

1. $\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} = a + bi$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 15

② 25

③ 35

④ 45

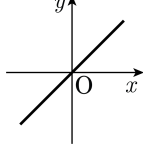
⑤ 55

해설

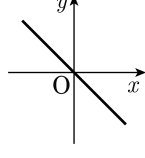
$$\begin{aligned} & \sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} \\ &= 2\sqrt{3}i - 3\sqrt{2} + \sqrt{3}i \\ &= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}i \\ &= a + bi \\ &\text{따라서, } a = -3\sqrt{2}, b = 3\sqrt{3} \\ &\therefore a^2 + b^2 = 18 + 27 = 45 \end{aligned}$$

2. $(3 + 2i)z$ 가 실수가 되도록 하는 복소수 $z = x + yi$ 를 점 (x, y) 로 나타낼 때, 점 (x, y) 는 어떤 도형 위를 움직이는가? (단, x, y 는 실수)

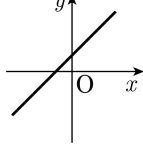
①



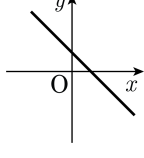
②



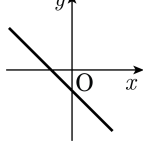
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned}(3 + 2i)(x + yi) &= 3x + 3yi + 2xi - 2y \\ &= (3x - 2y) + (2x + 3y)i\end{aligned}$$

주어진 식이 실수가 되려면 허수부가 0이어야 하므로 $2x + 3y = 0$

$$\therefore y = -\frac{2}{3}x$$

따라서 기울기가 음수이고 y절편이 0인 그래프는 ②이다.

3. 복소수 $z = (1 + i)x^2 + x - (2 + i)$ 가 0이 아닌 실수가 되도록 실수 x 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① -1
- ② 1
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 2

해설

복소수 z 를 $a + bi$ (a, b 는 실수)의 꼴로 정리하면
 $z = (x^2 + x - 2) + (x^2 - 1)i$
이것이 실수가 되려면 허수부분이 0이 되어야 한다.
즉, $x^2 - 1 = 0, x = \pm 1$
한편, $x = 1$ 이면 $z = 0 + 0i = 0$ 이므로
 $z \neq 0$ 라는 조건에 맞지 않는다.
 $\therefore x = -1$

4. $i(x+i)^3$ 이 실수일 때, 실수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 0 ② $\sqrt{3}$ ③ $-\sqrt{3}$ ④ 1 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} i(x+i)^3 &= i(x^3 + 3x^2i - 3x - i) \\ &= (-3x^2 + 1) + (x^3 - 3x)i \end{aligned}$$

실수가 되기 위해서는 허수부가 0

$$\therefore x^3 - 3x = 0$$

$$x(x^2 - 3) = 0$$

$$\therefore x = 0, \pm\sqrt{3}$$

5. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.
그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$
따라서 $x = -3$

6. 복소수 $(1+i)x^2 - (2+i)x - 3 - 2i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다고 할 때, 실수 x 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(\text{준식}) = x^2 - 2x - 3 + (x^2 - x - 2)i$$

이것을 제곱해서 음의 실수가 되려면 순허수이어야 하므로

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \cdots \text{㉠}, x^2 - x - 2 \neq 0 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠에서 } x = 3, x = -1$$

이 중에서 ㉡를 만족하는 것은 $\therefore x = 3$

7. 복소수 $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다.
이 때, 실수 x 의 값은?
(단, $i^2 = -1$)

① -1 ② 1 ③ -3 ④ 3 ⑤ 7

해설

$(x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$ 가 순허수이어야 하므로
 $x^2 + 4x + 3 = 0$, $x^2 + 2x - 3 \neq 0$
 $(x+3)(x+1) = 0$, $x = -1$, $x = -3$
 $(x+3)(x-1) \neq 0$, $x \neq 1$, $x \neq -3$
 $\therefore x = -1$

8. 등식 $(x^2 - 3x + 1) + (y^2 - 1)i = -1 + 3i$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 최댓값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

실수부와 허수부로 나누어 생각한다.

$$\therefore x^2 - 3x + 1 = -1 \quad y^2 - 1 = 3$$

$$x = 1 \text{ 또는 } 2y = \pm 2$$

$$\therefore (xy \text{의 최댓값}) = 4$$

9. x, y 가 양의 실수이고, $x^2 + xyi + y^2 - 5 - 2i = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

실수부와 허수부로 나눈다.
 $(x^2 + y^2 - 5) + (xy - 2)i = 0$
 $x^2 + y^2 - 5 = 0 \cdots \textcircled{A}$
 $xy - 2 = 0 \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 연립하면
 $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 4 = 9$
 $\therefore x + y = 3$ ($\because x, y$ 는 양의 실수)

10. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{x+i}{x-i}$ 를 만족하는 실수 x 의 값은?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ -5

