - x^2 = 81 - (8 - x)^2$, $16x = 32$ 이다.

$\therefore x = 2(\text{cm})$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{49 - 4} = 3\sqrt{5}(\text{cm})$

$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 3\sqrt{5} = 12\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림과 같이 세 점 $A(0,\ 3)$, $B(-2,\ -1)$, $C(4,\ 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$

② $\overline{BC} = 2\sqrt{10}$

③ $\overline{AB} = \overline{BC}$

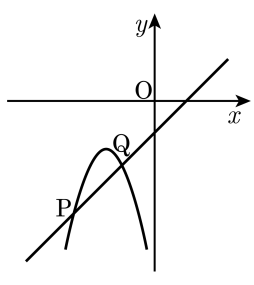
④ $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

⑤ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

해설

$\overline{AB}$ 의 길이를 구하면
$\sqrt{2^2 + (3+1)^2} = 2\sqrt{5}$
$\overline{BC}$ 의 길이를 구하면
$\sqrt{(-2-4)^2 + (-1-1)^2} = 2\sqrt{10}$ 이다.
$\overline{AC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{4^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{5}$ 이다. 따라서
$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이다.

22. 다음과 같이 $y=-x^2-6x-12$, $y=x-2$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이는?



① 2 ② 3 ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$y=-x^2-6x-12$, $y=x-2$

$-x^2-6x-12=x-2$

$x^2+7x+10=0$

$(x+5)(x+2)=0$

$\therefore\ x=-5$ 또는 $x=-2$

따라서 P $(-5,\ -7)$, Q$(-2,\ -4)$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PQ}} &= \sqrt{(-5+2)^2+(-7+4)^2}\\ &= \sqrt{3^2+3^2}\\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$ 이다.

23. 두 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 8$ 과 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$ 의 그래프의 두 꼭짓점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{149}$

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 8$

$y = -\frac{1}{3}(x-6)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(6,\ 4)$ 이고,

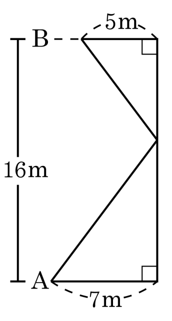
$y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$

$y = \frac{1}{2}(x+4)^2 - 3$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-4,\ -3)$ 이다.

따라서 두 꼭짓점 사이의 거리는

$\sqrt{\{6-(-4)\}^2 + \{4-(-3)\}^2} = \sqrt{149}$ 이다.

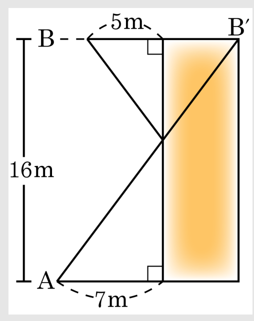
24. 태민이네 학교에서 달리기 대회를 개최하는데 다음 그림과 같이 A 지점을 출발하여 학교 내에 일직선상으로 설치되어있는 벽을 한번 이상 거쳐서 B 지점에 도착하여야 한다. 태민이가 달려야 할 최소 거리는?



① 16 m　② 17 m　③ 18 m　④ 19 m　⑤ 20 m

해설

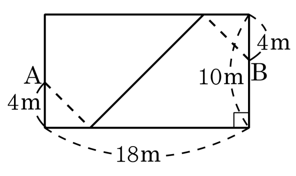
B를 벽에 대해 대칭이동한 점을 B′ 이라 하면



$\overline{AB'}$ 의 길이가 구하는 최소의 거리이다.

∴ 구하는 최소 거리는 $\sqrt{(5+7)^2+16^2}=20(\mathrm{m})$ 이다.

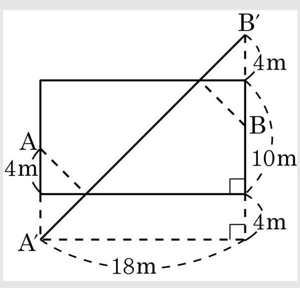
25. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 방 안에 개미 한 마리가 점 A 에서 출발하여 남쪽 벽과 북쪽 벽을 차례로 거쳐 점 B 에 도달하였다. 개미가 지나간 최단거리를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad}$ m

▷ 정답: $18\sqrt{2}$ m

해설



최단거리는 $\overline{A'B'}$ 이다.

