

1. 양수 a, b 에 대하여 $\frac{4a+9b}{6\sqrt{ab}}$ 의 최솟값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

2. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 조건 p 를 만족시키는 집합 P 와 조건 q 를 만족시키는 집합 Q 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $Q \subset P$

② $Q^c \subset P^c$

③ $Q \subset P^c$

④ $Q^c \subset P$

⑤ $Q = P^c$

3. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \cup Q = U$

② $P \cap Q = \phi$

③ $Q \subset P$

④ $P \subset Q$

⑤ $P = Q$

4. 전체 집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $P^c \subset Q$

③ $Q \subset P^c$

④ $P \cup Q^c = U$

⑤ $P^c \cap Q^c = \emptyset$

5. 다음은 명제에 대한 설명이다. 옳은 것은?

- ① 어떤 명제가 참이면 그 역도 반드시 참이다.
- ② 어떤 명제가 참이면 그 명제의 대우도 참이다.
- ③ 어떤 명제의 역, 대우는 참, 거짓이 항상 일치한다.
- ④ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 대우가 반드시 참인 것은 아니다.
- ⑤ 어떤 명제의 역의 역은 대우이다.

6. 명제 ‘이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑지 않다.’의 대우는?

- ① 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑다.
- ② 이번 일요일에 날씨가 맑지 않으면, 그날 체육 대회는 열리지 않는다.
- ③ 이번 일요일에 날씨가 맑으면, 그날 체육 대회는 열린다.
- ④ 이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑다.
- ⑤ 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑지 않다.

7. $a, b, c \in R$ 일 때, 조건 $a = b = c$ 의 부정을 바르게 말한 것은?

- ① a, b, c 는 모두 다르다.
- ② a, b, c 는 모두 다르지 않다.
- ③ a, b, c 중에는 같은 수가 있다.
- ④ a, b, c 중에는 0이 아닌 수가 있다.
- ⑤ a, b, c 중에는 다른 두 수가 있다.

8. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p : f(x) = 0$, $q : g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 A , B 라 할 때, 조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은?

① $A^c \cap B$

② $A \cap B^c$

③ $A^c \cap B^c$

④ $A^c \cup B^c$

⑤ $A^c \cup B$

9. 다음 중 거짓인 명제를 모두 고른 것은?

① $xy > x + y > 4$ 이면 $x > 2, y > 2$ 이다.

② $x > 1$ 이면 $x^2 > 1$ 이다.

③ $x + y = 0$ 이면 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이다.

④ $x = 1$ 이면 $x^2 = 1$ 이다.

⑤ $2x + 4 > 0$ 이면 $x > -2$ 이다.

10. 전체 집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $p \not\Rightarrow q$ 에 해당하는 사례들이 속하는 집합은?

① $P^c \cup Q$

② $P \cup Q^c$

③ $P \cap Q$

④ $P^c \cap Q$

⑤ $P \cap Q^c$

11. 명제 ' $0 < x \leq 1$ 이면 $a - 1 < x < a + 2$ 이다.' 가 참이 되도록 하는 a 의 값의 범위를 구하면?

① $-2 < a < 1$

② $-1 < a < 0$

③ $-1 < a < 1$

④ $-1 < a \leq 1$

⑤ $0 < a \leq 2$

12. 명제 ‘모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 5 \geq k$ 이다.’ 는 참이고 ‘어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 + k \leq 2$ 이다.’ 는 거짓일 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-5 \leq k < -2$

② $-5 < k \leq -2$

③ $-2 \leq k < 2$

④ $2 < k \leq 5$

⑤ $2 \leq k < 5$

13. 다음 중 거짓인 명제는?

- ① 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n 에 대하여 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 3의 배수이면 n 도 3의 배수이다.
- ④ 자연수에 대하여 두 수가 모두 짝수이면 두 수의 합도 짝수이다.
- ⑤ 자연수에 대하여 두 수의 합이 짝수이면 두 수는 모두 짝수이다.

14. 명제 ' $2x^2 + ax - 9 \neq 0$ 이면 $x - 3 \neq 0$ 이다' 가 참이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 3

15. 두 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $r \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 보기 중 참인 명제는 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $q \rightarrow \sim p$

㉡ $q \rightarrow r$

㉢ $\sim q \rightarrow \sim r$

㉣ $r \rightarrow \sim p$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 없다.

