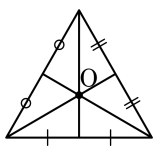
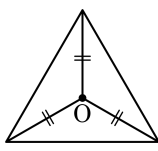


1. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

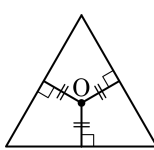
①



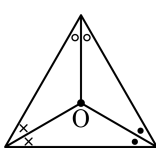
②



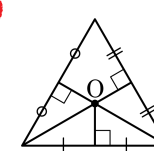
③



④



⑤

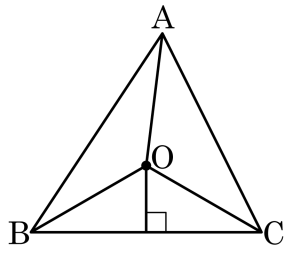


해설

내심 ③,④

외심 ②,⑤

2. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 ABC의 외심이고, 점 O에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 중 길이가 가장 긴 선분은?

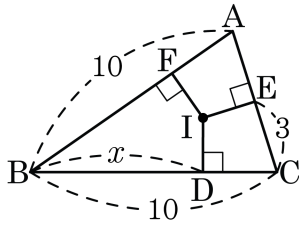


- ① $\overline{OA}$ ② $\overline{OB}$ ③ $\overline{OC}$
④ 모두 같다. ⑤ 알 수 없다.

해설

점 O가 삼각형의 외심이므로 각각의 세 꼭짓점 A, B, C에 이르는 거리는 모두 같다.

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 7

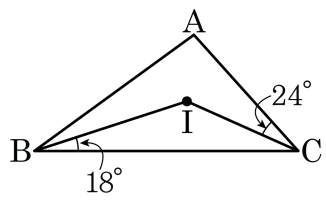
해설

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로, $\overline{CE} = \overline{CD}$ 이다.

$$\overline{BC} = x + \overline{CD}$$

$$\therefore x = 10 - 3 = 7$$

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



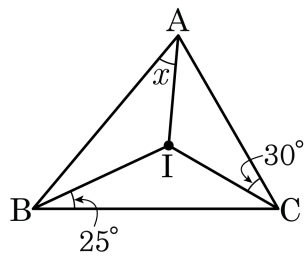
▶ 답 : °

▷ 정답 : 96_

해설

점 I가 내심이므로
 $\angle IBA = 18^\circ$, $\angle ICB = 24^\circ$
 $\therefore \angle A = 180^\circ - 2(18^\circ + 24^\circ) = 96^\circ$

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 에서 세 각의 이등분선의 교점을 I라고 할 때, $\angle IBC = 25^\circ$, $\angle ICA = 30^\circ$ 이다. $\angle IAB$ 의 크기는?



- ① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

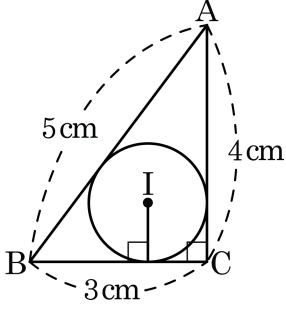
해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle x + 30^\circ + 25^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 35^\circ$$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



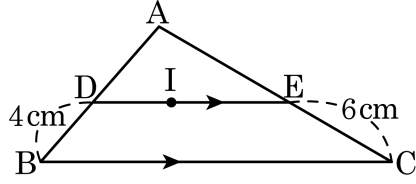
- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 교점을 각각 D, E라고 한다. $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



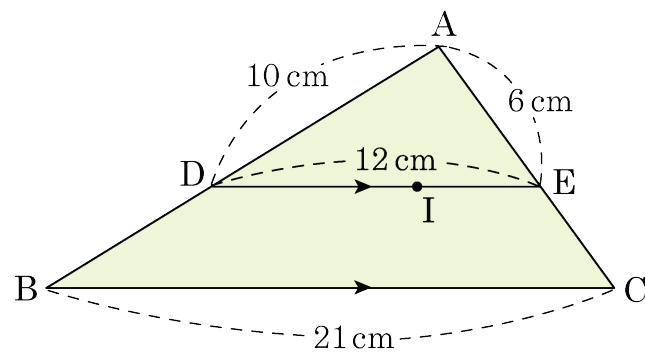
- ① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