$\therefore\ \overline{A'B'} = \sqrt{18^2 + 18^2} = 18\sqrt{2}(m)$

26. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 다음과 같은 직육면체에서 대각선의 길이가 다른 것은?

① $5\sqrt{2},\ 5\sqrt{2},\ 2\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{10},\ 2\sqrt{10},\ 4\sqrt{3}$

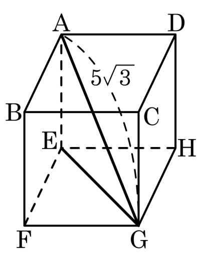
③ $5,\ 7,\ 3\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{15},\ 5\sqrt{2},\ 3\sqrt{2}$

⑤ $4,\ 4\sqrt{2},\ 8$

해설

세 모서리가 각각 a, b, c 인 직육면체에서
대각선 $d = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이다.
① $\sqrt{50+50+28} = \sqrt{128}$
② $\sqrt{40+40+48} = \sqrt{128}$
③ $\sqrt{25+49+54} = \sqrt{128}$
④ $\sqrt{60+50+18} = \sqrt{128}$
⑤ $\sqrt{16+32+64} = \sqrt{112}$

27. 다음 그림과 같은 대각선의 길이가 $5\sqrt{3}$ 인 정육면체에서 $\triangle$AEG 의 둘레의 길이가 $a+b\sqrt{c}+5\sqrt{3}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a는 유리수, c는 최소의 자연수)



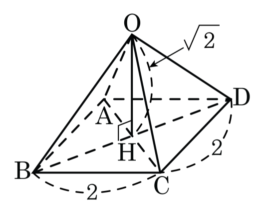
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

대각선의 길이가 $5\sqrt{3}$ 이므로 정육면체의 한 변의 길이는 5 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{AE}}=5$, $\overline{\mathrm{EG}}=5\sqrt{2}$ 이므로
$\triangle$AEG 의 둘레의 길이는 $5+5\sqrt{2}+5\sqrt{3}$ 이다.
따라서 $a+b+c=12$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 밑면의 한 변의 길이가 2 이고 높이가 $\sqrt{2}$ 인 정사각뿔 O – ABCD 에 대하여 $\overline{\mathrm{OB}}$ 의 길이는?

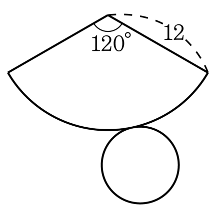


① 2 ② 3 ③ $3\sqrt{2}$
④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

□ABCD 가 정사각형이므로
$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}$
$\overline{\mathrm{BH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{2}$
$\therefore\ \overline{\mathrm{OB}} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2$

29. 다음 전개도를 원뿔로 만들었을 때, 원뿔의 높이와 부피는?



① (높이) $= 6\sqrt{2}$, (부피) $= \dfrac{124\sqrt{2}}{3}\pi$

② (높이) $= 6\sqrt{2}$, (부피) $= \dfrac{128\sqrt{2}}{3}\pi$

③ (높이) $= 8\sqrt{2}$, (부피) $= \dfrac{124\sqrt{2}}{3}\pi$

④ (높이) $= 8\sqrt{2}$, (부피) $= \dfrac{127\sqrt{2}}{3}\pi$

⑤ (높이) $= 8\sqrt{2}$, (부피) $= \dfrac{128\sqrt{2}}{3}\pi$

해설

부채꼴의 호의 길이 : $2\pi \times 12 \times \dfrac{120}{360} = 8\pi$

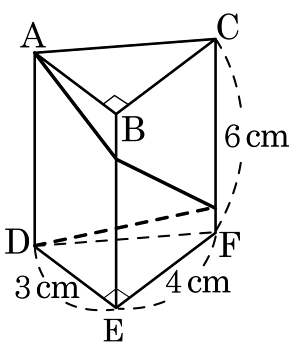
밑변의 반지름의 길이가 4이므로

높이를 h, 부피를 V라 하면

$h = \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$

$V = 4 \times 4 \times \pi \times 8\sqrt{2} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{128\sqrt{2}}{3}\pi$

30. 다음 그림은 밑면이 직각삼각형인 삼각기둥이다. 꼭지점 A 에서 모서리 BE 와 CF 를 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리는?



