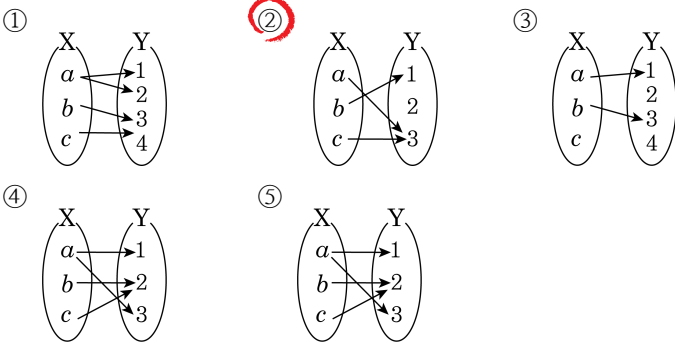


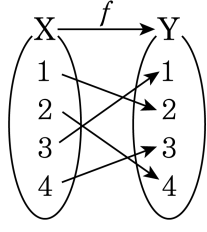
1. 다음 대응 중 함수인 것은?



해설

집합 X 의 모든 원소 각각에 대하여 집합 Y 의 원소가 하나씩만 대응하여야 하므로 함수의 정의에 맞는 것은 ②번이다.

2. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

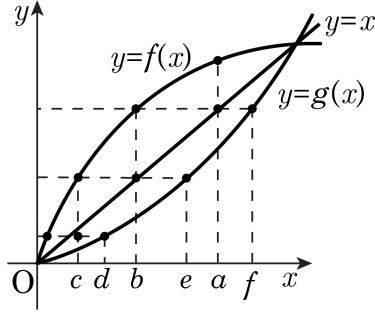


- ① 함수이다.
- ② 정의역은 {1, 2, 3, 4} 이다.
- ③ 공역은 {1, 2, 3, 4} 이다.
- ④ 치역은 {1, 2, 4} 이다.
- ⑤ 일대일 대응이다.

해설

- ① 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가 1개씩 대응하므로 함수이다.
- ②, ③ 정의역과 공역은 모두 {1, 2, 3, 4}이다.
- ④ 치역은 {1, 2, 3, 4}이다.
- ⑤ 집합 X 의 각 원소에 대한 함수값이 모두 다르므로 일대일대응이다.

3. 다음 그림은 세 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = x$ 의 그래프이다. 이때, $(f \circ f \circ g)^{-1}(a)$ 의 값은?



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

해설

$(f \circ f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1} \dots \dots \ominus$ 이고
 $f^{-1}(a) = k$ 라 하면 $f(k) = a$ 에서 $k = b$
 $\therefore f^{-1}(a) = b \dots \dots \ominus$
 $f^{-1}(b) = l$ 이라 하면 $f(l) = b$ 에서 $l = c$
 $\therefore f^{-1}(b) = c \dots \dots \ominus$
 $g^{-1}(c) = m$ 이라 하면 $g(m) = c$ 에서 $m = d$
 $\therefore g^{-1}(c) = d \dots \dots \omin�$
 $\omin�, \omin�, \omin�, \omin�$ 에서
 $(f \circ f \circ g)^{-1} = (g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(a)$
 $= g^{-1}[f^{-1}\{f^{-1}(a)\}]$
 $= g^{-1}\{f^{-1}(b)\} = g^{-1}(c) = d$

4. 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$ ② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③ $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$ ④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$

5. 함수 $y = |x - 1| - 2$ 의 그래프와 직선 $y = mx + m - 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-1 < m < 0$ ② $-\frac{1}{2} < m < 1$ ③ $-\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$
 ④ $0 < m < 1$ ⑤ $1 < m < 2$

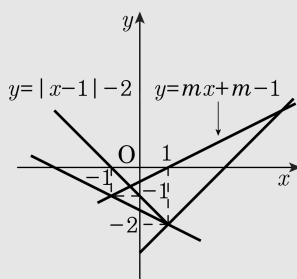
해설

$y = |x - 1| - 2$ 의 그래프는 아래 그림과 같이 점 $(1, -2)$ 에서 꺾인 그래프이다.