점 I가 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로

$\overline{DE} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

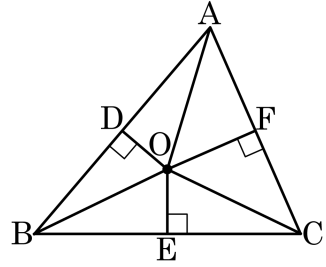


- ① 46cm ② 47cm ③ 48cm ④ 49cm ⑤ 50cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로
 $\overline{DB} + \overline{EC} = 12(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $\overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{BC} = 10 + 6 + 12 + 21 = 49(\text{cm})$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\angle OAD = \angle OBD$

② $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$

③ $\overline{AD} = \overline{BD}$

④ $\triangle OCF \equiv \triangle OCE$

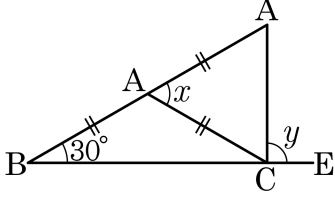
⑤ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

해설

그림에서 보듯이

1. $\triangle ADO \equiv \triangle BDO$
2. $\triangle BOE \equiv \triangle COE$
3. $\triangle AOF \equiv \triangle COF$

10. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.

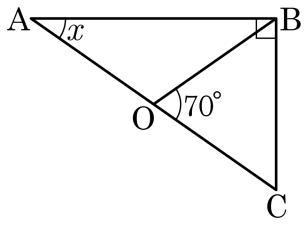


- ① 150° ② 160° ③ 170° ④ 180° ⑤ 190°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로 빗변의 중점인 점 A 는 직각삼각형의 외심이다.
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형
 $\therefore \angle ACB = \angle ABC = 30^\circ$
삼각형의 외각의 성질에 의해 $\angle DAC = \angle ACB + \angle ABC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$
 $\therefore \angle x = 60^\circ \cdots \textcircled{1}$
 $\overline{CA} = \overline{AD}$ 이므로
 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형
 $\therefore \angle ACD = \angle CDA = 60^\circ (\because \textcircled{1})$
세 내각의 크기가 같으므로 삼각형 ACD 는 정삼각형이다.
 $\angle DCB = \angle ACD + \angle ACB = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$
 $\angle DCE = 90^\circ$ 이다.
 $\therefore \angle y = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해서 $\angle x + \angle y = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

11. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O는 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 32° ② 35° ③ 38° ④ 42° ⑤ 45°

해설

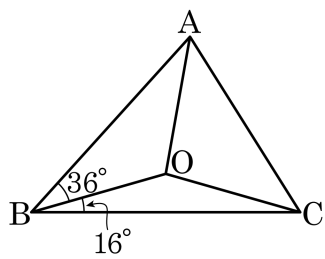
직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$$\angle AOB = 180^\circ - \angle COB = 110^\circ$$

$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$$\angle OAB = \angle OBA = 35^\circ$$

12. $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OAC$ 의 크기를 구하여라.



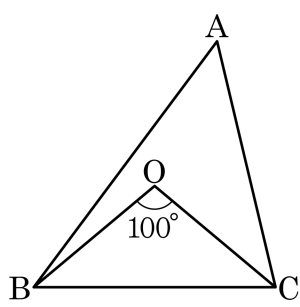
▶ 답 : $^\circ$

▷ 정답 : 38°

해설

$$\begin{aligned}\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB &= 90^\circ \\ \angle OAC &= 90^\circ - (36^\circ + 16^\circ) = 38^\circ\end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 100^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



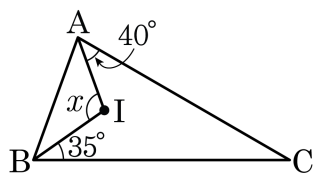
▶ 답: 1

▶ 정답 : 50°

해설

$$\angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$$

14. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

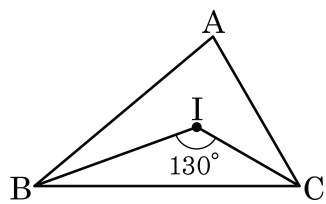


- ① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
 $\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 35^\circ) = 105^\circ$

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 의 내심을 I라 할 때, $\angle BIC = 130^\circ$ 이면 $\angle A =$ () $^\circ$ 이다. 빈칸을 채워 넣어라.