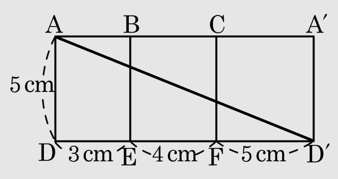
① 12 cm ② $12\sqrt{2}$ cm ③ 13 cm

④ $13\sqrt{2}$ cm ⑤ 15 cm

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{AC} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\text{cm})$

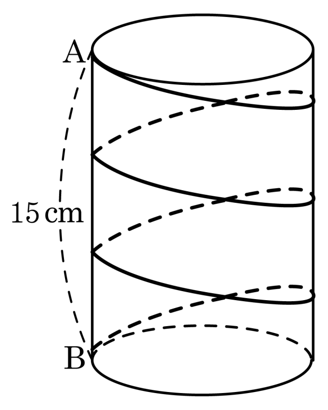
전개도를 그려 보면



점A 와 점 D′ 를 잇는 선분의 길이가 최단 거리가 된다.

$\therefore \overline{AD} = \sqrt{12^2+5^2} = \sqrt{169} = 13(\text{cm})$

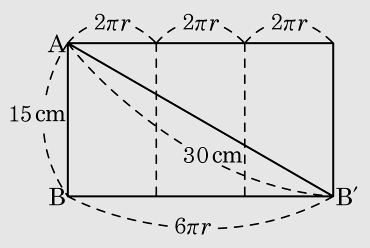
31. 다음 그림과 같이 높이가 15cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 세 번 감았더니 실의 길이가 30cm 이었다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



① $\dfrac{5\sqrt{3}}{6\pi}$cm ② $\dfrac{10\sqrt{3}}{6\pi}$cm ③ $\dfrac{5\sqrt{3}}{2\pi}$cm
④ $\dfrac{20\sqrt{3}}{6\pi}$cm ⑤ $\dfrac{25\sqrt{3}}{6\pi}$cm

해설

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면



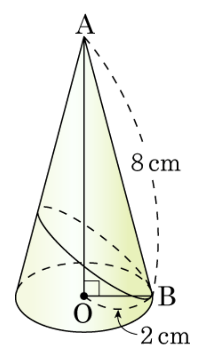
최단거리는 $\overline{AB'}$ 의 길이와 같다.

$\overline{AB'}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BB'}^2$, $\overline{BB'} = 15\sqrt{3}$

$3 \times 2\pi r = 15\sqrt{3}$

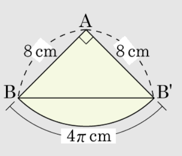
$\therefore\ r = \dfrac{5\sqrt{3}}{2\pi}$(cm)

32. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 B를 출발하여 옆면을 지나 다시 점 B 로 돌아오는 최단 거리는?



① $7\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　② $7\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　③ $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$
④ $8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　⑤ $9\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

해설

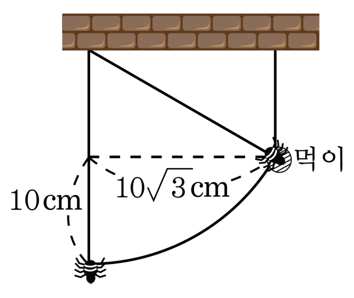


$\angle\mathrm{BAB'} = x$라 하면

$2\pi \times 8 \times \dfrac{x}{360^\circ} = 4\pi,\ x = 90^\circ$

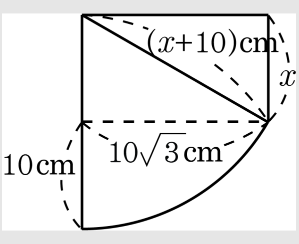
$\overline{\mathrm{BB'}} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

33. 천정에 매달려 있던 거미가 먹이를 먹기 위해 그림과 같이 움직였습니다. 먹이가 천정으로부터 떨어져 있는 거리는?



