

1. 양수 a, b 에 대하여 $\frac{4a+9b}{6\sqrt{ab}}$ 의 최솟값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}\frac{4a+9b}{6\sqrt{ab}} &= \frac{1}{6} \left(\frac{4\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \frac{9\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right) \\ &\geq \frac{1}{6} \times 2 \times \sqrt{4 \times 9} = 2\end{aligned}$$

해설

2. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 조건 p 를 만족시키는 집합 P 와 조건 q 를 만족시키는 집합 Q 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $Q \subset P$

② $Q^c \subset P^c$

③ $Q \subset P^c$

④ $Q^c \subset P$

⑤ $Q = P^c$

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 $\therefore Q^c \subset P^c$

3. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?
- ① $P \cup Q = U$

② $P \cap Q = \phi$

③

 $Q \subset P$

④ $P \subset Q$

⑤ $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 $P^c \subset Q^c \leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참따라서 $Q \subset P$

4. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $P^c \subset Q$

③ $Q \subset P^c$

④ $P \cup Q^c = U$

⑤ $P^c \cap Q^c = \emptyset$

해설

명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로

$$P \subset Q^c$$

$$\Leftrightarrow (Q^c)^c \subset P^c$$

$$\Leftrightarrow Q \subset P^c$$

5. 다음은 명제에 대한 설명이다. 옳은 것은?

- ① 어떤 명제가 참이면 그 역도 반드시 참이다.
- ② 어떤 명제가 참이면 그 명제의 대우도 참이다.
- ③ 어떤 명제의 역, 대우는 참, 거짓이 항상 일치한다.
- ④ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 대우가 반드시 참인 것은 아니다.
- ⑤ 어떤 명제의 역의 역은 대우이다.

해설

명제가 참이면 그 명제의 대우도 항상 참이고, 명제가 거짓이면 그 명제의 대우도 항상 거짓이다.

6. 명제 ‘이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑지 않다.’의 대우는?
- ① 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑다.
 - ② 이번 일요일에 날씨가 맑지 않으면, 그날 체육 대회는 열리지 않는다.
 - ③ 이번 일요일에 날씨가 맑으면, 그날 체육 대회는 열린다.
 - ④ 이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑다.
 - ⑤ 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑지 않다.

해설

명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

7. $a, b, c \in R$ 일 때, 조건 $a = b = c$ 의 부정을 바르게 말한 것은?

- ① a, b, c 는 모두 다르다.
- ② a, b, c 는 모두 다르지 않다.
- ③ a, b, c 중에는 같은 수가 있다.
- ④ a, b, c 중에는 0이 아닌 수가 있다.
- ⑤ a, b, c 중에는 다른 두 수가 있다.

해설

① : $a = b = c \Rightarrow a = b$ 이고, $b = c$ 이고, $c = a$ 이다.
부정 : $a \neq b$ 또는 $b \neq c$ 또는 $c \neq a \Rightarrow a, b, c$ 중에는 다른 두 수가 있다.

8. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p: f(x) = 0, q: g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은?

- ① $A^c \cap B$

② $A \cap B^c$

③

$A^c \cap B^c$
- ④ $A^c \cup B^c$

⑤ $A^c \cup B$

해설

조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은
 $\{x \mid f(x) \neq 0 \text{이고 } g(x) \neq 0\}$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 집합은 $A^c \cap B^c$

9. 다음 중 거짓인 명제를 모두 고른 것은?

- ㉠ $xy > x + y > 4$ 이면 $x > 2, y > 2$ 이다.
- ㉡ $x > 1$ 이면 $x^2 > 1$ 이다.
- ㉢ $x + y = 0$ 이면 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이다.
- ㉣ $x = 1$ 이면 $x^2 = 1$ 이다.
- ㉤ $2x + 4 > 0$ 이면 $x > -2$ 이다.

해설

- ㉠ (반례) $x = 1.5, y = 10$ 이면 $xy > x + y > 4$ 이지만 $x < 2, y > 2$ 이므로 거짓이다.
- ㉢ (반례) $x = -1, y = 1$ 이면 $x + y = 0$ 이지만 $x \neq 0, y \neq 0$ 이므로 거짓이다.

10. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $p \Rightarrow q$ 에 해당하는 사례들이 속하는 집합은?