▶ 답 :

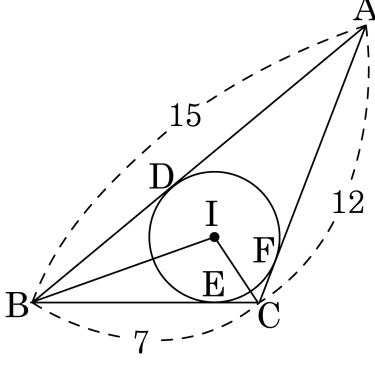
▷ 정답 : 80

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

$\therefore \angle A = (\angle BIC - 90^\circ) \times 2 = (130^\circ - 90^\circ) \times 2 = 80^\circ$

16. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이때, $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF}$ 는?



- ① 14 ② 16 ③ 17 ④ 20 ⑤ 22

해설

각 꼭짓점에서 접점까지의 길이는 같으므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CF} = \overline{CE}$ 이다.

$\overline{AD} = x$, $\overline{BE} = y$, $\overline{CF} = z$ 라 두면

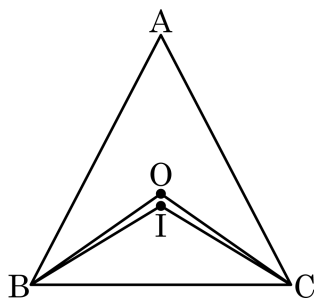
$$\begin{cases} x + y = 15 \\ y + z = 7 \\ z + x = 12 \end{cases}$$

이므로 양변을 각각 더하면, $2(x + y + z) = 34$

$\therefore x + y + z = 17$

따라서 $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = 17$

17. 다음 그림에서 삼각형 ABC의 외심과 내심이 각각 O, I이고 $\angle BOC = 110^\circ$ 일 때, $\angle BIC + \angle A$ 의 크기는 몇 도인가?



- ① 166° ② 168.5° ③ 170°
④ 172.5° ⑤ 178°

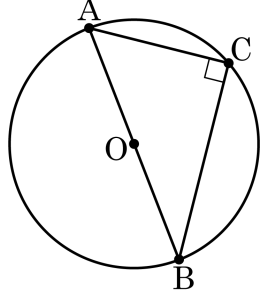
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle BOC = 110^\circ$, $\angle A = 55^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 55^\circ + 90^\circ = 117.5^\circ$ 이다.

따라서 $\angle BIC + \angle A = 117.5^\circ + 55^\circ = 172.5^\circ$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O라 하고, 호 $\widehat{AB}$ 의 길이가 7π 라 할 때 AO의 길이를 구하여라.



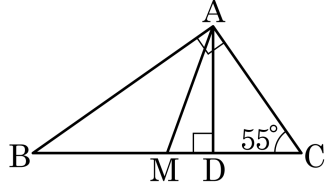
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
 $\widehat{AB}$ 는 원주의 둘레의 절반이므로 원주의 둘레는 14π 이다.
원주의 둘레는 $2 \times \pi \times \overline{AO} = 14\pi$ 이므로
 $\overline{AO} = 7$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 직각인 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고, BC의 중점을 M이라 하자. $\angle C = 55^\circ$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?

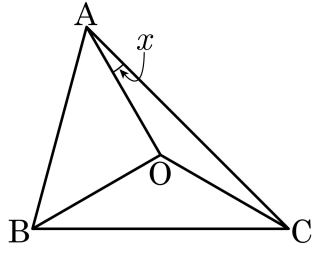


- ① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$
 $\angle ABM = 35^\circ$, $\angle DAC = 35^\circ$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)
 $\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35^\circ$
 $\angle AMB = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ$
 $\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 20^\circ$
따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110^\circ - 20^\circ = 90^\circ$

20. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

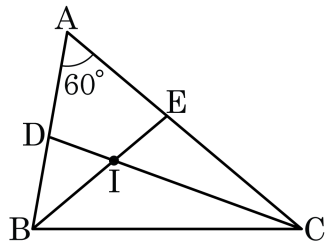
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$ 이므로

$$\angle COA = 360^\circ \times \frac{5}{12} = 150^\circ$$

$\angle OAC = \angle OCA$ 이므로

$$\angle x = 30^\circ \times \frac{1}{2} = 15^\circ$$

21. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



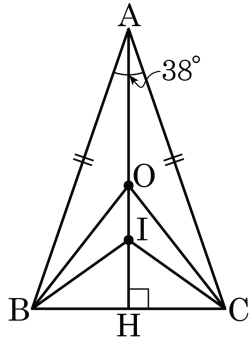
▶ 답 : °

▷ 정답 : 180_°

해설

$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 120^\circ$, $\angle DIE = 120^\circ$.
 $\square ADIE$ 에서 $\angle ADI + \angle AEI + 60^\circ + 120^\circ = 360^\circ$
 $\angle ADI + \angle AEI = 180^\circ$.
 $\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360^\circ$, $\angle BDC + \angle BEC = 180^\circ$.
.

