

1. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{ } x^2 + \text{ } x + \text{ }) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + \text{ } x + \text{ } = A$ 라 하면

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1 이다.

2. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

3. 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$a(x-1)(x+1) + b(x-1) + c(x+1) = 2x^2 + x + 1$$

① 3

② 2

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

좌변을 전개하여 우변과 계수를 비교하면

$$a = 2, b = -1, c = 2$$

해설

x^2 의 계수가 2이므로 $a = 2$

$x = 1$ 대입, $c = 2$

$x = -1$ 대입, $b = -1$

$$\therefore a + b + c = 3$$

4. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $2x - 7$ 이고, $x^2 - 3x - 10$ 으로 나누었을 때의 나머지는 11이다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 6x + 5$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $2x + 1$

② $4x + 3$

③ $x - 1$

④ $4x - 9$

⑤ $2x - 3$

해설

$f(x)$ 를 $x^2 - 6x + 5$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 6x + 5)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x - 5)Q(x) + ax + b \cdots \textcircled{7} \end{aligned}$$

$f(x)$ 를 $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눈 몫을 $Q_1(x)$, $x^2 - 3x - 10$ 으로 나눈 몫을 $Q_2(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_1(x) + 2x - 7 \\ &= (x - 1)(x - 3)Q_1(x) + 2x - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x - 10)Q_2(x) + 11 \\ &= (x - 5)(x + 2)Q_2(x) + 11 \end{aligned}$$

이므로 $f(1) = -5$, $f(5) = 11$ 이다.

⑦에서

$$f(1) = a + b = -5$$

$f(5) = 5a + b = 11$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = 4, b = -9$$

따라서 구하는 나머지는 $4x - 9$ 이다.

5. $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$ 의 값을 a 라 할 때, $\frac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1007}{1006}$

해설

$$a = \frac{(2012 + 1)(2012^2 - 2012 + 1)}{(2012^2 - 2012 + 1)}$$

$= 2013$ 이므로

$$\therefore \frac{a+1}{a-1} = \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006}$$

6. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2$,
 $(x-1)(3x^2 + ax + 2a)$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a 의
값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+2)(x+1)$$

$$\therefore 3x^2 + ax + 2a \text{ 는}$$

$x+2$ 또는 $x+1$ 을 인수로 가져야 한다.

$f(x) = 3x^2 + ax + 2a$ 로 놓을 때

$x+2$ 가 인수이면 $f(-2) = 12 - 2a + 2a = 12$ 가 되어 적합하지
않다.

$\therefore x+1$ 를 인수로 갖는다.

$$x+1 \text{ 이 인수이면 } f(-1) = 3 - a + 2a = 3 + a = 0$$

$$\therefore a = -3$$

7. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3a + b$ 와 $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 8

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 3a + b,$$

$$g(x) = x^2 + bx - 6 \text{이라 하면}$$

$f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 $x - 2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(2) = g(2) = 0 \text{에서}$$

$$f(2) = 4 - 8 + 3a + b = 0, g(2) = 4 + 2b - 6 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1 \therefore a + b = 2$$

8. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 8$ 이고, 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 최대공약수는 $ax + b$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 식 A, B 의 최대공약수를 G 라 하면

$$A = Ga, B = Gb(a, b \text{는 서로소})$$

$$A + B = (a + b)G = 2(x + 2)(x - 2)$$

$$L = abG = (x - 1)(x - 3)(x + 2)$$

$$\therefore G = x + 2$$

9. 복소수 $z = (1 + i)x + 1 - 2i$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수일 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$$z = (1 + i)x + 1 - 2i = (x + 1) + (x - 2)i$$

z^2 의 음의실수 $\Leftrightarrow z$ 가 순허수

$$\therefore x + 1 = 0, \quad x = -1$$

10. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{100}$ 일 때, $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값은?

① $1-i$

② 0

③ $-1-i$

④ 2

⑤ $1+i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = i, \frac{1-i}{1+i} = -i \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$$

$$= f(i) + f(-i)$$

$$= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{100}$$

$$= (-i)^{100} + (i)^{100} = 2$$

$$\ast i^4 = 1 \text{ 이므로 } i^{4k} = 1$$

11. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 등식 $(1 - 2i)z - i\bar{z} = 3 - 5i$ 를 만족하는 z 는?

① $1 + i$

② $2 + i$

③ $2 + 2i$

④ $1 - i$

⑤ $2 - i$

해설

$z = a + bi$ 라 하면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

$$\begin{aligned}(1 - 2i)(a + bi) - i(a - bi) &= a + bi - 2ai + 2b - ai - b \\ &= (a + b) + (-3a + b)i = 3 - 5i\end{aligned}$$

따라서 $a + b = 3$, $-3a + b = -5$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = 2, b = 1$$

따라서 $z = 2 + i$ 이다.