① 6 cm　② 7 cm　③ 8 cm　④ 9 cm　⑤ 10 cm

해설



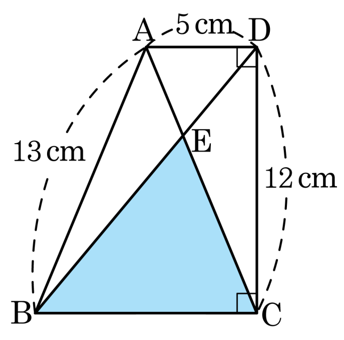
간단하게 그리면 위의 그림과 같으므로 피타고라스 정리에 의해

$x^2 + (10\sqrt{3})^2 = (x+10)^2$ 이므로,

$300 = 20x + 100$

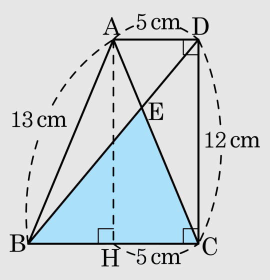
$\therefore x = 10$ 이다.

34. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\overline{AD} = 5cm$, $\overline{AB} = 13cm$, $\overline{DC} = 12cm$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하면?



① $40cm^2$　② $50cm^2$　③ $60cm^2$
④ $70cm^2$　⑤ $80cm^2$

해설



$\overline{AH} = 12cm$

$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(cm)$

$\triangle EBC \backsim \triangle EDA$(∵ AA닮음)

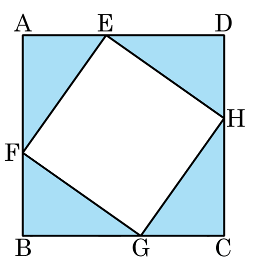
$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1$

$(\triangle EBC$의 넓이$) = \frac{2}{3} \times (\triangle DBC$의 넓이$)$

$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 12$

$= 40(cm^2)$

35. 다음 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{BG}} = \overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{DE}}$ 이고, 4 개의 직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이 성립한다. □ABCD 의 둘레의 길이가 $12\left(1+\sqrt{3}\right)$ 일 때, $\overline{\mathrm{AE}}^2+\overline{\mathrm{DE}}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$\overline{\mathrm{AE}} = a$, $\overline{\mathrm{DE}} = b$ 라고 할 때,

직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이므로 △AEF 의 넓이는 $\frac{18\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2}ab$

□ABCD 의 둘레의 길이가 $12\left(1+\sqrt{3}\right)$ 이므로 $4(a+b) = 12\left(1+\sqrt{3}\right)$

따라서 $a+b = 3+3\sqrt{3}$, $ab = \frac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 9+18\sqrt{3}+27-18\sqrt{3} = 36$ 이다.

36. 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 a 라 하면
i) 5가 가장 긴 변인 경우
$5^2 = a^2 + 3^2 \quad \therefore \ a = 4$
ii) a가 가장 긴 변인 경우
$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \quad \therefore a = \sqrt{34}$

37. 세 변의 길이가 각각 $a-7,\ a,\ a+1$ 로 나타내어지는 삼각형이 직각 삼각형이 되기 위한 상수 a 의 값을 구하여라.

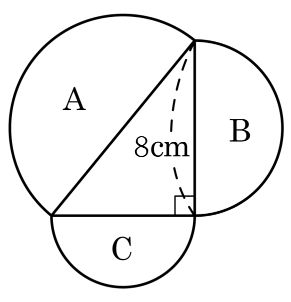
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

변의 길이이므로 $a-7>0,\ a>7 \cdots$ ㉠
삼각형이 될 조건에 의해
$(a-7)+a>a+1,\ a>8 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여
세 변 중 가장 긴 변이 $a+1$ 이므로
$(a+1)^2=(a-7)^2+a^2$
$a^2-16a+48=0$
$(a-4)(a-12)=0$
$\therefore\ a=12\ (\because\ a>8)$

38. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, $\mathrm{A} = \frac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C = 25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

