

1. 세 변의 길이가 각각 $n, n+1, n+2$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$n+2$ 가 가장 긴 변이므로

$$n^2 + (n+1)^2 = (n+2)^2$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 1 = n^2 + 4n + 4$$

$$n^2 - 2n - 3 = 0, (n+1)(n-3) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 3$

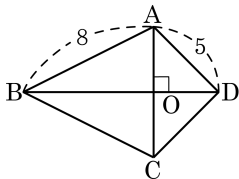
2. 가장 짧은 변의 길이가 x 이고, 나머지 두 변의 길이가 각각 15, 17 인 삼각형이 예각삼각형이기 위한 x 의 값의 범위는?

- ① $8 < x < 15$ ② $8 < x < 17$ ③ $9 < x < 15$
④ $9 < x < 17$ ⑤ $15 < x < 17$

해설

- i) $x + 15 > 17, x > 2$
ii) $x^2 + 15^2 > 17^2, x > 8$
iii) $x < 15$
 $\therefore 8 < x < 15$

3. 다음 삼각형에서 $\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

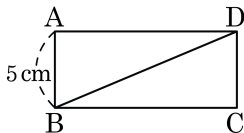
▷ 정답 : 39

해설

$$8^2 + \overline{CD}^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = 8^2 - 5^2 = 39$$

4. 다음 그림과 같이 세로의 길이가 5 인 직사각형의 넓이가 60 일 때, 직사각형의 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

직사각형의 넓이는

$$5 \times \overline{AD} = 60 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AD} = 12$$

$\overline{BD} = x$ 라 하면

피타고라스 정리에 따라

$$5^2 + 12^2 = x^2$$

x 는 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $x = 13$ 이다.

5. A 주머니에는 흰 공 5개, 검은 공 3개, B 주머니에는 흰 공 4개, 검은 공 4개가 들어 있다. A 주머니에서 공 1개를 꺼내어 B 주머니로 옮긴 후, 각각의 주머니에서 둘 다 흰 공을 꺼낼 확률은?

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{20}{63}$

해설

i) A 주머니에서 꺼낸 공이 검은 공일 경우 :

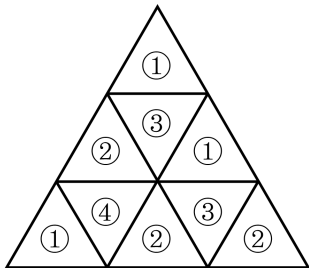
$$\frac{3}{8} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{9} = \frac{5}{42}$$

ii) A 주머니에서 꺼낸 공이 흰 공일 경우 :

$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{5}{9} = \frac{25}{126}$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{42} + \frac{25}{126} = \frac{40}{126} = \frac{20}{63}$ 이다.

6. 다음과 같은 과녁에 숫자를 써 넣었다. 여기에 화살을 쏠 때 ②를 맞힐 확률을 구하여라.(단, 화살은 과녁을 벗어나지 않는다.)



▶ 답 :

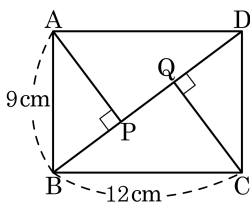
▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

과녁이 작은 삼각형 9개로 이루어져 있으며, 이중 ②가 3개이므로

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

7. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{AP} + \overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16.8 cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = 15(\text{cm})$ 이다.

$\overline{AP} \times \overline{BD} = \overline{AB} \times \overline{AD}$ 이므로,

$\overline{AP} = 7.2(\text{cm})$ 이다.

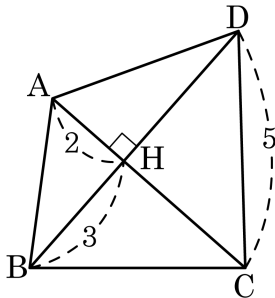
$\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로

$\overline{PD} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{BD}$ 에서

$\overline{AD}^2 = \overline{PD} \times \overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD} = 9.6(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{AP} + \overline{PD} = 7.2 + 9.6 = 16.8(\text{cm})$ 이다.

8. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{AH} = 2$, $\overline{BH} = 3$, $\overline{CD} = 5$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

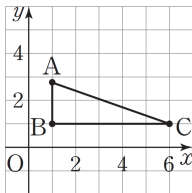
▷ 정답 : 38

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 &= \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = (2^2 + 3^2) + 5^2 = 38 \\ \therefore \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 &= 38\end{aligned}$$

9.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$ 가 있다. 두 점 $A\left(1, \frac{19}{7}\right)$, $C(6, 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1, \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6, 1)$ 이므로 점 B의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

따라서 $\overline{AB} = \frac{12}{7}$, $\overline{BC} = 5$ 이므로

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AC}^2 = \left(\frac{12}{7}\right)^2 + 5^2 = \frac{1369}{49}$$

$$\therefore \overline{AC} = \frac{37}{7}$$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$ 이다.

10. 좌표평면 위의 점 $A(3, 1)$, $P(0, p)$, $Q(p-1, 0)$, $B(-2, 6)$ 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 값이 최소가 될 때, 직선 AP 와 QB 의 기울기의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{8}{5}$

해설

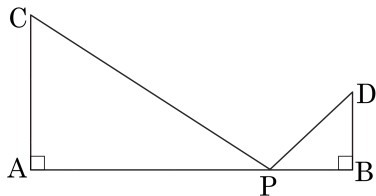
점 B 를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점 $B'(-2, 5)$
점 A 와 B' 을 이은 선분이 y 축과 만나는 점을 P 로 잡으면
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 가 최소가 된다.

이때, 직선 AP 와 QB 의 기울기는 직선 AB' 의 기울기와 같고,

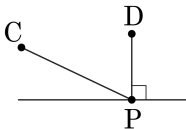
$\overline{AB'}$ 의 방정식은 $y - 1 = \frac{1-5}{3+2}(x-3)$ 이므로 $-\frac{4}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{8}{5}$

이다.

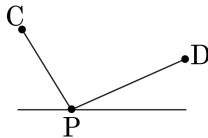
11. 다음 그림에서 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최단 거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?



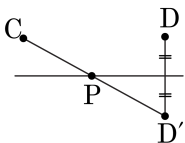
①



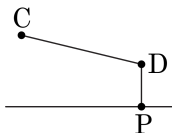
②



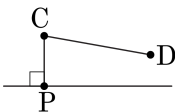
③



④



⑤



해설

AB 에 대한 점 D의 대칭점 D' 을 잡고 선분 CD' 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

12. 책꽂이에 3종류의 수학 문제집과, 4종류의 영어 문제집이 있다. 이 중에서 수학 문제집과 영어 문제집을 각각 2권씩 동시에 고르는 방법은 모두 몇 가지인가?

① 12가지

② 14가지

③ 16가지

④ 18가지

⑤ 20가지

해설

각 과목별로 2과목씩 고르면 $\frac{3 \times 2}{2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 18(\text{가지})$ 이다.

13. 철수, 영미, 수진, 소희, 영수 이렇게 다섯 명이 일렬로 줄을 설 때, 철수가 영미 바로 앞에 설 확률은?

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{5}$

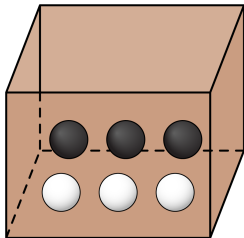
해설

다섯 명이 일렬로 줄을 서는 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)이다.

이 때, 철수가 영미 앞에 설 경우는 철수, 영미를 한 사람으로 생각하면 되므로 네 명이 일렬로 줄을 서는 경우의 수와 같다. 즉, $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{120} = \frac{1}{5}$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 직육면체 안에 3개의 검은 공과 3개의 흰 공이 들어 있다. 직육면체에서 한 번 꺼낸 것을 다시 집어넣고 연속하여 1개씩 2개의 공을 꺼낼 때, 서로 같은 색의 공이 나올 확률을 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{2}$

해설

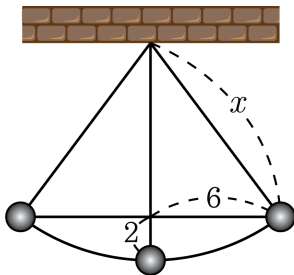
둘 다 검은 공을 선택하는 경우는 $\frac{3}{6} \times \frac{3}{6}$