16. 두 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $\sim r \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은? (단, $\sim p$ 는 p 의 부정이다.)

① $q \rightarrow \sim p$

② $p \rightarrow r$

③ $q \rightarrow \sim r$

④ $\sim q \rightarrow r$

⑤ $\sim r \rightarrow \sim p$

17. 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 도 짝수임을 증명하는 과정이다.
(1), (2), (3)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

[증명]

주어진 명제의 (1)을 (를) 구하여 보면

(1) : ' n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.'

이 때, n 이 홀수이므로 n 을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$n = (2)(k$ 는 0 또는 자연수)

이 때, n^2 의 값을 구하면

$$n^2 = (2)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$$

여기서 $2(k^2 + 2k)$ 는 (3)이므로 n^2 은 홀수이다.

따라서 (1)가 (이) 참이므로 주어진 명제도는 참이다.

① 역, $2k + 1$, 0 또는 짝수

② 이, $2k - 1$, 홀수

③ 대우, $2k + 1$, 0 또는 짝수

④ 대우, $2k - 1$, 0 또는 홀수

⑤ 역, $2k + 1$, 0 또는 홀수

18. a, b, c 가 실수일 때, p 는 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?

① $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = b = 0$

② $p : a, b$ 는 짝수, $q : a + b$ 는 짝수

③ $p : a = b, q : ac = bc$

④ $p : a - 1 = 0, q : a^2 - 1 = 0$

⑤ $p : ab > 0, q : |a + b| = |a| + |b|$

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 이 성립하기 위한 필요충분조건인 것은?

① $A \cap B = \emptyset$

② $A \cap B \neq \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

20. $x - 1 \neq 0$ 이 $x^2 + ax + 1 \neq 0$ 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 a 의 값으로 옳은 것은?

① $a \neq 1, a \neq -2$

② $a \neq 1$

③ $a = 1$

④ $a \neq 2$

⑤ $a = -2$

21. 두 조건 $p : -3 < 4x + 1 < 5$, $q : k < x < h$ 에 대하여 q 가 p 이기 위한 충분조건일 때, k 의 최솟값을 a , h 의 최댓값을 b 라 할 때, ab 의 값은?

① -4

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 3

22. $x < 2$ 는 $x \leq a$ 이기 위한 필요조건, $x > b$ 는 $x > 6$ 이기 위한 충분조건이 되도록 정수 a, b 를 정할 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

23. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이 때, q 는 p 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.



답:

조건

24. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?



답:

25. $a > 1$ 일 때, $a + \frac{4}{a-1}$ 의 최솟값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

26. x, y 가 0보다 큰 실수일 때, $(2x + y) \left(\frac{8}{x} + \frac{1}{y} \right)$ 의 최솟값은?

① 16

② 18

③ 19

④ 25

⑤ 27

27. $x > 0, y > 0, xy = \frac{9}{2}$ 일 때 $5x + 10y$ 의 최솟값을 구하여라.



답:

28. 길이가 10인 쇠파이프를 n 등분(같은 크기)으로 잘라 다른 장소로 운반하려고 한다. 길이가 x 인 쇠파이프 1개를 운반하는 데 드는 비용이 $250x^2$ 원이고 쇠파이프를 한 번 자를 때 드는 비용이 1000 원이라 할 때, 이 쇠파이프를 잘라서 운반하는 데 드는 최소비용은?

① 6000 원

② 7000 원

③ 8000 원

④ 9000 원

⑤ 10000 원

29. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

① $xy \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 또는 $y \geq 0$

② $x + y \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$

③ $x \geq y$ 이면 $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{y}$

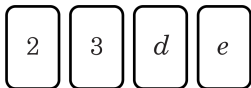
④ $x \leq 2$ 이면 $|x - 1| \leq |x - 3|$

⑤ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$

30. 한 쪽 면에는 영문자, 다른 쪽 면에는 숫자가 적혀있는 카드가 다음 규칙을 만족한다.

카드의 한 쪽 면에 모음이 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 짝수가 적혀 있다.

탁자 위에 그림과 같이 놓인 카드 4 장이 위 규칙에 맞는 카드인지 알기 위해 다른 쪽 면을 확인해야 할 필요가 있는 것은?



