1. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

2 9 14 23 34 47 81

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이다.
9 의 약수 : 1, 3, 9
14 의 약수 : 1, 2, 7, 14
34 의 약수 : 1, 2, 17, 34
81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81
2 의 약수 : 1, 2
23 의 약수 : 1, 23
47 의 약수 : 1, 47
따라서 소수는 2, 23, 47 의 3 개이다.

2. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^3 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^3	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 $1, 3, 3^2, 3^3, 3^4$ 이고 11^5 의 약수는 $1, 11, 11^2, 11^3, 11^4, 11^5$ 이다.
표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.
$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^3 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^3	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

3. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24 의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$

(a, b의 공약수의 개수) = (24의 약수의 개수)

$= (3+1) \times (1+1)$

$= 8$(개)

4. 두 자연수의 최대공약수가 5 , 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은?

① 200 ② 250 ③ 300 ④ 350 ⑤ 400

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로
(두 수의 곱)= 5×60
따라서 두 수의 곱은 300 이다.

5. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 12

해설

$(2+1)(n+1) = 24$

$n+1 = 8$

$\therefore\ n = 7$

6. 다음 중 12 와 서로소인 수는?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$12 = 2^2 \times 3$ 이므로 5 와 서로소이다.

7. 세 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ③ $2^2 \times 3^3 \times 5^3$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 에서
최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

8. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3,\ b = 1$

9. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 12 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 5 는 12 의 약수가 아니다.

10. 세 자연수 $5\times a$, $7\times a$, $3\times a$ 의 최소공배수가 420 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{array}{r|lll} a & 5\times a & 7\times a & 3\times a \\ & 5 & 7 & 3 \end{array}$$

$a\times 5\times 7\times 3 = 420$

$\therefore\ a = 4$

11. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누니주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명　② 14 명　③ 13 명　④ 12 명　⑤ 11 명

해설

$56 = 2^3 \times 7$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $70 = 2 \times 5 \times 7$
56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

12. 공책 27 권, 지우개 38 개, 연필 64 자루를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 하였더니 공책은 3 권 남고, 지우개는 2 개가 남고, 연필은 4 자루가 남았다. 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 12 명

해설

학생 수는 $27-3=24$, $38-2=36$, $64-4=60$ 의 최대공약수이므로

$24=2^3\times 3$, $36=2^2\times 3^2$, $60=2^2\times 3\times 5$ 에서

최대공약수는 $2^2\times 3=12$

$\therefore$ 12 명

13. 24 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이때, 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

24 의 약수를 구하면 된다. 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다. 따라서 8 개이다.

14. $x = 5^{27} + 1,\ y = 2^{23} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인가?

① 24 자리의 수　② 25 자리의 수　③ 26 자리의 수

④ 27 자리의 수　⑤ 28 자리의 수

해설

$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$

이 때 $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$ 이므로 $5^{27} + 2^{23} + 1$은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{27} \times 2^{23} &= 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4 \\ &= (5 \times 2)^{23} \times 625 \\ &= 10^{23} \times 625 \end{aligned}$$

따라서 xy 는 26 자리의 수이다.

15. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 35

▷ 정답: 315

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$
$315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2$ 에서
$n = 5 \times 7 \times k^2$ 꼴이므로
n 을 작은 순으로 3 개 써 보면
$n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$
$n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$
$n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$
$\therefore 35,\ 315$

16. 60 에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의 제곱이 되게 하려고 한다. $A+B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 45

해설

$60 \times A = B^2$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 $A = 3 \times 5 = 15$

$2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2$

$B = 2 \times 3 \times 5 = 30$

$\therefore A + B = 45$

17. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 200　② 2×5^3　③ $3^2\times7^2$

④ 150　⑤ $3^2\times11^2\times13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.
① $200=2^3\times5^2$ 이므로 $(3+1)\times(2+1)=12$ (개)이다.
② $(1+1)\times(3+1)=8$ (개)
③ $(2+1)\times(2+1)=9$ (개)
④ $150=2\times3\times5^2$ 이므로 $(1+1)\times(1+1)\times(2+1)=12$ (개)이다.
⑤ $(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$ (개)

18. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 25 ⑤ 36

해설

$12 = 4 \times 3 = (3+1) \times (2+1)$
$3^3 \times a$ 가 홀수이므로
a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

19. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루 ② 18 그루 ③ 24 그루

④ 38 그루 ⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는

$$(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) = 11 + 14 + 13$$
$$= 38 \text{ (그루)}$$

20. 가로, 세로의 길이가 각각 16cm, 24cm 인 직사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 이 종이로 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $2304\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

16과 24 의 최소공배수는 48 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 48cm 이다.
따라서 구하는 정사각형의 넓이는
$48 \times 48 = 2304(\text{cm}^2)$ 이다.