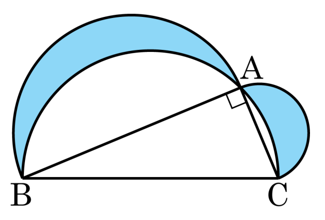
해설

지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $\mathrm{C} = \mathrm{A} - \mathrm{B} = \left(\frac{25}{2} - 8\right)\pi = \frac{9}{2}\pi$ 이므로 $\mathrm{A} : \mathrm{B} : \mathrm{C} = \frac{25}{2} : 8 : \frac{9}{2} = 25 : b : c$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

39. 다음 그림과 같이 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 에서$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원을 각각 그렸다.$\overline{AC} = 5$,$\overline{BC} = 13$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



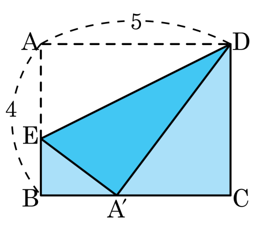
▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle ABC$ 는$\overline{AC} = 5$,$\overline{BC} = 13$ 인 직각삼각형이므로
$\overline{AB} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$
$\overline{AB}$,$\overline{AC}$,$\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 라 하면
$S_1 + S_2 = S_3$ 이므로
(색칠된 부분의 넓이)
$= S_1 + S_2 + \triangle ABC - S_3$
$= \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$

40. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 A 가 변 BC 위에 오도록 접었을 때, $\triangle \mathrm{A'BE}$ 의 넓이는?



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

$\overline{\mathrm{EB}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AE}} = 4 - x$

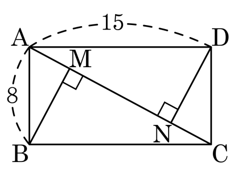
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{A'D}} = 5$ 이므로 $\overline{\mathrm{A'C}} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $\overline{\mathrm{A'C}} = 3$, $\overline{\mathrm{BA'}} = 2$ 이다.

$\triangle \mathrm{A'BE}$ 에서 $(4 - x)^2 = x^2 + 2^2$

$8x = 12 \ \therefore \ x = \frac{3}{2}$

$\therefore \ \triangle \mathrm{A'EB} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 = \frac{3}{2}$

41. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{161}{17}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$, $\overline{AM} = \overline{NC}$

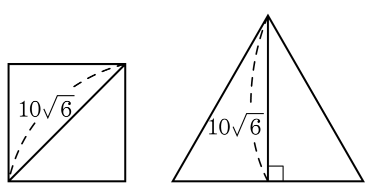
$\overline{AB}^2 = \overline{AM} \times \overline{AC}$ 이므로

$8^2 = \overline{AM} \times 17$

$\therefore \ \overline{AM} = \frac{64}{17}$

$\therefore \overline{MN} = \overline{AC} - 2\overline{AM} = 17 - 2 \times \frac{64}{17} = \frac{289 - 128}{17} = \frac{161}{17}$

42. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $10\sqrt{6}$ 인 정사각형과 높이가 $10\sqrt{6}$ 인 정삼각형이 있다. 정사각형과 정삼각형의 넓이를 각각 A, B 라 할 때, $A : B$ 는?



① $\sqrt{2} : 2$ ② $\sqrt{3} : 2$ ③ $\sqrt{3} : 3$

④ $2 : \sqrt{3}$ ⑤ $3 : 2$

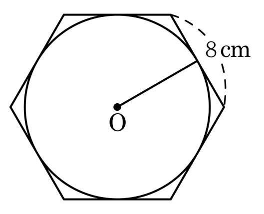
해설

정사각형의 한 변의 길이를 a 라 하면,
$a^2 + a^2 = (10\sqrt{6})^2$ 이고 $a^2 = 300$
$\therefore\ A = a^2 = 300$
정삼각형의 한 변의 길이를 b 라 하면,
$b : 10\sqrt{6} = 2 : \sqrt{3}$

$b = 20\sqrt{2} \qquad \therefore\ B = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (20\sqrt{2})^2 = 200\sqrt{3}$

따라서, $A : B = 300 : 200\sqrt{3} = \sqrt{3} : 2$ 이다.

43. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정육각형에 내접하는 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

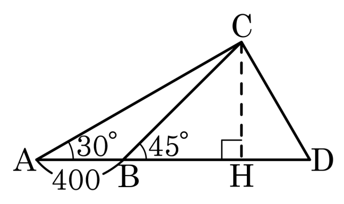
▷ 정답 : $4\sqrt{3}$ cm

해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이 된다.

정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되므로 구하면 $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$ 이다.

44. 다음 조건을 만족하는 $\overline{CH}$의 길이를 구하면?



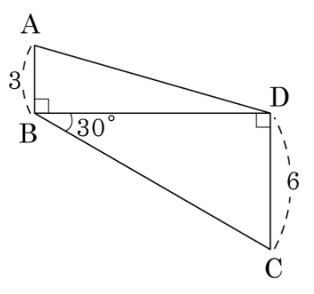
㉠ $\overline{AB} = 400$, $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 45°$
㉡ $\overline{CH} \perp \overline{AH}$

① $50(\sqrt{3}+1)$　② $100(\sqrt{3}+1)$　③ $200(\sqrt{3}+1)$
④ $300(\sqrt{3}+1)$　⑤ $350(\sqrt{3}+1)$

해설

$\overline{CH} = x$라 하면 $\overline{BH} = x$
$\triangle ACH$에서 $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$
$x : (400 + x) = 1 : \sqrt{3}$
$400 + x = \sqrt{3}x$
$(\sqrt{3} - 1)x = 400$
$x = 200(\sqrt{3} + 1)$

45. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle ABD = \angle BDC = 90^\circ$, $\angle DBC = 30^\circ$ 일 때, 두 대각선 AC, BD 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 :

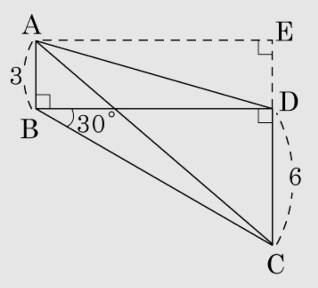
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{AC} = 3\sqrt{21}$

▷ 정답 : $\overline{BD} = 6\sqrt{3}$

해설

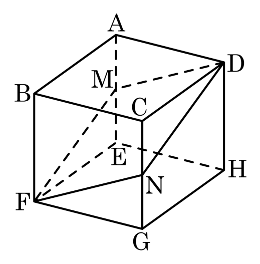
대각선 BD 의 길이는 $6\sqrt{3}$ 이다.



$\triangle ACE$ 에서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 6\sqrt{3}$, $\overline{EC} = 3 + 6 = 9$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 9^2} = \sqrt{189} = 3\sqrt{21}$

46. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 6인 정육면체에서 $\overline{AE}$의 중점을 M, $\overline{CG}$의 중점을 N이라 할 때, □MFND의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{6}$

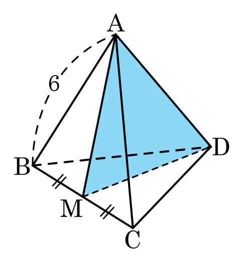
해설

$\overline{MN} = \overline{AC} = 6\sqrt{2}$

$\overline{DF} = 6\sqrt{3}$,

□MFND 의 넓이 : $6\sqrt{3} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{6}$

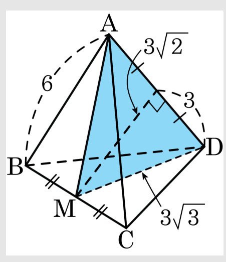
47. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체 A – BCD 에서 점 M 이 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\triangle$AMD 의 넓이는?