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38^\circ$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기는?

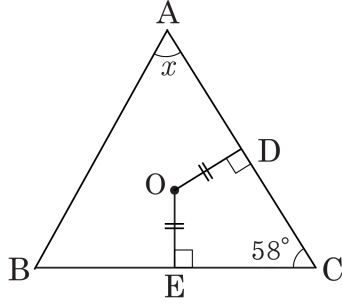


- ① 13° ② $\frac{29}{2}^\circ$ ③ $\frac{33}{2}^\circ$ ④ 16° ⑤ 17°

해설

$$\begin{aligned} \angle BOC &= 2 \times \angle BAC = 2 \times 38^\circ = 76^\circ \\ \therefore \angle OBC &= 52^\circ \\ \angle BIC &= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BAC = 109^\circ, \\ \angle IBH &= \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{71}{2}^\circ \\ \angle x = \angle OBI &= \angle OBC - \angle IBH = 52^\circ - \frac{71}{2}^\circ = \frac{33}{2}^\circ. \end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같이 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. 점 O에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 할 때, $\overline{OD} = \overline{OE}$ 이다. 이 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▶ 정답 : 61°

해설

다음 그림과 같이 점 O가 외심이므로

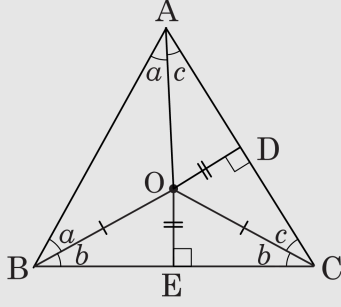
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이고,

$\angle OAB = \angle OBA = \angle a$, $\angle OBC = \angle OCB = \angle b$, $\angle OCA =$

$\angle OAC = \angle c$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $\angle a + \angle b + \angle c = 90^\circ$

$\angle b + \angle c = 58^\circ$ 이므로 $\angle a = 32^\circ$

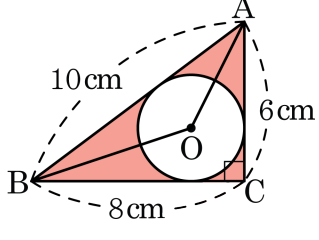


$\triangle OCD \cong \triangle OCE$ (RHS 합동) 이므로 $\angle b = \angle c$

$\angle b + \angle c = 58^\circ$ 이므로 $\angle b = \angle c = 29^\circ$

$\therefore \angle x = \angle a + \angle c = 32^\circ + 29^\circ = 61^\circ$

24. 직각삼각형 $\triangle ABC$ 안에 원 O 가 내접하고 있다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $24 - 4\pi \text{cm}^2$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\frac{1}{2}r \times (8 + 6 + 10) = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

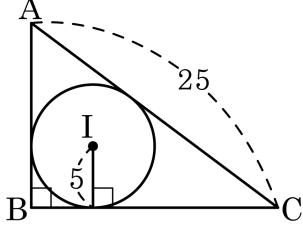
$$r = 2 \text{ (cm)}$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= 24 - \pi \times 2^2$$

$$= 24 - 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

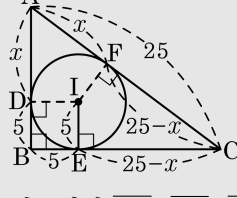
25. 다음 그림에서 직각삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 5이고, 빗변의 길이가 25일 때, 직각삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 150

해설



점 I에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 에 그은 수선을 각각 D, E, F라 하면 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이고, $\square IDBE$ 는 정사각형이 된다.
 $\overline{AF} = x$ 라 하면, $\overline{CF} = 25 - x$ 가 되고, $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 를 x 를 이용하여 나타내면,
 $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = \overline{AF} + \overline{DB} = x + 5$,
 $\overline{BC} = \overline{CE} + \overline{EB} = \overline{CF} + \overline{EB} = 25 - x + 5 = 30 - x$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times (25 + (x + 5) + (30 - x)) = \frac{5}{2} \times 60 = 150$