

1. $5x + 2 > 2x + 8$, $7 > 2x - 3$ 을 모두 만족하는 x 의 값은?

① $2 < x < 5$

② $3 < x < 5$

③ $x > 2$

④ $x < 5$

⑤ 없다.

해설

$$3x > 6 \rightarrow x > 2$$

$$10 > 2x \rightarrow 5 > x$$

따라서 $2 < x < 5$ 이다.

2. 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 값은?

$$\begin{cases} 3(4x - 3) > 2(x + 3) \\ 5(x + 9) - 5 > 15(x - 4) \end{cases}$$

① 2

② 7

③ 13

④ $\frac{17}{2}$

⑤ $\frac{23}{2}$

해설

i) $3(4x - 3) > 2(x + 3)$

$\Rightarrow 12x - 9 > 2x + 6$

$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$

ii) $5(x + 9) - 5 > 15(x - 4)$

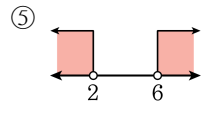
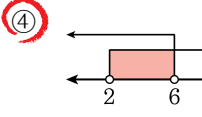
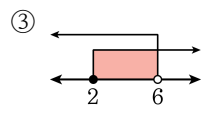
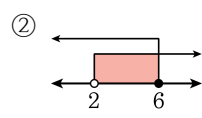
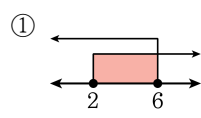
$\Rightarrow x + 9 - 1 > 3x - 12$

$\Rightarrow x < 10$

$\therefore \frac{3}{2} < x < 10$

$a = \frac{3}{2}, b = 10$ 이므로 $b - a = 10 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$

3. 다음 부등식 $1 - 4x < 7 - 5x < x - 5$ 을 수직선 위에 나타냈을 때, 바르게 나타낸 것은?



해설

$$1 - 4x < 7 - 5x, \quad x < 6$$

$$7 - 5x < x - 5, \quad x > 2$$

$$\therefore 2 < x < 6$$

4. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2(a-5)x + 2(3a-19)$ 가 양이 되기 위한 a 값의 범위는?

① $a < 7$

② $a > 9$

③ $6 < a \leq 9$

④ $6 \leq a < 9$

⑤ $7 < a < 9$

해설

$x^2 + 2(a-5)x + 2(3a-19) > 0$ 이므로

이 부등식의 $D < 0$ 이다.

$$D = (a-5)^2 - 2(3a-19) = a^2 - 16a + 63 < 0$$

$$\therefore 7 < a < 9$$

5. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

6. 부등식 $x^2 - 2x - 2 < 2|x - 1|$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\beta - \alpha$ 의 값은?

① 0

② -2

③ 2

④ 6

⑤ -6

해설

$x^2 - 2x - 2 < 2|x - 1|$ 에서 구간을 나누어 해를 구한다.

(i) $x \geq 1$ 일 때, $x^2 - 2x - 2 < 2(x - 1)$

$x^2 - 4x < 0$, $x(x - 4) < 0$, $0 < x < 4$

공통범위는 $1 \leq x < 4$

(ii) $x < 1$ 일 때, $x^2 - 2x - 2 < -2(x - 1)$

$x^2 - 4 < 0$, $-2 < x < 2$

공통범위는 $-2 < x < 1$

i + ii : $-2 < x < 4 \Leftrightarrow \alpha < x < \beta$

$\therefore \beta - \alpha = 4 - (-2) = 6$

7. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 4$ 이다. 방정식 $f(4x - 2) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 2 ② -2 ③ 4 ④ -4 ⑤ 0

해설

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \alpha \text{ 또는 } x = \beta \text{가 성립하면}$$

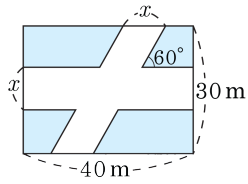
$$f(4x - 2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2 = \alpha \text{ 또는 } 4x - 2 = \beta$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\alpha + 2}{4} \text{ 또는 } x = \frac{\beta + 2}{4}$$

$$\text{즉 } f(4x - 2) = 0 \text{의 두 근은 } \frac{\alpha + 2}{4}, \frac{\beta + 2}{4} \text{이다.}$$

$$\therefore \frac{\alpha + 2}{4} + \frac{\beta + 2}{4} = \frac{\alpha + \beta + 4}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

8. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 40 m, 30 m 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를 60° 로 교차하도록 만들었다. 이때, 남은 땅의 넓이가 600 m^2 이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



- ① 4m ② 6m ③ 8m ④ 10m ⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를 S 라 하면
 $S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$
 $\therefore x^2 - 70x + 600 \geq 0$
 $(x - 10)(x - 60) \geq 0$ 에서 $x \leq 10$ 또는
 $x \geq 60$ ($0 < x < 30$) 이 된다.
 그러므로 도로폭의 최대 길이는
 $0 < x \leq 10$ 이므로 10 m이다.

