

1.  $5x + 2 > 2x + 8$ ,  $7 > 2x - 3$ 을 모두 만족하는  $x$ 의 값은?

①  $2 < x < 5$

②  $3 < x < 5$

③  $x > 2$

④  $x < 5$

⑤ 없다.

해설

$$3x > 6 \rightarrow x > 2$$

$$10 > 2x \rightarrow 5 > x$$

따라서  $2 < x < 5$ 이다.

2. 다음 연립부등식의 해가  $a < x < b$  일 때,  $b - a$  값은?

$$\begin{cases} 3(4x - 3) > 2(x + 3) \\ 5(x + 9) - 5 > 15(x - 4) \end{cases}$$

① 2

② 7

③ 13

④  $\frac{17}{2}$

⑤  $\frac{23}{2}$

해설

$$\text{i) } 3(4x - 3) > 2(x + 3)$$

$$\Rightarrow 12x - 9 > 2x + 6$$

$$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$$

$$\text{ii) } 5(x + 9) - 5 > 15(x - 4)$$

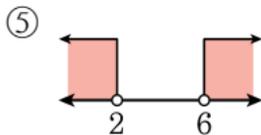
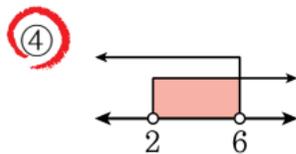
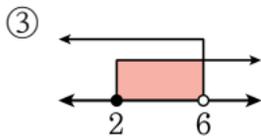
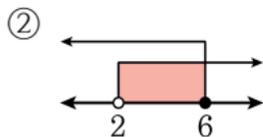
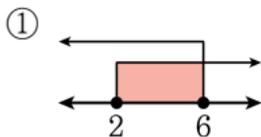
$$\Rightarrow x + 9 - 1 > 3x - 12$$

$$\Rightarrow x < 10$$

$$\therefore \frac{3}{2} < x < 10$$

$$a = \frac{3}{2}, b = 10 \text{ 이므로 } b - a = 10 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$$

3. 다음 부등식  $1 - 4x < 7 - 5x < x - 5$  을 수직선 위에 나타냈을 때, 바르게 나타낸 것은?



해설

$$1 - 4x < 7 - 5x, \quad x < 6$$

$$7 - 5x < x - 5, \quad x > 2$$

$$\therefore 2 < x < 6$$

4. 모든 실수  $x$  에 대하여  $x^2 + 2(a - 5)x + 2(3a - 19)$  가 양이 되기 위한  $a$  값의 범위는?

①  $a < 7$

②  $a > 9$

③  $6 < a \leq 9$

④  $6 \leq a < 9$

⑤  $7 < a < 9$

해설

$x^2 + 2(a - 5)x + 2(3a - 19) > 0$  이므로  
이 부등식의  $D < 0$  이다.

$$D = (a - 5)^2 - 2(3a - 19) = a^2 - 16a + 63 < 0$$

$$\therefore 7 < a < 9$$

5. 이차부등식  $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가  $-4 < x < 2$ 일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.(단,  $a$ 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답:  $-8$

해설

해가  $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x + 4)(x - 2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

6. 부등식  $x^2 - 2x - 2 < 2|x - 1|$ 의 해가  $\alpha < x < \beta$ 일 때,  $\beta - \alpha$ 의 값은?

① 0

② -2

③ 2

④ 6

⑤ -6

해설

$x^2 - 2x - 2 < 2|x - 1|$ 에서 구간을 나누어 해를 구한다.

(i)  $x \geq 1$ 일 때,  $x^2 - 2x - 2 < 2(x - 1)$

$x^2 - 4x < 0$ ,  $x(x - 4) < 0$ ,  $0 < x < 4$

공통범위는  $1 \leq x < 4$

(ii)  $x < 1$ 일 때,  $x^2 - 2x - 2 < -2(x - 1)$

$x^2 - 4 < 0$ ,  $-2 < x < 2$

공통범위는  $-2 < x < 1$

i + ii :  $-2 < x < 4 \Leftrightarrow \alpha < x < \beta$

$\therefore \beta - \alpha = 4 - (-2) = 6$

7. 이차방정식  $f(x) = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta = 4$ 이다. 방정식  $f(4x - 2) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 2