12. 이차방정식 $(\sqrt{2}-1)x^2 - (3-\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ 의 두 근은?

- ① $\sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}$
④ $-\sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2}, -1 + \sqrt{2}$

해설

양변에 $\sqrt{2} + 1$ 을 곱하면

$$x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 0$$

$$(x - \sqrt{2}) \{x - (\sqrt{2} + 1)\} = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}, \sqrt{2} + 1$$

해설

$x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 0$ 로 고친 후 근의 공식을 이용하여 풀어도 좋다.

13. x 에 대한 이차식 $x^2 - 2(k+a)x + (k+1)^2 + a^2 - b - 3$ 이 k 에 관계없이 완전제곱식이 되는 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

완전제곱식이면 판별식이 0이다.

$$\Rightarrow D' = (k+a)^2 - (k+1)^2 - a^2 + b + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2(a-1)k + b + 2 = 0$$

$$\Rightarrow a = 1, \quad b = -2,$$

$$\therefore a + b = -1$$

14. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

$$\alpha + \beta = 3$$

한편, $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$

즉, $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$ 이다.

$$\begin{aligned}\frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} &= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} \\ &= \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 3$

$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면

$$f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$$

$f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

15. 실계수의 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 이 허근 α, β 를 갖고, 두 허근 사이에 $\alpha^2 + 2\beta = 1$ 인 관계가 성립한다고 한다. 이 때, $b+c$ 의 값은?

① -1

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

계수가 실수이므로

$$\alpha = p + qi \text{ 이면 } \beta = p - qi \ (q \neq 0)$$

$$\alpha^2 + 2\beta = 1 \text{ 이므로}$$

$$(p + qi)^2 + 2(p - qi) = 1 \text{ 에서}$$

$$(p^2 - q^2 + 2p - 1) + 2q(p - 1)i = 0$$

$$\therefore p^2 - q^2 + 2p - 1 = 0, \ 2q(p - 1) = 0$$

$q \neq 0$ 이므로

$$p = 1, \ q^2 = 2$$

$$\therefore \alpha + \beta = 2p = 2, \ \alpha\beta = p^2 + q^2 = 3$$

$$\therefore x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$\therefore b = -2, \ c = 3$$

$$\therefore b + c = 1$$

16. 사차방정식 $x^4 + 2ax^2 + a + 2 = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $-2 < a < -1$

③ $-1 < a < 2$

④ $a > 2$

⑤ $-1 < a < 0$

해설

$x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 + 2at + a + 2 = 0$$

서로 다른 양근을 가져야 하므로

$$(i) \frac{D}{4} = a^2 - a - 2 > 0 \quad \therefore a < -1, 2 < a$$

$$(ii) \alpha + \beta = -2a > 0 \quad \therefore a < 0$$

$$(iii) \alpha\beta = a + 2 > 0 \quad \therefore a > -2$$

$\therefore (i), (ii), (iii)$ 에서 $-2 < a < -1$

17. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6x + 5 \\ &= -(x - 3)^2 + 14 \therefore M = 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x - 4 \\ &= 2(x - 3)^2 - 22 \therefore m = -22 \end{aligned}$$

$$\therefore M - m = 14 + 22 = 36$$

18. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 2k$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2kx + 2k \\&= -(x^2 - 2kx) + 2k \\&= -(x - k)^2 + k^2 + 2k\end{aligned}$$

$$\text{최댓값 } M = k^2 + 2k = (k + 1)^2 - 1$$

따라서 M 의 최솟값 -1 이다.

19. 함수 $y = (x^2 - 2x + 3)^2 - 2(x^2 - 2x + 3) + 1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$t = x^2 - 2x + 3$ 으로 놓으면

$$y = t^2 - 2t + 1 = (t - 1)^2 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, $t = (x - 1)^2 + 2$ 이므로

$$t \geq 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 범위에서 ㉠의 최솟값은

$t = 2$ 일 때 1이다.

20. 합이 26 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 13

해설

두 수를 각각 x , $26 - x$ 라고 하면,

$$y = x(26 - x)$$

$$= -x^2 + 26x$$

$$= -(x - 13)^2 + 169$$

$x = 13$ 일 때, 최댓값 169를 가진다.

$26 - x = 13$ 이므로 구하는 두 수는 13, 13이다.

21. 둘레의 길이가 28cm 인 직사각형에서 넓이를 최대가 되게 하려면 가로와 세로의 길이를 각각 얼마로 하면 되겠는가?