해설

$$(1 + \sqrt{3}i)(x - i) = 2(x + i)$$

$$(x + \sqrt{3}) + (\sqrt{3}x - 1)i = 2x + 2i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$x + \sqrt{3} = 2x, \quad \sqrt{3}x - 1 = 2$$

$$\therefore x = \sqrt{3}$$

11. $|x|(2+3i)+2|y|(1-2i)=6-5i$ 를 만족하는 실수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 꼭짓점으로 하는 다각형의 넓이는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$(2|x|+2|y|)+(3|x|-4|y|)i=6-5i$$

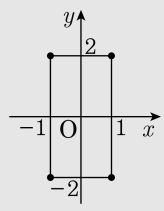
복소수의 상등에 의하여

$$|x|+|y|=3, 3|x|-4|y|=-5$$

두 식을 연립하면

$$|x|=1, |y|=2$$

$$(x, y) \rightarrow (1, 2), (1, -2), (-1, 2), (-1, -2)$$



$$\therefore \text{직사각형의 넓이} = 2 \times 4 = 8$$

12. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

13. $A = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1 + A + A^2 + A^3 + \cdots + A^{2005}$ 의 값은?

- ① $-i$ ② 1 ③ 0 ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$$\begin{aligned} A &= \frac{1-i}{1+i} = -i \\ 1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + \cdots + A^{2005} \\ &= 1 + (-i) + (-1) + i + 1 + \cdots + (-i) \\ &= 1 - i \end{aligned}$$

14. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{2010}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값은?

- ① -2 ② $-2i$ ③ 0 ④ 2 ⑤ $2i$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1-i}{1+i} &= \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i \\ \frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로} \\ f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) &= f(-i) + f(i) \\ &= \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2010} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2010} \\ &= i^{2010} + (-i)^{2010} \\ &= (i^4)^{502} \cdot i^2 + \{(-i)^4\}^{502} \cdot (-i)^2 \\ &= -1 + (-1) = -2 \end{aligned}$$

15. 정수 n 에 대하여, $z = i^n + \frac{1}{i^n}$ 을 만족하는 실수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$z = i^n + \frac{1}{i^n} \text{에서}$$

$$n = 1 \text{ 일 때, } i + \frac{1}{i} = i - i = 0$$

$$n = 2 \text{ 일 때, } -1 + \frac{1}{-1} = -1 - 1 = -2$$

$$n = 3 \text{ 일 때, } -i + \frac{1}{-i} = 0$$

$$n = 4 \text{ 일 때, } 1 + \frac{1}{1} = 2$$

따라서, $z = -2, 0, 2$ 이므로 3개이다.

16. $A(n) = i^n + (-1)^n n$, $f(n) = A(1) + A(2) + \cdots + A(n)$ 이라 할 때, $f(10) + f(11) + f(12) + f(13)$ 의 값은? (단, n 은 자연수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ① $2i - 2$
- ② $2i + 2$
- ③ $2i - 4$
- ④ $2i + 4$
- ⑤ $4i - 2$

해설

$$\begin{aligned} f(10) &= (i - 1) + (i^2 + 2) + (i^3 - 3) + \cdots + (i^{10} + 10) \\ &= (i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{10}) \\ &\quad + (-1 + 2 - 3 + \cdots + 10) \\ &= (i - 1) + (1 + 1 + 1 + 1 + 1) \\ &= i + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(11) &= f(10) + i^{11} - 11 \\ &= (i + 4) + (-i - 11) = -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(12) &= f(11) + i^{12} + 12 \\ &= -7 + (1 + 12) = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(13) &= f(12) + i^{13} - 13 \\ &= 6 + (i - 13) = i - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(10) + f(11) + f(12) + f(13) \\ &= (i + 4) + (-7) + 6 + (i - 7) = 2i - 4 \end{aligned}$$

17. $\alpha = 1 + i$, $\beta = 1 - i$ 일 때, $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= 2, \alpha\beta = 2 \\ \frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} &= \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} \\ &= \frac{8 - 12}{2} \\ &= -2\end{aligned}$$

18. $\alpha = 2 + i$, $\beta = 1 - 2i$ 일 때, $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + \frac{1}{\alpha\beta} + \left(\frac{1}{\beta}\right)^2$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\frac{4}{8} - \frac{3}{8}i$
 ④ $\frac{4}{25} + \frac{3}{25}i$

② $\frac{4}{8} \pm \frac{3}{8}i$
 ⑤ $\frac{4}{8} + \frac{3}{8}i$

③ $\frac{4}{25} - \frac{3}{25}i$

해설

$$\alpha = 2 + i, \beta = 1 - 2i = -i(2 + i) = -i\alpha \text{ 이므로 } \beta^2 = -\alpha^2$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\alpha^2} = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{\alpha\beta} \\ &= \frac{1}{(2+i)(1-2i)} \\ &= \frac{1}{4-3i} \\ &= \frac{4+3i}{25} \\ &= \frac{4}{25} + \frac{3}{25}i \end{aligned}$$

19. 복소수들 사이의 연산 $*$ 가 다음과 같다고 하자.

