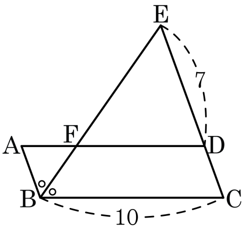
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E , F 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



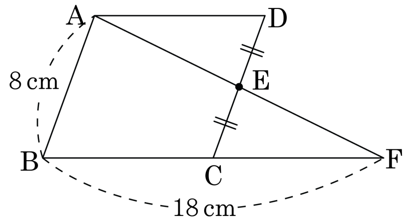
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{CE} /\!/ \overline{AB}$ 이므로 $\angle ABF = \angle CEB$ 이므로 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{EC} = 7 + \overline{CD}$, $\overline{CD} = 3$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E 라 하고, $\overline{AE}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라 하자. 이 때 $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle FCE$ 에서

$\overline{ED} = \overline{EC}$

$\angle ADE = \angle FCE$(엇각)

$\angle AED = \angle FEC$(맞꼭지각)

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, 평행사변형이므로

$\overline{AD} = \overline{BC}$

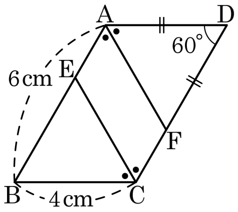
따라서 $\overline{CF} = \overline{AD} = \overline{BC}$

즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{FC} = 2\overline{AD}$ 이므로

$2\overline{AD} = 18$

$\therefore \ \overline{AD} = 9(\mathrm{cm})$

3. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60^\circ$ 일 때, $\square AECF$ 의 둘레의 길이는?



① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm
④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.

$\angle ADF = 60^\circ$, $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle FAD = 60^\circ$ 이므로, $\angle AFD = 60^\circ$ 이므로

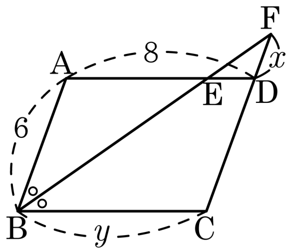
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\,(\text{cm})$ 이다.

그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는

$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\,(\text{cm})$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 E, $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라고 한다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 일 때, x, y를 차례대로 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ cm

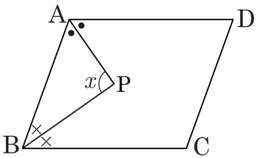
▷ 정답 : $x = 2$ cm

▷ 정답 : $y = 8$ cm

해설

$\overline{AB} // \overline{CF}$ 이므로 $\angle ABE = \angle BFC$ (엇각) 이다.
그러므로 삼각형 BCF 는 이등변삼각형이다.
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.
$\therefore y = 8\text{cm}$
삼각형 BCF 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC} = \overline{CF}$
$8 = x + 6$
$\therefore x = 2\text{cm}$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선이 만나는 점을 P 라 할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



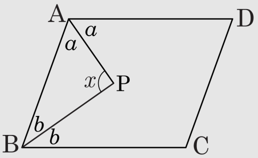
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad{}^\circ}$

▷ 정답 : $90\underline{{}^\circ}$

해설

$\angle DAP = \angle BAP = \angle a$ 라 하고

$\angle ABP = \angle CBP = \angle b$ 라 할 때,



평행사변형이므로 $2\angle a + 2\angle b = 180^\circ$

$\therefore \angle a + \angle b = 90^\circ$

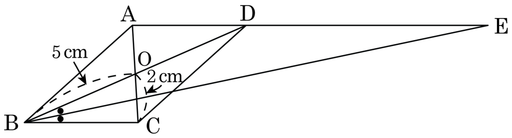
$\triangle ABP$ 에서

$\angle a + \angle b + \angle x = 180^\circ$ 이므로

$\angle x = 180^\circ - (\angle a + \angle b)$

$\therefore \angle x = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

6. 다음과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle DBC$의 이등분선과 $\overline{AD}$의 연장선의 교점을 E라 할 때, $\overline{DE}$의 길이와 $\overline{OA}$의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : cm

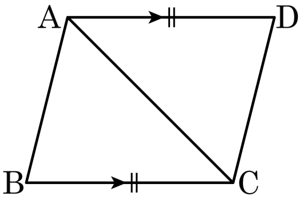
▷ 정답 : 12 cm

해설

평행사변형의 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
$\overline{OA} = \overline{OC} = 2(\mathrm{cm})$
또한, $\overline{OD} = \overline{OB} = 5(\mathrm{cm})$
$\overline{AE} // \overline{BC}$이므로 $\angle EBC = \angle BED$(엇각)
$\angle EBC = \angle EBD$이므로 $\angle EBD = \angle BED$
$\triangle DBE$가 이등변삼각형이므로
$\overline{DE} = \overline{DB} = 5 + 5 = 10(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{DE}$의 길이와 $\overline{OA}$의 길이의 합은
$2 + 10 = 12(\mathrm{cm})$이다.

7. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 <u>틀린</u> 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$

결론) $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA에서

ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠

ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡

ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)

ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로

$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

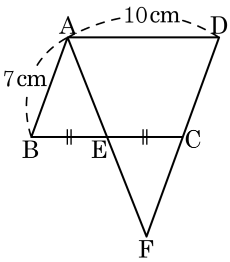
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}, \overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 7 cm ② 9 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm},\ \overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$

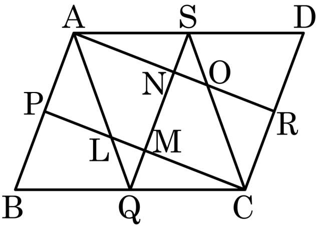
$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE, \overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\,\text{cm})$

9. 평행사변형 ABCD 의 각 변에 중점 P, Q, R, S 를 잡아 다음 그림과 같이 연결하였다. 그림 속에 있는 도형 중 평행사변형의 개수를 모두 구하여라.



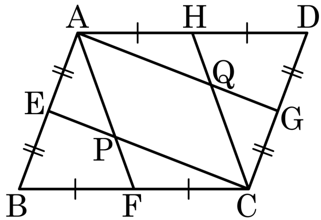
▶ **답 :** 개

▷ **정답 :** 8 개

해설

□ABCD, □ABQS, □SQCD, □APCR
□APMN, □NMCR, □AQCS, □ALCO

10. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. ㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

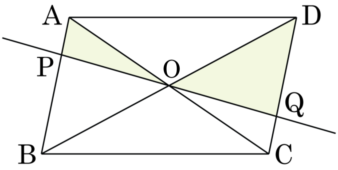
① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉤, ㉢, ㉠ ③ ㉤, ㉤, ㉠

④ ㉠, ㉢, ㉢ ⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} // \overline{GC}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} // \overline{FC}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} // \overline{QC}$ 이고 $\overline{PC} // \overline{AQ}$ 이다. (㉠)

11. 오른쪽 그림과 같이 넓이가 $60\,\text{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와 의 교점을 각각 P, Q라 할 때, 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $15\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 에서

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD$(엇각)

$\angle AOP = \angle COQ$(맞꼭지각)

$\overline{AO} = \overline{CO}$(평행사변형의 성질)

$\therefore \triangle AOP \equiv \triangle COQ$ (ASA 합동)

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 가 합동이므로 색칠한 부분의 넓이의 합은 $\triangle CDO$ 와 같다.

$\square ABCD = 4\triangle CDO$ 이므로 $60 = 4\triangle CDO$

$\therefore\ \triangle CDO = 15(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이의 합은 $15\,\text{cm}^2$ 이다.