

1. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

2 9 14 23 34 47 81

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이다.

9 의 약수 : 1, 3, 9

14 의 약수 : 1, 2, 7, 14

34 의 약수 : 1, 2, 17, 34

81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81

2 의 약수 : 1, 2

23 의 약수 : 1, 23

47 의 약수 : 1, 47

따라서 소수는 2, 23, 47 의 3 개이다.

2. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1, 11, 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

3. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$$\begin{aligned} a, b \text{ 의 공약수는 최대공약수 } 24 \text{ 의 약수와 같으므로 } 24 &= 2^3 \times 3 \\ (a, b \text{ 의 공약수의 개수}) &= (24 \text{ 의 약수의 개수}) \\ &= (3 + 1) \times (1 + 1) \\ &= 8(\text{ 개}) \end{aligned}$$

4. 두 자연수의 최대공약수가 5, 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은?

① 200

② 250

③ 300

④ 350

⑤ 400

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로

(두 수의 곱) = 5×60

따라서 두 수의 곱은 300 이다.

5. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

해설

$$(2 + 1)(n + 1) = 24$$

$$n + 1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

6. 다음 중 12 와 서로소인 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$12 = 2^2 \times 3$ 이므로 5 와 서로소이다.

7. 세 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

③ $2^2 \times 3^3 \times 5^3$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3^2 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

8. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 1$

9. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 12 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 5 는 12 의 약수가 아니다.

10. 세 자연수 $5 \times a$, $7 \times a$, $3 \times a$ 의 최소공배수가 420 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{array}{r} a \overline{) 5 \times a \quad 7 \times a \quad 3 \times a} \\ \underline{ 5 } \\ \end{array}$$

$$a \times 5 \times 7 \times 3 = 420$$

$$\therefore a = 4$$

11. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명

② 14 명

③ 13 명

④ 12 명

⑤ 11 명

해설

$$56 = 2^3 \times 7, 84 = 2^2 \times 3 \times 7, 70 = 2 \times 5 \times 7$$

56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

12. 공책 27 권, 지우개 38 개, 연필 64 자루를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 하였더니 공책은 3 권 남고, 지우개는 2 개가 남고, 연필은 4 자루가 남았다. 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 12명

해설

학생 수는 $27 - 3 = 24$, $38 - 2 = 36$, $64 - 4 = 60$ 의 최대공약수
이므로

$$24 = 2^3 \times 3, 36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 에서}$$

$$\text{최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore 12 \text{ 명}$$

13. 24 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이때, 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

24 의 약수를 구하면 된다. 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다. 따라서 8 개이다.

14. $x = 5^{27} + 1$, $y = 2^{23} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인가?

① 24자리의 수

② 25자리의 수

③ 26자리의 수

④ 27자리의 수

⑤ 28자리의 수

해설

$$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$$

이 때 $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$ 이므로 $5^{27} + 2^{23} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{27} \times 2^{23} &= 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4 \\ &= (5 \times 2)^{23} \times 625 \\ &= 10^{23} \times 625 \end{aligned}$$

따라서 xy 는 26자리의 수이다.

15. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

▷ 정답 : 315

해설

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7$$

$$315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2 \text{ 에서}$$

$$n = 5 \times 7 \times k^2 \text{ 꼴이므로}$$

n 을 작은 순으로 3 개 써 보면

$$n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$$

$$n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$$

$$n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$$

$\therefore 35, 315$

16. 60에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의 제곱이 되게 하려고 한다. $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$60 \times A = B^2$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } A = 3 \times 5 = 15$$

$$2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2$$

$$B = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\therefore A + B = 45$$

17. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 200

② 2×5^3

③ $3^2 \times 7^2$

④ 150

⑤ $3^2 \times 11^2 \times 13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개) 이다.

② $(1 + 1) \times (3 + 1) = 8$ (개)

③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

④ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개) 이다.

⑤ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

18. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1

② 4

③ 9

④ 25

⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

19. 세 변의 길이가 각각 66m, 84m, 78m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루

② 18 그루

③ 24 그루

④ 38 그루

⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는

$$\begin{aligned}(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) &= 11 + 14 + 13 \\ &= 38 \text{ (그루)}\end{aligned}$$

20. 가로, 세로의 길이가 각각 16cm, 24cm 인 직사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 이 종이로 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 2304cm²

해설

16과 24의 최소공배수는 48이므로 정사각형의 한 변의 길이는 48cm이다.

따라서 구하는 정사각형의 넓이는

$48 \times 48 = 2304(\text{cm}^2)$ 이다.