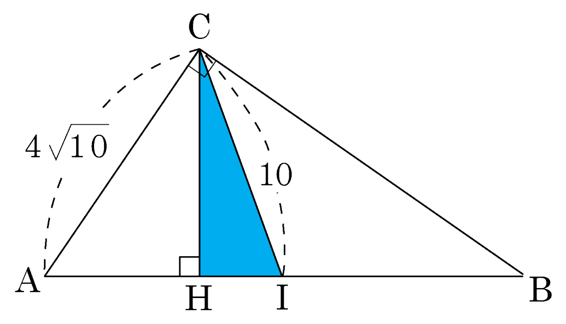
① 9　② 10　③ $9\sqrt{6}$　④ $9\sqrt{3}$　⑤ $9\sqrt{2}$

해설

$\triangle$AMD 는 $\overline{AM} = \overline{DM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$ 인 이등변삼각형이고
$\triangle$AMD 의 높이는 $\sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이다.
$\therefore \triangle AMD = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$



48. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 I 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



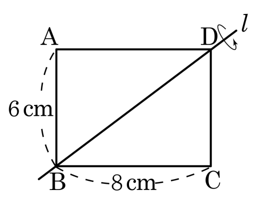
▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

점 I 가 직각삼각형 ABC 의 외심이므로
$\overline{AI} = \overline{BI} = 10$ 이다.
$\overline{AH} = x$ 라고 하고, 닮은 삼각형의 성질을 이용하면 $20x = \left(4\sqrt{10}\right)^2 = 160$ 이므로 $x = 8$ 이다.
$\triangle CAH$ 에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{CH} = \sqrt{160 - 64} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}, \overline{HI} = 2$
$\therefore \triangle CHI = \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{6} \times 2 = 4\sqrt{6}$

49. 가로 $8\,\text{cm}$, 세로 $6\,\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 를 $\overline{\text{BD}}$ 를 지나는 직선 l 을 회전축으로 하여 1 바퀴 회전시킬 때, $\overline{\text{AB}}$ 가 지나간 곳의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

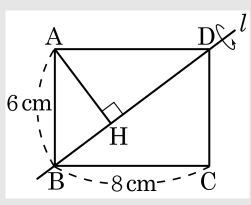
▷ 정답 : $\dfrac{144}{5}\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

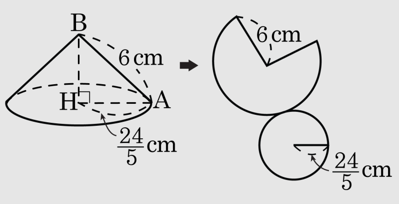
$\overline{\text{BD}} = 10\ (\text{cm})$

$\triangle\text{ADB} = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 6 = \dfrac{1}{2} \times 10 \times \overline{\text{AH}}$

$\therefore\ \overline{\text{AH}} = \dfrac{24}{5}\ (\text{cm})$



$\overline{\text{AB}}$ 가 지나간 곳은 다음 원뿔의 옆면의 넓이와 같으므로 (부채꼴의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times$ (반지름) $\times$ (호의 길이)



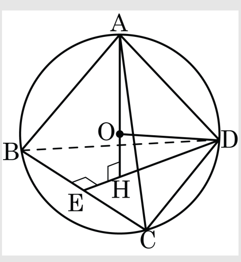
(옆넓이) $= \dfrac{1}{2} \times 6 \times \dfrac{48}{5}\pi = \dfrac{144}{5}\pi\ (\text{cm}^2)$

50. 한 모서리의 길이가 30 인 정사면체에 외접하는 구의 겉넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1350π

해설



원의 중심을 O 라 할 때, 위의 그림과 같이 점 A 에서 밑면 BCD 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 점 H 는 $\triangle$BCD 의 무게중심이므로

$\overline{DH} = \frac{2}{3}\overline{DE} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 30 = 10\sqrt{3}$

또, $\overline{AH}$ 가 높이이므로 $\overline{AH} = 10\sqrt{6}$

구 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면 정사면체가 구에 내접하므로

$\overline{OA} = \overline{OD} = r$

$\triangle$OHD 에서 $\overline{OD}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{DH}^2$ 이므로

$r^2 = (10\sqrt{6} - r)^2 + (10\sqrt{3})^2$

$\therefore\ r = \frac{15}{2}\sqrt{6}$

따라서 구의 겉넓이는

$4\pi \times \left(\frac{15}{2}\sqrt{6}\right)^2 = 1350\pi$ 이다.