9. x 에 대한 이차부등식 $a(2x^2 + 1) \leq (x - 1)^2$ 의 해가 없도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $0 < a < \frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}$

⑤ $a < \frac{1}{2}$ 또는 $a > \frac{3}{2}$

② $a > \frac{3}{2}$

④ $a \geq \frac{3}{2}$

해설

$$a(2x^2 + 1) \leq (x - 1)^2 \text{에서}$$

$$2ax^2 + a \leq x^2 - 2x + 1,$$

$$(2a - 1)x^2 + 2x + a - 1 \leq 0 \text{이므로}$$

$$2a - 1 > 0 \text{일 때}$$

$$\text{즉 } a > \frac{1}{2} \text{일 때}$$

$$\frac{D}{4} = 1 - (2a - 1)(a - 1)$$

$$= 1 - (2a^2 - 3a + 1) = -2a^2 + 3a < 0 \text{이어야}$$

모든 x 에 대하여 성립한다.

$$\text{즉 } a(2a - 3) > 0$$

$$a < 0 \text{ 또는 } a > \frac{3}{2} \text{인데}$$

$$a > \frac{1}{2} \text{이어야 하므로}$$

$$a > \frac{3}{2}$$

10. 두 삼각형이 있다. 그 중 한 삼각형은 세 변의 길이가 3, 4, x 이고, 또 다른 삼각형의 세 변의 길이는 3^2 , 4^2 , x^2 이다. 이 때, 정수 x 의 값의 개수는?
- ① 2 개 ② 3 개
③ 4 개 ④ 5 개
⑤ 6 개 이상 무수히 많다.

해설

삼각형의 두 변의 합은 다른 한 변보다 커야
 하므로 $3 + 4 > x$, $3 + x > 4$, $4 + x > 3$,
 $9 + 16 > x^2$, $9 + x^2 > 16$, $16 + x^2 > 9$ 의
 6개의 부등식을 만족하는
 x 값의 범위는 $\sqrt{7} < x < 5$ 이고
 x 가 정수이므로 $x = 3$, $x = 4$ 이다.

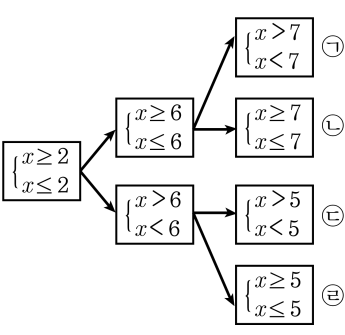
11. 함수 $f(x) = ax + b$ 가 $2 \leq f(1) \leq 4$, $0 \leq f(2) \leq 3$ 을 만족할 때, $f(3)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(1) = a + b$, $f(2) = 2a + b$
 $f(3) = 3a + b$ 이므로 $f(3) = 2f(2) - f(1)$
조건에서 $2 \leq f(1) \leq 4$ ㉠
 $0 \leq f(2) \leq 3$ ㉡
㉠에서 각 변에 -1 을 곱하면
 $-4 \leq -f(1) \leq -2$ ㉢
㉡에서 각 변에 2 를 곱하면
 $0 \leq 2f(2) \leq 6$ ㉣
 $\therefore -4 \leq f(3) \leq 4$
따라서, $f(3)$ 의 최댓값은 4 , 최솟값은 -4 이다.

12. 다음은 해가 각각 다른 연립부등식이다. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 개수를 가지는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$ 는 해가 한 개이므로 한 개 있는

$\begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq 6 \end{cases}$ 쪽으로 간다.

같은 방법으로 $\begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 7 \end{cases}$ 쪽으로 가게 된다.

그러므로 도착하는 곳은 ㉡ 이다.

13. 유리수 a 에 대하여 $\{a\}$ 는 a 를 소수 첫째 자리에서 반올림한 수로 정의할 때, 부등식 $-2 < \left\{ \frac{x+1}{3} \right\} < 3$ 을 만족하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-5.5 < x < 6.5$

해설

$-2 < \left\{ \frac{x+1}{3} \right\} < 3$ 에서 $\left\{ \frac{x+1}{3} \right\}$ 은 -2 보다 크고 3 보다 작은 정수이므로

$\left\{ \frac{x+1}{3} \right\} = -1, 0, 1, 2$ 이다.

따라서 $-1.5 < \frac{x+1}{3} < 2.5$, $-4.5 < x+1 < 7.5$ 이므로 $-5.5 < x < 6.5$

14. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 - 2a = 0$ 이 실수 해 α, β 를 가질 때 $\alpha\beta$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면 $M+m$ 은 ?

- ① $\frac{8}{9}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{7}{9}$ ④ $\frac{6}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

해설

준 방정식의 판별식

$$D = a^2 - 4(a^2 - 2a) \geq 0 \quad (\because \text{실수해를 가지므로})$$

$$a^2 - 4a^2 + 8a \geq 0, \quad -3a^2 + 8a \geq 0$$

$$3a^2 - 8a \leq 0, \quad a(3a - 8) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq \frac{8}{3}$$

또, 근과 계수와의 관계에서

$$\alpha\beta = a^2 - 2a = (a - 1)^2 - 1$$

$$\therefore \alpha\beta \text{의 최솟값은 } a = 1 \text{ 일 때, } -1, \text{ 최댓값은 } a = \frac{8}{3} \text{ 일 때, } \frac{16}{9}$$

$$\therefore m + n = \frac{16}{9} - \frac{9}{9} = \frac{7}{9}$$

15. 이차방정식 $ax^2 - (a - 3)x + a - 2 = 0$ 이 적어도 한 개의 정수근을 갖도록 하는 정수 a 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

이차방정식이므로 $a \neq 0$ 이고
실근을 가지므로
 $D = (a - 3)^2 - 4a(a - 2) \geq 0$
 $3a^2 - 2a - 9 \leq 0$
 $\therefore \frac{1 - \sqrt{28}}{3} \leq a \leq \frac{1 + \sqrt{28}}{3}$
 $-1. \times \times \dots \leq a \leq 2. \times \times \dots$ 이므로
 a 의 정수값은 $-1, 0, 1, 2$
그런데 $a \neq 0$ 이고 $a = 1$ 일 때는 정수근이 없다.
 $\therefore a = -1, 2$ 이고 구하는 합은 1