또, 직선 $y = mx + m - 1$ 은 $y = m(x + 1) - 1$ 에서 m 의 값에 관계 없이 점 $(-1, -1)$ 을 지나는 직선이다.

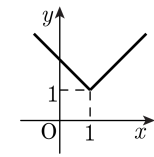
따라서, 두 그래프가 서로 다른 두

점에서 만나기위한 조건은 $-\frac{1}{2} < m < 1$

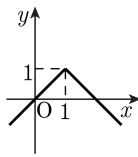


6. 다음 중 함수 $y = |x - 1| + 1$ 의 그래프의 모양으로 가장 적당한 것은?

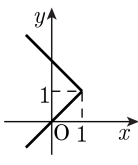
①



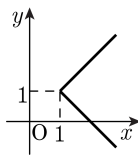
②



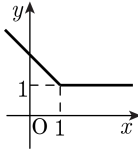
③



④



⑤

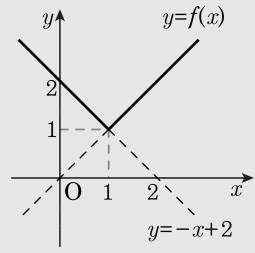


해설

$$|x - 1| = \begin{cases} x - 1 & (x \geq 1) \\ 1 - x & (x < 1) \end{cases} \quad \text{이므로}$$

$$y = \begin{cases} (x - 1) + 1 = x & (x \geq 1) \\ 1 - x + 1 = -x + 2 & (x < 1) \end{cases}$$

따라서 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?

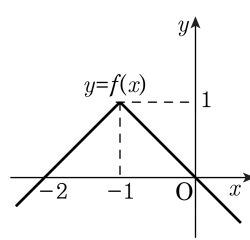
① $y = |x - 1| - 1$

② $y = |x + 1| - 1$

③ $y = |x - 1| + 1$

④ $y = -|x + 1| + 1$

⑤ $y = -|x + 1| - 1$



해설

주어진 그래프는 함수 $y = -|x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
 $y = -|x|$ 에 x 대신 $x + 1$,
 y 대신 $y - 1$ 을 대입하면 $y - 1 = -|x + 1|$
즉, $f(x) = -|x + 1| + 1$ 이므로 $y = -|x + 1| + 1$

8. 함수 $y = |x + 1| - |x - 3|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |x + 1| - |x - 3|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$$y = -(x + 1) + x - 3 = -4$$

ii) $-1 \leq x < 3$ 일 때

$$y = x + 1 + x - 3 = 2x - 2$$

iii) $x \geq 3$ 일 때

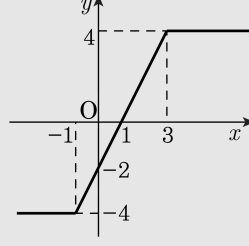
$$y = x + 1 - (x - 3) = 4$$

이상에서 주어진 함수의 그래프가 다

음 그림과 같으므로

$$M = 4, m = -4$$

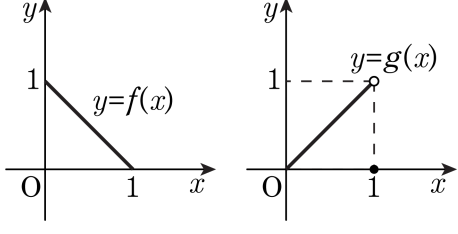
$$\therefore M - m = 4 - (-4) \\ = 8$$



9. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 성질을 만족시킨다.

- I. $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 주기가 2인 주기함수이다.
II. 임의의 실수 x 에 대하여
 $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$

함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프의 일부가 각각 다음과 같을 때,
 $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right)$ 의 값을 구하면?