① $P^c \cup Q$

② $P \cup Q^c$

③ $P \cap Q$

④ $P^c \cap Q$

⑤ $P \cap Q^c$

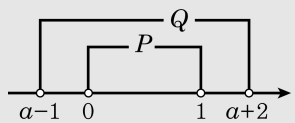
해설

주어진 명제가 거짓이 되는 반례들이 속하는 집합으로 $P - Q = P \cap Q^c$

11. 명제 ‘ $0 < x \leq 1$ 이면 $a - 1 < x < a + 2$ 이다.’가 참이 되도록 하는 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < a < 1$ ② $-1 < a < 0$ ③ $-1 < a < 1$
 ④ $-1 < a \leq 1$ ⑤ $0 < a \leq 2$

해설



12. 명제 ‘모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 5 \geq k$ 이다.’는 참이고 ‘어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 + k \leq 2$ 이다.’는 거짓일 때, 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-5 \leq k < -2$ ② $-5 < k \leq -2$ ③ $-2 \leq k < 2$
④ $2 < k \leq 5$ ⑤ $2 \leq k < 5$

해설

부등식 $x^2 \geq k-5$ 가 모든 실수 x 에 대하여 성립하려면 $k-5 \leq 0$ 이어야 한다.

$\therefore k \leq 5 \cdots \text{㉠}$

명제 ‘어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 + k \leq 2$ 이다.’가 거짓이므로 그 부정인 명제 ‘모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + k > 2$ 이다.’는 참이다. 따라서, $x^2 > 2-k$ 가 모든 실수 x 에 대하여 성립하려면 $2-k <$

13. 다음 중 거짓인 명제는?

- ① 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n 에 대하여 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 3의 배수이면 n 도 3의 배수이다.
- ④ 자연수에 대하여 두 수가 모두 짝수이면 두 수의 합도 짝수이다.
- ⑤ 자연수에 대하여 두 수의 합이 짝수이면 두 수는 모두 짝수이다.

해설

주어진 명제의 참, 거짓에 대한 직접적인 판단이 어려울 때는 그 명제의 대우가 참인지 확인한다.

- ①, ② 생략
- ③ $n = 3k + 1$ $n^2 = (3n + 1)^2 = 3(3k^2 + 2k) + 1 \neq 3m$ (참)
(대우가 참 $\rightarrow$ 참인 명제)
- ④ 두 수의 합이 홀수이면 두 수 중 적어도 하나는 홀수이다. (참)
- ⑤ 반례 : 두 수 모두 홀수인 경우(거짓)

14. 명제 ' $2x^2 + ax - 9 \neq 0$ 이면 $x - 3 \neq 0$ 이다' 가 참이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

대우인 ' $x - 3 = 0$ 이면 $2x^2 + ax - 9 = 0$ 이다.'가 참이 되어야 한다.

$$2 \cdot 3^2 + 3a - 9 = 0, 3a + 9 = 0$$

$$\therefore a = -3$$

15. 두 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $r \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 보기 중 참인 명제는 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $q \rightarrow \sim p$

㉡ $q \rightarrow r$

㉢ $\sim q \rightarrow \sim r$

㉣ $r \rightarrow \sim p$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 없다.

해설

두 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $r \rightarrow q$ 가 참이므로 각각의 대우인 $q \rightarrow \sim p$ 와 $\sim q \rightarrow \sim r$ 도 참이다. 또, $p \rightarrow \sim q$ 와 $\sim q \rightarrow \sim r$ 로부터 $p \rightarrow \sim r$ 이 참이고 그 대우 $r \rightarrow \sim p$ 도 참이다. 따라서 보기 중 참인 명제는

16. 두 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $\sim r \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은? (단, $\sim p$ 는 p 의 부정이다.)

- ① $q \rightarrow \sim p$
- ② $p \rightarrow r$
- ③ $q \rightarrow \sim r$
- ④ $\sim q \rightarrow r$
- ⑤ $\sim r \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow \sim q, \sim r \rightarrow q$ 의 대우인 $q \rightarrow \sim p, \sim q \rightarrow r$ 도 참이다.
 $p \rightarrow \sim q \rightarrow r$ 이므로 $p \rightarrow r$, 그 대우인 $\sim r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

17. 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 도 짝수임을 증명하는 과정이다.
(1), (2), (3)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

[증명]
주어진 명제의 (1)을 (를) 구하여 보면
(1) : ‘ n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.’
이 때, n 이 홀수이므로 n 을 다음과 같이 나타낼 수 있다.
 $n = (2)(k$ 는 0 또는 자연수)
이 때, n^2 의 값을 구하면
 $n^2 = (2)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
여기서 $2(k^2 + 2k)$ 는 (3)이므로 n^2 은 홀수이다.
따라서 (1)가 (이) 참이므로 주어진 명제도는 참이다.

- ① 역, $2k + 1, 0$ 또는 짝수
- ② 이, $2k - 1$, 홀수
- ③ 대우, $2k + 1, 0$ 또는 짝수
- ④ 대우, $2k - 1, 0$ 또는 홀수
- ⑤ 역, $2k + 1, 0$ 또는 홀수

해설