① 가로 6 cm, 세로 8 cm

② 가로 7 cm, 세로 7 cm

③ 가로 8 cm, 세로 9 cm

④ 가로 8 cm, 세로 8 cm

⑤ 가로 7 cm, 세로 9 cm

해설

가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 $(14 - x)$ cm, 넓이를 y cm² 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(14 - x) \\ &= -x^2 + 14x \\ &= -(x^2 - 14x + 49 - 49) \\ &= -(x - 7)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x = 7$, 즉 가로 7 cm, 세로 7 cm 일 때 최댓값 49 cm² 를 가진다

22. 지면으로부터 60m 되는 높이에서 초속 60m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 대략 $y = -5x^2 + 60x + 60$ 인 관계가 성립한다. 그 물체의 높이가 최대가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가? 또한, 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▷ 정답: 6초

▷ 정답: 240m

해설

$$y = -5x^2 + 60x + 60 = -5(x - 6)^2 + 240$$

따라서 $x = 6$ 일 때, 최댓값 240을 갖는다.

23. 각 면에 1부터 12까지 자연수가 하나씩 적힌 정십이면체의 주사위가 있다. 이 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수를 각각 x , y 라 할 때, $xy - 3x + 2y = 18$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$xy - 3x + 2y = 18, \quad x(y - 3) + 2y = 18,$$

$$x(y - 3) + 2(y - 3) = 12$$

$$(x + 2)(y - 3) = 12$$

$$x + 2 \geq 3 \text{ 이므로}$$

$$(x + 2, y - 3) = (3, 4), (4, 3), (6, 2), (12, 1)$$

$$\therefore (x, y) = (1, 7), (2, 6), (4, 5), (10, 4)$$

$\therefore$ 4개

24. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $a > b, b > c, c > d$ 이면 $a > d$

㉡ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

㉢ $a > b > 0, c > d > 0$ 이면 $ac > bd$

㉣ $ac > bc$ 이면 $a > b$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

㉠ $a > b, b > c$ 이면 $a > c$

$a > c, c > d$ 이면 $a > d$ (참)

㉡ $a > b > 0$ 이므로 $a - b > 0, ab > 0$ 이다.

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{a-b}{ab} > 0 \therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \text{ (참)}$$

㉢ $c > d$ 이고 $a > 0$ 이므로 $ac > ad$

$a > b$ 이고 $d > 0$ 이므로 $ad > bd$

따라서 $ac > bd$ (참)

㉣ $c < 0$ 일 때 $ac > bc$ 이면 $a < b$ 이다. (거짓)

25. $-1 < x < 3$ 일 때, $A = 2x - 3$ 의 범위는?

① $1 < A < 3$

② $-1 < A < 3$

③ $-3 < A < 5$

④ $-5 < A < 3$

⑤ $3 < A < 5$

해설

$-1 < x < 3$ 에서 양변에 2를 곱하고 3을 빼면

$$-2 - 3 < 2x - 3 < 6 - 3$$

$$\therefore -5 < 2x - 3 < 3$$

26. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.
- ② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$ 이다.
- ③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -a$ 이다.
- ⑤ $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

해설

- ② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$
- ④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -b$

27. 부등식 $2a - 5 \leq ax + b \leq 5b - 3a$ 의 해가 $-9 \leq x \leq 6$ 일 때, 정수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$2a - 5 \leq ax + b \leq 5b - 3a,$$

$$2a - 5 - b \leq ax \leq 4b - 3a$$

(1) $a > 0$ 일때, $\frac{2a - 5 - b}{a} \leq x \leq \frac{4b - 3a}{a}$

$$\frac{2a - 5 - b}{a} = -9$$

$$2a - 5 - b = -9a$$

$$11a - b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{4b - 3a}{a} = 6$$

$$4b - 3a = 6a$$

$$9a - 4b = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

a 는 정수가 아니다.

(2) $a < 0$ 일때, $\frac{4b - 3a}{a} \leq x \leq \frac{2a - 5 - b}{a}$

$$\frac{4b - 3a}{a} = -9$$

$$4b - 3a = -9a$$

$$6a + 4b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{2a - 5 - b}{a} = 6$$

$$2a - 5 - b = 6a$$

$$4a + b = -5 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$6a + 4b = 0$$

$$-16a - 4b = 20$$

두식을 더하면

$$-10a = 20$$

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

28. 부등식 $2|x+2| + |x-2| < 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x > -\frac{8}{3}$$

$$\text{공통부분은 } -\frac{8}{3} < x < -2$$

ii) $-2 \leq x < 2$ 일 때

$$2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x < 0$$

$$\text{공통부분은 } -2 \leq x < 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2(x+2) + (x-2) < 6, \quad x < \frac{4}{3}$$

$$\text{공통부분은 없음}$$

i), ii), iii)을 모두 합하면 $-\frac{8}{3} < x < 0$

정수 x : $-2, -1$ (2개)

29. 부등식 $(x-2)(ax-1) < 0$ 의 해에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 이 부등식의 해가 존재하지 않는 실수 a 가 있다.

