1. 다음 중 세 변의 길이의 비가 예각삼각형인 것은?

① $2 : 3 : 4$ ② $4 : 7 : 9$ ③ $5 : 7 : 2\sqrt{3}$

④ $6 : 2\sqrt{3} : 5$ ⑤ $2\sqrt{2} : 2\sqrt{2} : 5$

해설

④ $6^2 = 36$, $(2\sqrt{3})^2 + 5^2 = 37$, $36 < 37$ 따라서 예각삼각형.

2. 다음 중 둔각삼각형이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 5, 7, 9　② 11, 12, 19　③ $6, 6\sqrt{2}, 11$

④ 4, 5, 7　⑤ $5, 7, 2\sqrt{10}$

해설

⑤ $7^2 < 5^2 + (2\sqrt{10})^2$

따라서 예각 삼각형이다.

3. 세 변의 길이가 보기와 같은 삼각형 중에서 둔각삼각형의 개수는?

보기

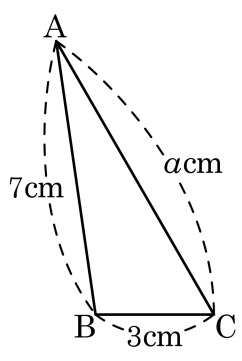
㉠ 11cm, 16cm, 26cm
㉡ 1cm ,1cm , $\sqrt{2}$cm
㉢ 5cm, 12cm, 13cm
㉣ 1cm, $\sqrt{3}$cm, 2cm
㉤ 5cm ,6cm , 7cm
㉥ 6cm, 7cm, 8cm

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

둔각삼각형 : ㉠
직각삼각형 : ㉡, ㉢, ㉣
예각삼각형 : ㉤, ㉥

4. 다음 그림과 같이 △ABC 가 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위를 구하여라.



① $\sqrt{48} < a < 10$ ② $\sqrt{58} < a < 10$ ③ $\sqrt{68} < a < 10$
④ $\sqrt{78} < a < 10$ ⑤ $\sqrt{88} < a < 10$

해설

둔각삼각형이므로
$a^2 > 7^2 + 3^2,\ a^2 > 58$
$a > 0$ 이므로 $a > \sqrt{58}$
삼각형이 되려면
$a < 7 + 3,\ a < 10$
$\therefore \sqrt{58} < a < 10$

5. 다항식 $2x^3+x^2+x+1$를 $2x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?

① $x^2+x+1,\ 1$　② $x^2+x+1,\ 2$

③ $2x^2+2x+2,\ 1$　④ $2x^2+2x+2,\ 2$

⑤ $4x^2+4x+4,\ 4$

해설

다항식 $2x^3+x^2+x+1$를 $2x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R이라고 하면 $2x^3+x^2+x+1=(2x-1)Q(x)+R$

$$=\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot 2Q(x)+R$$

이므로

$\frac{1}{2}$	2	1	1	1
		1	1	1
	2	2	2	2

$2Q(x)=2x^2+2x+2$

$\therefore\ Q(x)=x^2+x+1,\ R=2$

6. $2012 = k$라 할 때, 2013×2011을 k로 나타내면?

① $k^2 + k$　② $k^2 - 1$　③ $k^2 + k + 1$

④ $k^2 - k + 1$　⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

7. 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형은 어떤 삼각형인가?

㉠ 3, 4, 5	㉡ 3, 5, 7	㉢ 4, 5, 6

① ㉠직각삼각형, ㉡예각삼각형, ㉢둔각삼각형

② ㉠직각삼각형, ㉡둔각삼각형, ㉢예각삼각형

③ ㉠예각삼각형, ㉡직각삼각형, ㉢둔각삼각형

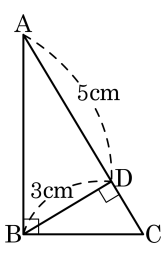
④ ㉠둔각삼각형, ㉡예각삼각형, ㉢직각삼각형

⑤ ㉠둔각삼각형, ㉡직각삼각형, ㉢예각삼각형

해설

㉠ $3^2 + 4^2 = 5^2$ $\therefore$ 직각삼각형
㉡ $3^2 + 5^2 < 7^2$ $\therefore$ 둔각삼각형
㉢ $4^2 + 5^2 > 6^2$ $\therefore$ 예각삼각형

8. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{2\sqrt{23}}{5}$ ② $\frac{3\sqrt{23}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{34}}{5}$

④ $\frac{4\sqrt{34}}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

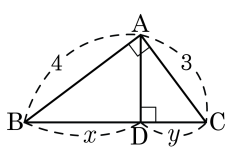
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD^2} = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$

$\overline{CD} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}(\text{cm})$

$x = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{34}}{5}$

9. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 그은 것이다. $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

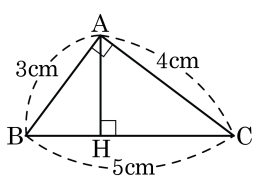
▷ 정답 : $\frac{16}{9}$

해설

피타고라스 정리를 적용하면 $x + y = \sqrt{16 + 9} = 5$

따라서 $5x = 16, 5y = 9$ 이므로 $\frac{x}{y} = \frac{5x}{5y} = \frac{16}{9}$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

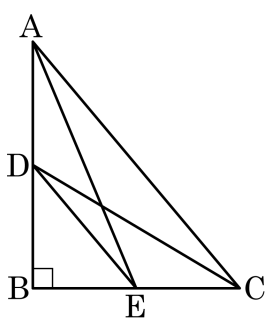
▷ 정답: $\frac{16}{5}$

해설

큰 삼각형과 작은 두 삼각형이 서로 닮음이므로 $\overline{CH} = x$ 라고 할 때, $5 : 4 = 4 : x$ 이 성립한다.

따라서 $x = \frac{16}{5}$

11. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값은?

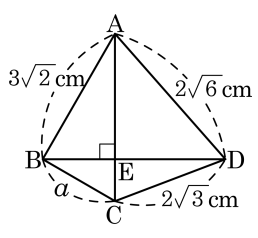


① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{23}$ ③ 5 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{29}$

해설

$\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$

12. 그림과 같이 □ABCD 의 대각선은 서로 수직으로 만난다. 대각선의 교점을 E 라고 할 때, a 를 구하여라.



▶ 답 : cm

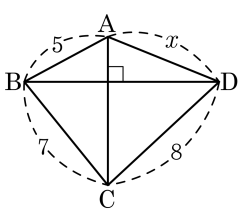
▷ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$ 가 성립하므로 $\left(3\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = \left(2\sqrt{6}\right)^2 + a^2$

따라서 $a = \sqrt{18 + 12 - 24} = \sqrt{6}(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 사각형에서 x 의 값을 구하면?



① 6 ② $\sqrt{37}$ ③ $\sqrt{39}$

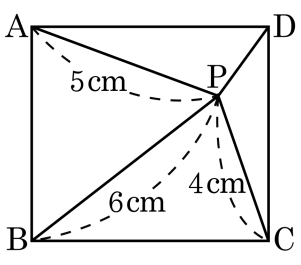
④ $2\sqrt{10}$ ⑤ 7

해설

$5^2 + 8^2 = x^2 + 7^2$

$\therefore\ x = 2\sqrt{10}$

14. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{AP} = 5\,\text{cm}, \overline{BP} = 6\,\text{cm}, \overline{CP} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하면?



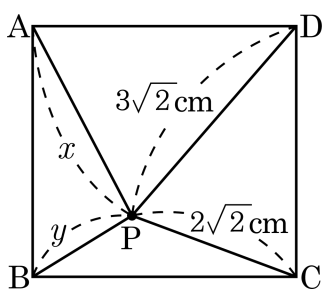
① $3\sqrt{2}\,\text{cm}$ ② $\sqrt{5}\,\text{cm}$ ③ $5\sqrt{2}\,\text{cm}$

④ $3\sqrt{3}\,\text{cm}$ ⑤ $4\sqrt{5}\,\text{cm}$

해설

$\overline{PD}^2 + 6^2 = 5^2 + 4^2$, $\overline{PD} = \sqrt{5}\,\text{cm}$

15. 다음과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PC} = 2\sqrt{2}$cm , $\overline{PD} = 3\sqrt{2}$cm 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = y^2 + (3\sqrt{2})^2$, $x^2 - y^2 = 18 - 8$, $x^2 - y^2 = 10$ 이다.

16. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x-3$ ② $x+3$

③ x^2+1 ④ x^2+9

⑤ x^3+3x^2+x+3

해설

준 식을 인수분해 하면

$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2+1)(x^2-9)$

$= (x^2+1)(x+3)(x-3)$

⑤ $x^2(x+3)+x+3 = (x^2+1)(x+3)$

17. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{DE}=3\,\text{cm}$, $\overline{CD}=4\,\text{cm}$, $\overline{BE}=6\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

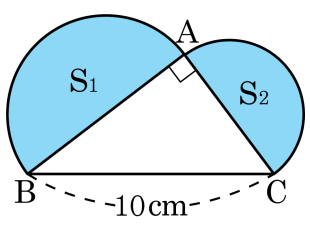
▷ 정답 : $\sqrt{43}$ cm

해설

$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{DC}^2+\overline{EB}^2$ 이므로,

$x=\sqrt{6^2+4^2-3^2}=\sqrt{43}\,(\text{cm})$

18. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 직각을 낀 두 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 두 반원의 넓이의 합 $S_1 + S_2$ 의 값을 구하면?



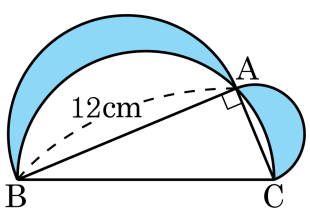
① $\frac{45}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{35}{2}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{25}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{15}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$S_1 + S_2 = \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} + \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{8}\left(\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2\right)$$

$$= \frac{\pi}{8} \times \overline{BC}^2 = \frac{25}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$$

19. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그렸다. $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$ 이고, 색칠한 부분의 넓이가 $30\,\text{cm}^2$ 일 때 $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 5 cm

해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같으므로

$\triangle ABC = 12 \times \overline{AC} \times \frac{1}{2} = 30$ 이다.

따라서 $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 이다.

20. $1-4x^2-y^2+4xy=(1+ax+by)(1+cx+dy)$ 일 때, $ac+bd$ 의 값을 구하면?

① -6　② -5　③ -4　④ -3　⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 1-(4x^2-4xy+y^2)\\ &= 1^2-(2x-y)^2\\ &= (1+2x-y)(1-2x+y)\end{aligned}$$

$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ c=-2,\ d=1$

$\therefore\ ac+bd=2\times(-2)+(-1)\times 1=-5$

21. $2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$를 인수분해 하면$(x+ay+b)(2x+cy+d)$이다. 이 때, $a+b+c+d$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$
$=2x^2+(y+5)x-3y^2+5y+2$
$=2x^2+(y+5)x-(y-2)(3y+1)$
$=\{x-(y-2)\}\{2x+(3y+1)\}$
$=(x-y+2)(2x+3y+1)$
$\therefore\ a=-1, b=2, c=3, d=1$

22. $x = 1001$ 일 때, $\dfrac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

23. 실수 x, y가 $xy=6$, $x^2y+xy^2+x+y=63$을 만족시킬 때, x^2+y^2의 값은?

① 13 ② $\frac{1173}{32}$ ③ 55 ④ 69 ⑤ 81

해설

x^2y+xy^2+x+y
$=xy(x+y)+(x+y)$
$=(xy+1)(x+y)$
$=7(x+y)=63,$
$x+y=9,\ xy=6$
$\therefore\ x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=81-12=69$

24. $x^4+2x^2+9=(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$로 인수분해될 때, $|ab-cd|$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$(\text{준식})=(x^2+3)^2-(2x)^2$