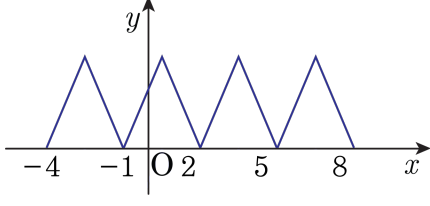


- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

II. 에 의하여
 $y = f(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이고,
 $y = g(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.
 $g\left(-\frac{7}{3}\right) = -g\left(\frac{7}{3}\right) = -g\left(2 + \frac{1}{3}\right)$
 $= -g\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}$
($\because -1 < x < 1$ 에서 $g(x) = x$) 이고
 $0 \leq x \leq 1$ 에서 $f(x) = -x + 1$
따라서 $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right) = f\left(-\frac{1}{3}\right)$
 $= -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$

10. 다음은 실수전체의 집합에서 정의된 주기함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다.
이 함수의 주기를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

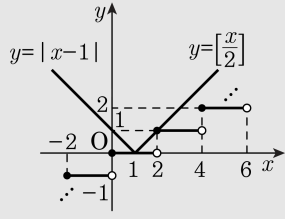
$2 - (-1) = 3$ 이므로, 모든 x 에 대하여
 $f(x + 3) = f(x)$ 이다.
또한, $f(x + p) = f(x)$ 를 만족시키는 p 는
 $-3, 3, 6, 9 \dots$ 등 이지만
이 중에서 최소의 양수는 3 이므로
이 함수의 주기는 3 이다.

11. 두 함수 $y = |x - 1|$, $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ 의 그래프의 교점의 개수를 구하면?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$y = |x - 1|$ 과 $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서, $y = |x - 1|$ 과 $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ 의 그래프의 교점의 개수는 2 개이다.

12. 다항식 $f(x)$ 가 임의의 실수 x, y 에 대하여 $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$, $f(1) = 1$ 을 만족시킬 때, $f(0) + f(2)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

임의의 실수에 대하여

$f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 를 만족하므로

$x = 1, y = 1$ 을 준식에 대입하면

$$1 = 1 \cdot 1 = f(1)f(1) = f(2) + f(0)$$

$$\therefore f(0) + f(2) = 1$$

13. 함수 $f_n(x)$ 가 $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$, $f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

으로 정의될 때, $f_{28}\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{20}$
- ② $\frac{1}{24}$
- ③ $\frac{1}{30}$
- ④ $\frac{1}{32}$
- ⑤ $\frac{1}{40}$

해설

$f_1(x) = \frac{x}{x+1}$ 이고

$f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$ 이므로

$f_2(x) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+1}{x+1}} = \frac{x}{2x+1}$

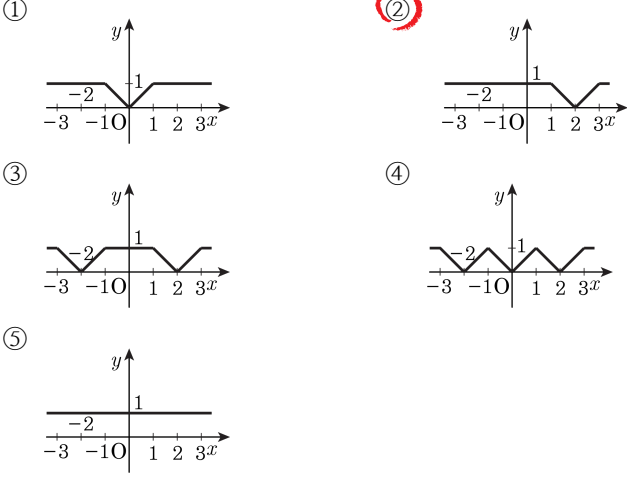
$f_3(x) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{2x+1}{2x+1}} = \frac{x}{3x+1}$

⋮

$f_{28}(x) = \frac{x}{28x+1}$

$\therefore f_{28}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{15} = \frac{1}{30}$

14. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 가 각각 $f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ |x| & (|x| < 1) \end{cases}$, $g(x) = x - 2$ 일 때, 합성함수 $f \circ g$ 의 그래프는 ?