② -2

③ 4

④ -4

⑤ 0

해설

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \alpha$  또는  $x = \beta$ 가 성립하면

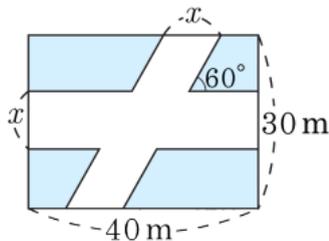
$f(4x - 2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2 = \alpha$  또는  $4x - 2 = \beta$

$\Leftrightarrow x = \frac{\alpha + 2}{4}$  또는  $x = \frac{\beta + 2}{4}$

즉  $f(4x - 2) = 0$ 의 두 근은  $\frac{\alpha + 2}{4}, \frac{\beta + 2}{4}$ 이다.

$\therefore \frac{\alpha + 2}{4} + \frac{\beta + 2}{4} = \frac{\alpha + \beta + 4}{4} = \frac{8}{4} = 2$

8. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 40 m, 30 m 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를  $60^\circ$ 로 교차하도록 만들었다. 이 때, 남은 땅의 넓이가  $600\text{ m}^2$  이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



① 4m

② 6m

③ 8m

④ 10m

⑤ 12m

### 해설

남은 땅의 넓이를  $S$  라 하면

$$S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$$

$$\therefore x^2 - 70x + 600 \geq 0$$

$(x - 10)(x - 60) \geq 0$ 에서  $x \leq 10$  또는

$x \geq 60$  ( $0 < x < 30$ ) 이 된다.

그러므로 도로폭의 최대 길이는

$0 < x \leq 10$  이므로 10m이다.

9.  $x$ 에 대한 이차부등식  $a(2x^2 + 1) \leq (x - 1)^2$ 의 해가 없도록 하는 실수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $0 < a < \frac{3}{2}$

③  $\frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}$

⑤  $a < \frac{1}{2}$  또는  $a > \frac{3}{2}$

②  $a > \frac{3}{2}$

④  $a \geq \frac{3}{2}$

해설

$$a(2x^2 + 1) \leq (x - 1)^2 \text{에서}$$

$$2ax^2 + a \leq x^2 - 2x + 1,$$

$$(2a - 1)x^2 + 2x + a - 1 \leq 0 \text{이므로}$$

$$2a - 1 > 0 \text{일 때}$$

$$\text{즉 } a > \frac{1}{2} \text{일 때}$$

$$\frac{D}{4} = 1 - (2a - 1)(a - 1)$$

$$= 1 - (2a^2 - 3a + 1) = -2a^2 + 3a < 0 \text{이어야}$$

모든  $x$ 에 대하여 성립한다.

$$\text{즉 } a(2a - 3) > 0$$

$$a < 0 \text{ 또는 } a > \frac{3}{2} \text{인데}$$

$$a > \frac{1}{2} \text{이어야 하므로}$$

$$a > \frac{3}{2}$$

10. 두 삼각형이 있다. 그 중 한 삼각형은 세 변의 길이가 3, 4,  $x$ 이고, 또 다른 삼각형의 세 변의 길이는  $3^2$ ,  $4^2$ ,  $x^2$ 이다. 이 때, 정수  $x$ 의 값의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개 이상 무수히 많다.

### 해설

삼각형의 두 변의 합은 다른 한 변보다 커야

하므로  $3 + 4 > x$ ,  $3 + x > 4$ ,  $4 + x > 3$ ,

$9 + 16 > x^2$ ,  $9 + x^2 > 16$ ,  $16 + x^2 > 9$ 의

6개의 부등식을 만족하는

$x$ 값의 범위는  $\sqrt{7} < x < 5$ 이고

$x$ 가 정수이므로  $x = 3$ ,  $x = 4$ 이다.