①



②



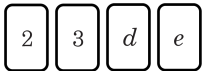
③



④



⑤



31. 다음은 명제 ‘정수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 = z^2$ 이면 x, y, z 중 적어도 하나는 3의 배수이다.’가 참임을 대우를 이용하여 증명한 것이다. (가) ~ (마)에 들어갈 말로 틀린 것은?

주어진 명제의 대우인 ‘정수 x, y, z 에 대하여 x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면 (가)이다.’가 참임을 증명해 보자.

x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면,

x, y, z 는 각각 $x = 3l \pm 1, y = 3m \pm 1, z = 3n \pm 1$ (l, m, n 은 정수)로 나타낼 수 있다.

이때,

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2 \\ &= 9l^2 \pm 6l + 1 + 9m^2 \pm 6m + 1 \\ &= 9(l^2 + m^2) \pm 6(l + m) + 2 \end{aligned}$$

또는

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (\text{나}) \\ &= (\text{다}) \\ &= 9(l^2 + m^2) \pm 6(l - m) + 2 \end{aligned}$$

한편,

$$z^2 = (3n \pm 1)^2 = 9n^2 \pm 6n + 1$$

따라서, $x^2 + y^2 \neq z^2$ 이므로 주어진 명제의 대우는 (라)이다.

그러므로 주어진 명제 ‘ $x^2 + y^2 = z^2$ 이면 x, y, z 중 적어도 하나는 3의 배수이다.’는 (마)이다.

- ① (가) $x^2 + y^2 \neq z^2$
 ② (나) $(3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2$
 ③ (다) $9l^2 \pm 6l + 1 + 9m^2 \mp 6m + 1$
 ④ (라) 참
 ⑤ (마) 참

32. 다음 중 명제 $|\alpha - \beta| = |\alpha + \beta|$ 의 필요조건이기는 하지만 충분조건은 아닌 것을 찾으려면? (단, α, β 는 실수)

① $\alpha\beta < 1$

② $\alpha\beta = -1$

③ $\alpha\beta = 0$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$

⑤ $\alpha^2 - \beta^2 = 0$

33. 두 조건 $p : |x^2 - 1| < 1$, $q : |x - 1| < a$ 에 대하여 p 가 q 의 필요조건이 되도록 하는 a 의 최댓값은?

① $2 - \sqrt{2}$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2} + 1$

④ $\sqrt{2} + 2$

⑤ $\sqrt{3} - 1$

34. $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때, 다음 네 수 또는 식의 대소를 비교한 것 중 잘못된 것은?

$1, \quad \sqrt{a} + \sqrt{b}, \quad \sqrt{b} - \sqrt{a}, \quad \sqrt{b-a}$

① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$

② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

④ $\sqrt{b-a} < 1$

⑤ $\sqrt{b-a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

35. 다음 등식을 이용하여 증명할 수 있는 부등식은?

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \\ &= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} \end{aligned}$$

- ① $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$
- ② $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \leq |a| + |b| + |c|$
- ③ $\sqrt{3} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \geq |a + b + c|$
- ④ $a^2 + b^2 + c^2 \leq (a + b + c)^2$
- ⑤ $a + b + c \geq 3^3 \sqrt{abc}$

36. 반지름이 r (cm)인 원에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하면?

① $2r$ (cm^2)

② r^2 (cm^2)

③ $2r^2$ (cm^2)

④ $\sqrt{2}r^2$ (cm^2)

⑤ $\frac{r^2}{2}$ (cm^2)

37. 어느 학생이 x, y, z 의 평균 A 를 구하기 위하여 x, y 의 평균 C 를 먼저 구하고, C 와 z 의 평균 B 를 구하였다. 다음 중 옳은 것은?
(단, $x < y < z$)

① $B = A$

② $B < A$

③ $B > A$

④ $B \leq A$

⑤ $B \geq A$

38. 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 $(a^2 + b^2 + c^2)^2 \leq n(a^4 + b^4 + c^4)$ 을 만족하는 최소의 양의 정수 n 을 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

39. 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 1$ 일 때 $ab + bc + ca$ 의 최댓값은?

① 1

② $\sqrt{3}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{2}{11}$

40. $a \geq 1, b \geq 1$ 이고 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 4$ 일 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M \cdot m$ 의 값을 구하면?

① 1

② $\frac{1}{2}$

③ 2

④ $\frac{1}{3}$

⑤ 3