$\qquad=(x^2+2x+3)(x^2-2x+3)$

여기서 계수를 비교하면

$a=2,\ b=3,\ c=-2,\ d=3$

$\therefore |ab-cd|=|2\times 3-(-2)\times 3|=12$

25. 두 다항식 A, B에 대하여 $A \otimes B$를 $A \otimes B = \dfrac{B}{B-A}$라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x-1)$을 간단히 하면? (단, $x \neq 0$, $x \neq 1$인 실수)

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(x \otimes x^2) = \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1}$$

$$(x^2 - x) \otimes (x-1) = \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)}$$

$$= \frac{x-1}{x - 1 - x^2 + x}$$

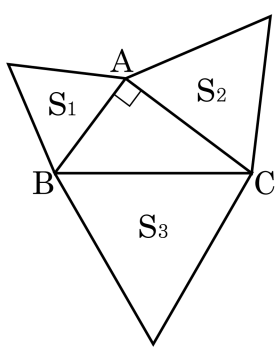
$$= \frac{(x-1)}{-(x^2 - 2x + 1)}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2}$$

$$= -\frac{1}{x-1}$$

$\therefore$(주어진 식) $= \dfrac{x}{x-1} - \dfrac{1}{(x-1)} = \dfrac{x-1}{x-1} = 1$

26. $\angle A$ 가 $90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 세 정삼각형을 작도하였다. 각각의 정삼각형의 넓이를 S_1, S_2, S_3 라 하고, $S_1 = 5, S_2 = 6$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



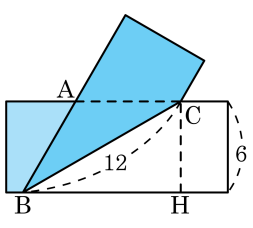
▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

세 정삼각형은 모두 닮음이므로 넓이가 S_1 인 정삼각형과 S_2 인 정삼각형의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6}$
$\overline{AB} = \sqrt{5}a$, $\overline{AC} = \sqrt{6}a$ 라고 하면
$\overline{BC} = \sqrt{5a^2 + 6a^2} = \sqrt{11}a$
따라서, S_1 , S_2 , S_3 의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6} : \sqrt{11}$ 이므로
넓이의 비는 $5 : 6 : 11$ 이 되어 $S_3 = 11$
즉, $S_1 + S_2 = S_3$ 이다.

27. 폭이 6 인 종이테이프를 접었더니 접은 선이 12 였다. 테이프가 겹쳐진 부분 △ABC 의 넓이를 $a\sqrt{b}$ 라고 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{BH} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$, $\overline{AB} = \overline{AC} = x$ 라 하면,
$x^2 = 6^2 + (6\sqrt{3} - x)^2$
$12\sqrt{3}x = 144$
$\therefore\ x = 4\sqrt{3}$
$\therefore\ \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 = 12\sqrt{3}$

28. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k$가 이차식의 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 상수 k의 값을 정하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k$
$=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-k$
$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-k$
$x^2+5x=X$로 치환하면
(준식) $=(X+4)(X+6)-k$
$\quad=X^2+10X+24-k$
완전제곱식이 되려면 $24-k=25$
$\therefore\ k=-1$

29. x^4+3x^2+4를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x^2+x+1)(x^2-2x+1)$ ② $(x^2+2x+2)(x^2-x+2)$

③ $(x^2-x+2)(x^2+x+2)$ ④ $(x^2+x-1)(x^2-2x+1)$

⑤ $(x^2+x-2)(x^2+x+2)$

해설

$$\begin{aligned} x^4+3x^2+4 &= (x^4+4x^2+4)-x^2 \\ &= (x^2+2)^2-x^2 \\ &= (x^2+x+2)(x^2-x+2) \end{aligned}$$

30. 세 개의 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $[a,\ b,\ c] = (a-b)(a-c)$라 할 때, $[a,\ b,\ c]+[b,\ c,\ a]+[c,\ a,\ b]=0$이면 $[a,\ b,\ c]$의 값은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

$(a-b)(a-c)+(b-c)(b-a)+(c-a)(c-b)=0$

전개하여 정리하면 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$

$\therefore\ a=b=c$

$\therefore\ [a,\ b,\ c]=(a-b)(a-c)=0$