② $a = 0$ 이면 이 부등식의 해는 $x < 2$ 이다.

③ $a < 0$ 이면 이 부등식의 해는 $\frac{1}{a} < x < 2$ 이다.

④ $a > 0$ 이면 이 부등식의 해는 $x < 2$ 이다.

⑤ ①, ②, ③, ④ 모두 거짓이다.

해설

① $a \neq 0$ 일 때

$$(x-2)(ax-1) = a(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right) \text{이므로}$$

$a = \frac{1}{2}$ 이면 이 부등식의 해는 없다.

② $a = 0$ 이면 이 부등식은 $-(x-2) < 0$,
즉 $x-2 > 0$ 이므로 해는 $x > 2$ 이다.

③ $a < 0$ 이면 이 부등식은 $(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right) > 0$ 이므로
 $x < \frac{1}{a}$ 또는 $x > 2$ 이다.

④ $a > 0$ 이면 이 부등식은 $(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right) < 0$ 이므로

$a < \frac{1}{2}$ 일때, $2 < x < \frac{1}{a}$,

$a > \frac{1}{2}$ 일때 $\frac{1}{a} < x < 2$ 이다.

30. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이 항상 성립되게 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 4

② 3

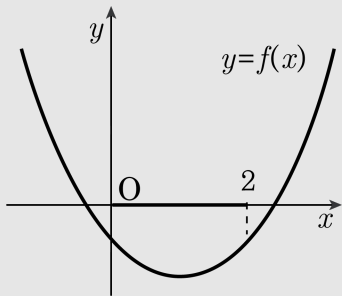
③ 2

④ 1

⑤ -1

해설

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 로 놓을 때
주어진 부등식의 해가 0, 2 를 포함 하려면
 $f(0) \leq 0, f(2) \leq 0$ 이어야 한다.



$$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq 2 \cdots \text{㉠}$$

$$f(2) = -2a + a^2 \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통 범위는 $0 \leq a \leq 2$

따라서 $M = 2, m = 0$ 이므로 $M - m = 2$

31. x 에 관한 방정식 $x^2 - 2kx + (k^2 - k) = 0$ 이 실근 α, β 를 갖고 $(\alpha - \beta)^2 \leq 16$ 이 성립하기 위한 실수 k 의 범위를 구하면?

① $-1 \leq k \leq 4$

② $-1 \leq k \leq 5$

③ $0 \leq k \leq 4$

④ $0 \leq k \leq 5$

⑤ $-2 \leq k \leq 2$

해설

i) 실근을 가지므로

$$D \geq 0 \text{에서 } k \geq 0 \dots \textcircled{1}$$

ii) $(\alpha - \beta)^2 \leq 16$ 에서

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \leq 16$$

$$(2k)^2 - 4(k^2 - k) \leq 16$$

$$\therefore k \leq 4 \dots \dots \textcircled{2}$$

$$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 0 \leq k \leq 4$$

32. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0 \\ x^2 + ax + b > 0 \end{cases}$ 의 해가 $-3 \leq x < -2$ 또는 $0 < x \leq 2$ 일 때, a, b 를 구하여 $a \times b$ 를 계산하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) \leq 0 \text{ 에서}$$

$$-3 \leq x < 2 \text{ 이므로}$$

연립부등식의 해가 다음 그림과 같으려

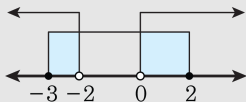
면 $x^2 - ax + b > 0$ 의 해는

$x < -2, x > 0$ 이어야 한다.

$$x^2 + ax + b = x(x + 2) = x^2 + 2x > 0$$

$$\therefore a = 2, b = 0$$

$$\therefore a \cdot b = 0$$



33. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 2 \\ cx + y = 3 \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 제1사분면에 있을 상수 c 의 조건은?

- ① $c = -1$ ② $c > -1$ ③ $c < \frac{3}{2}$
④ $0 < c < \frac{3}{2}$ ⑤ $-1 < c < \frac{3}{2}$

해설

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ cx + y = 3 \end{cases} \text{ 을 풀면 } x = \frac{5}{c+1}, y = \frac{3-2c}{c+1}$$

$x > 0, y > 0$ 인 c 의 범위를 구한다.

$$c + 1 > 0, \quad 3 - 2c > 0$$

$$\therefore -1 < c < \frac{3}{2}$$