둘 다 흰 공을 선택하는 경우는 $\frac{3}{6} \times \frac{3}{6}$

따라서 서로 같은 색의 공이 나올 확률은

$$\frac{3}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

15. 다음 그림처럼 길이가 x 인 줄에 매달린 추가 좌우로 왕복운동을 하고 있다. 추가 천장과 가장 가까울 때와, 가장 멀 때의 차이가 2 일 때, 추가 매달려 있는 줄의 길이를 구하여라. (단 추의 크기는 무시한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

밑변이 2 이고 빗변이 x 인 직각삼각형으로 생각하면 높이가 $x - 2$ 이므로

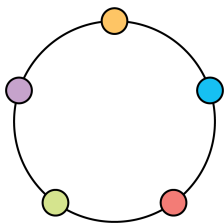
피타고라스 정리에 따라

$$x^2 = (x - 2)^2 + 6^2$$

$$4x = 4 + 36$$

$$x = 10 \text{ 이다.}$$

16. 다음 그림과 같이 원 위에 서로 다른 다섯 개의 점이 있다. 이 중 두 개의 점을 이어서 만들 수 있는 선분의 개수를 구하여라.



▶ 답: 개

▷ 정답: 10 개

해설

순서에 관계없이 두 개의 점을 선택하는 경우의 수를 구하면 된다.

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10 \text{ (개)}$$

17. 현희, 지선, 봉은, 윤혜 4 명 중에서 대표 2 명을 뽑을 때, 현희가 대표로 뽑힐 확률을 $\frac{x}{y}$ 라 하자. 이 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

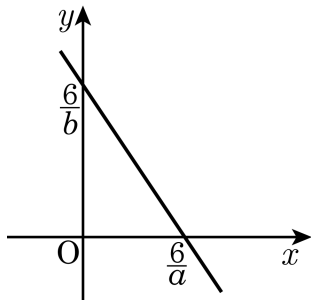
4 명 중 대표 2 명을 뽑는 경우의 수 : $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (가지)

현희가 대표가 되는 경우는 (현희, 지선), (현희, 봉은), (현희, 윤혜)로 3 가지이다.

따라서 현희가 대표로 뽑힐 확률은 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 이다.

$\therefore x = 1, y = 2 \therefore xy = 2$

18. 다음 그림은 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 a, b 라고 할 때, 직선 $ax + by = 6$ 의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 이 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 9가 될 확률을 구하면?



① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{18}$

해설

$ax + by = 6$ 에서 x 절편은 $y = 0$ 일 때 x 의 값인 $\frac{6}{a}$ 이고 y 절편은 $x = 0$ 일 때 y 의 값인 $\frac{6}{b}$ 이다. 그러므로 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \frac{6}{a} \times \frac{6}{b} = 9, 9ab = 18, ab = 2 \text{ 이다.}$$

따라서 $(a, b) = (1, 2), (2, 1)$ 의 2 가지이다.

두 개의 주사위를 던지면 나오는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)

이므로 구하려는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

19. 5명의 학생들의 이름이 적힌 공책이 교탁 위에 있다. 5명의 학생들이 공책을 하나 씩 들었을 때 2명만 자신의 이름이 적힌 공책을 갖고, 나머지는 다른 사람의 이름이 적힌 공책을 갖게 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 20가지

해설

다섯 명의 학생을 A, B, C, D, E 라 할 때, A, B 가 자신의 이름이 적힌 공책을 갖고, 나머지는 다른 사람의 이름이 적힌 공책을 갖게 되는 경우는
다음 표와 같이 2가지이다.

학생	A	B	C	D	E
(1)경우	A	B	D	E	C
(2)경우	A	B	E	C	D

또한, 5명 중에서 자신의 이름이 적힌 공책을 가지고 간 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ (가지)

따라서 구하고자 하는 경우의 수는
 $10 \times 2 = 20$ (가지)

20. 흰 공과 파란 공을 합하여 8 개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개를 꺼낼 때, 그것이 흰 공일 확률이 $\frac{3}{4}$ 이라고 한다. 이때, 주머니 속에 들어 있는 파란 공의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

파란 공의 개수를 x 개라고 하면

$$\frac{8-x}{8} = \frac{3}{4}, \quad 4(8-x) = 3 \times 8$$

$$32 - 4x = 24, \quad 4x = 8 \quad \therefore x = 2$$