11. 함수  $f(x) = ax + b$ 가  $2 \leq f(1) \leq 4$ ,  $0 \leq f(2) \leq 3$ 을 만족할 때,  $f(3)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(1) = a + b, f(2) = 2a + b$$

$$f(3) = 3a + b \text{ 이므로 } f(3) = 2f(2) - f(1)$$

$$\text{조건에서 } 2 \leq f(1) \leq 4 \quad \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$0 \leq f(2) \leq 3 \quad \cdots \cdots \text{㉡}$$

㉠에서 각 변에  $-1$ 을 곱하면

$$-4 \leq -f(1) \leq -2 \quad \cdots \cdots \text{㉢}$$

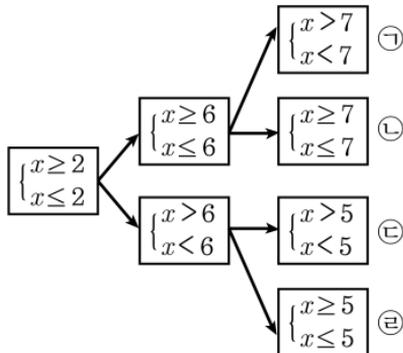
㉡에서 각 변에  $2$ 를 곱하면

$$0 \leq 2f(2) \leq 6 \quad \cdots \cdots \text{㉣}$$

$$\therefore -4 \leq f(3) \leq 4$$

따라서,  $f(3)$ 의 최댓값은  $4$ , 최솟값은  $-4$ 이다.

12. 다음은 해가 각각 다른 연립부등식이다. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 개수를 가지는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$  는 해가 한 개이므로 한 개 있는

$\begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq 6 \end{cases}$  쪽으로 간다.

같은 방법으로  $\begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 7 \end{cases}$  쪽으로 가게 된다.

그러므로 도착하는 곳은 ㉡이다.

13. 유리수  $a$  에 대하여  $\{a\}$  는  $a$  를 소수 첫째 자리에서 반올림한 수로 정의할 때, 부등식  $-2 < \left\{ \frac{x+1}{3} \right\} < 3$  을 만족하는  $x$  의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-5.5 < x < 6.5$

해설

$-2 < \left\{ \frac{x+1}{3} \right\} < 3$  에서  $\left\{ \frac{x+1}{3} \right\}$  은  $-2$  보다 크고  $3$  보다 작은 정수이므로

$$\left\{ \frac{x+1}{3} \right\} = -1, 0, 1, 2 \text{ 이다.}$$

따라서  $-1.5 < \frac{x+1}{3} < 2.5$ ,  $-4.5 < x+1 < 7.5$  이므로  $-5.5 < x < 6.5$

14.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 + ax + a^2 - 2a = 0$ 이 실수 해  $\alpha, \beta$ 를 가질 때  $\alpha\beta$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하면  $M + m$ 은 ?

①  $\frac{8}{9}$

②  $\frac{10}{9}$

③  $\frac{7}{9}$

④  $\frac{6}{9}$

⑤  $\frac{5}{9}$

해설

준 방정식의 판별식

$$D = a^2 - 4(a^2 - 2a) \geq 0 \quad (\because \text{실수해를 가지므로})$$

$$a^2 - 4a^2 + 8a \geq 0, \quad -3a^2 + 8a \geq 0$$

$$3a^2 - 8a \leq 0, \quad a(3a - 8) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq \frac{8}{3}$$

또, 근과 계수와의 관계에서

$$\alpha\beta = a^2 - 2a = (a - 1)^2 - 1$$

$$\therefore \alpha\beta \text{의 최솟값은 } a = 1 \text{ 일 때, } -1, \text{ 최댓값은 } a = \frac{8}{3} \text{ 일 때, } \frac{16}{9}$$

$$\therefore m + n = \frac{16}{9} - \frac{9}{9} = \frac{7}{9}$$

15. 이차방정식  $ax^2 - (a-3)x + a - 2 = 0$ 이 적어도 한 개의 정수근을 갖도록 하는 정수  $a$ 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

### 해설

이차방정식이므로  $a \neq 0$ 이고  
실근을 가지므로

$$D = (a-3)^2 - 4a(a-2) \geq 0$$
$$3a^2 - 2a - 9 \leq 0$$

$$\therefore \frac{1 - \sqrt{28}}{3} \leq a \leq \frac{1 + \sqrt{28}}{3}$$

$-1. \times \times \dots \leq a \leq 2. \times \times \dots$  이므로

$a$ 의 정수값은  $-1, 0, 1, 2$

그런데  $a \neq 0$ 이고  $a = 1$ 일 때는 정수근이 없다.

$\therefore a = -1, 2$ 이고 구하는 합은 1