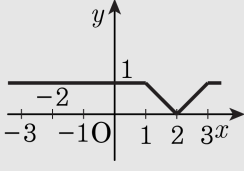
해설

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ |x| & (|x| < 1) \end{cases}$$

$$g(x) = x - 2 \text{ 에서}$$

$$(f \circ g)(x) = \begin{cases} 1 & (|x - 2| \geq 1) \\ |x - 2| & (|x - 2| < 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 & (x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 3) \\ |x - 2| & (1 < x < 3) \end{cases}$$



15. $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & (x \geq 0) \\ 1-x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 으로 정의된 함수 f 에 대하여 $f^{-1}(3) + f^{-1}(a) = 0$ 을 만족시키는 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f^{-1}(3) = b$ 라고 하면 $f(b) = 3$ 에서 $2b+1=3$

$\therefore b=1$

이 때, $f^{-1}(3) + f^{-1}(a) = 0$ 에서

$1 + f^{-1}(a) = 0, f^{-1}(a) = -1$

$\therefore f(-1) = a$

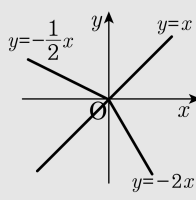
$\therefore a = 1 - (-1)^2 = 0$

16. 함수 $f(x) = \begin{cases} -2x & (x \geq 0) \\ ax & (x < 0) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f^{-1}(x) = f(x)$ 를 만족할 때, 상수 a 의 값은? (단, $f^{-1}(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이다.)

- ① 2 ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ -1 ⑤ -2

해설

$f^{-1}(x) = f(x)$ 이려면 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이어야 한다. 직선 $y = x$ 에 대하여 직선 $y = -2x$ 와 대칭인 직선의 방정식은 $x = -2y$ 즉, $y = -\frac{1}{2}x$ 이므로 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.



17. 함수 f 는 우함수, g 는 기함수일 때, 다음 보기의 함수 중 우함수는 모두 몇 개인지 구하면?

보기

- $\textcircled{\tiny ㉠} \ (f \circ f)(x)$
- $\textcircled{\tiny ㉡} \ (g \circ f)(x)$
- $\textcircled{\tiny ㉢} \ (g \circ g)(x)$
- $\textcircled{\tiny ㉤} \ \{f(x)\}^2$
- $\textcircled{\tiny ㉥} \ f(x)g(x)$

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

해설

함수 $f(x)$ 는 우함수이므로 $f(-x) = f(x)$
함수 $g(x)$ 는 기함수이므로 $g(-x) = -g(x)$

$$\begin{aligned}\textcircled{\tiny ㉠} \ (f \circ f)(-x) &= f(f(-x)) = f(f(x)) \\ &= (f \circ f)(x) \quad \therefore \text{우함수}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{\tiny ㉡} \ (g \circ f)(-x) &= g(f(-x)) = g(f(x)) \\ &= (g \circ f)(x) \quad \therefore \text{우함수}\end{aligned}$$

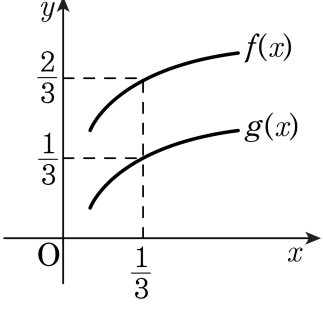
$$\begin{aligned}\textcircled{\tiny ㉢} \ (g \circ g)(-x) &= g(g(-x)) = g(-g(x)) \\ &= -g(g(x)) = -(g \circ g)(x) \\ &\therefore \text{기함수}\end{aligned}$$

$$\textcircled{\tiny ㉤} \ \{f(-x)\}^2 = \{f(x)\}^2 \quad \therefore \text{우함수}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{\tiny ㉥} \ f(-x)g(-x) &= f(x)\{-g(x)\} \\ &= -f(x)g(x) \quad \therefore \text{기함수}\end{aligned}$$

따라서, 우함수는 3개이다.

18. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 성질을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프의 일부가 각각 다음과 같을 때, $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right)$ 의 값은?



- I. $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 주기가 2인 주기함수이다.
- II. 임의의 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$

- ① $-\frac{2}{3}$
- ② $-\frac{1}{3}$
- ③ 0
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{aligned}
 &g(x) \text{의 주기는 } 2 \text{이므로} \\
 &g\left(-\frac{7}{3}\right) = g\left(-\frac{7}{3} + 2\right) = g\left(-\frac{1}{3}\right) = -g\left(\frac{1}{3}\right) \\
 &\qquad\qquad\qquad = -\frac{1}{3} \\
 \therefore f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right) &= f\left(-\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$