$$\alpha * \beta = \alpha + \beta + \alpha\beta i$$

이 때, $(1 + 2i) * z = 1$ 을 만족시키는 복소수 z 는?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $1 + i$

② $1 - i$

③ $-1 + i$

④ $-1 - i$

⑤ i

해설

$z = a + bi$ 라 하면

$$(1 + 2i) * z$$

$$= (1 + 2i) + (a + bi) + (1 + 2i)(a + bi)i$$

$$= (-a - b + 1) + (a - b + 2)i = 1$$

$$-a - b + 1 = 1, \quad a - b + 2 = 0$$

$$a = -1, \quad b = 1$$

$$\therefore z = -1 + i$$

20. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

보기

- ㉠ $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉡ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.
- ㉤ $(z+1)(\bar{z}+1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉤

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉤ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$
 $= (a+1+bi)(a+1-bi)$
 $= (a+1)^2 + b^2$ (실수)

21. α, β 가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?(단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ㉠ $\alpha = \bar{\beta}$ 이면 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 모두 실수이다.

㉡ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

㉢ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉤ $\alpha + \beta i = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다

해설

- ㉠ $\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수)라 하면
 $\alpha = \bar{\beta}$ 이므로 $\beta = a - bi$
 $\therefore \alpha + \beta = (a + bi) + (a - bi) = 2a$
 $\alpha\beta = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$
 $\therefore \alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 실수이다.

㉡ :㉠에서 $\alpha\beta = a^2 + b^2 = 0, a, b$ 는
실수이므로 $a = 0, b = 0$ 즉, $\alpha = \beta = 0$ 이다.

㉢ : (반례) $\alpha = i, \beta = 1$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 = i^2 + 1^2 = 0$

㉤ : (반례) $\alpha = 1, \beta = i$
 $\therefore \alpha + \beta i = 0$
 $\therefore$ ㉢, ㉤는 α, β 가 실수일 때만 성립한다.

22. 복소수 $z = 1 - i$ 라고 할 때, $wz + 1 = \bar{w}$ 를 만족하는 복소수 w 의 실수부분을 구하면? (단, $\bar{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.)

① -2 ② -1 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

$w = a + bi$ 라 하면

$$\begin{aligned}(a + bi)(1 - i) + 1 &= a - ai + bi + b + 1 \\ &= (a + b + 1) - (a - b)i \\ &= a - bi \text{ 에서}\end{aligned}$$

$$a + b + 1 = a, \therefore b + 1 = 0 \text{ 이므로 } b = -1$$

$$a - b = b \text{ 이므로 } a + 1 = -1 \text{ 에서 } a = -2$$

따라서 w 의 실수부분은 -2

23. $\alpha = 1+i$ 일 때, $\overline{\left(\frac{1-\alpha}{a\bar{a}+1}\right)}$ 의 값은? (단, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켤레복소수이다.)

- ① $\frac{i}{3}$
- ② i
- ③ $-i$
- ④ $1+i$
- ⑤ $1-i$

해설

$\alpha = 1+i$, $\bar{\alpha} = 1-i$ 를 대입하면

$$\overline{\left(\frac{1-\alpha}{a\bar{a}+1}\right)} = \overline{\left\{\frac{1-(1+i)}{(1+i)(1-i)+1}\right\}} = \overline{\left(\frac{-i}{3}\right)} = \frac{i}{3}$$

24. $\bar{z} = -z$ 를 만족하는 z 에 대하여 $w = \frac{z-1}{z+1}$ 이라 할 때, $w\bar{w}$ 의 값을 구하여라. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수) 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$

$\bar{z} = -z$ 이므로 $a - bi = -(a + bi)$

$a - bi = -a - bi$, $2a = 0$

따라서 $a = 0$ 이므로 $z = bi$

$z = bi$ 를 $w = \frac{z-1}{z+1}$ 에 대입하면

$$w = \frac{-1+bi}{1+bi}, \bar{w} = \overline{\left(\frac{-1+bi}{1+bi}\right)} = \frac{-1-bi}{1-bi}$$

$$\begin{aligned} \therefore \bar{w} &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-1-bi}{1-bi} \\ &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-(1+bi)}{-(-1+bi)} \\ &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{1+bi}{-1+bi} = 1 \end{aligned}$$

25. $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근을 z 라 한다. $p = \frac{1+z}{3-z}$ 일 때, $7p \cdot \bar{p}$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 근이 $z, \bar{z}$ 이므로

$$z + \bar{z} = 1, z\bar{z} = 1$$

$$\begin{aligned} 7p \cdot \bar{p} &= 7 \left(\frac{1+z}{3-z} \right) \left(\frac{\overline{1+z}}{\overline{3-z}} \right) \\ &= 7 \left(\frac{1+z}{3-z} \right) \left(\frac{1+\bar{z}}{3-\bar{z}} \right) \\ &= 7 \left\{ \frac{1+(z+\bar{z})+z \cdot \bar{z}}{9-3(z+\bar{z})+z \cdot \bar{z}} \right\} \\ &= 3 \end{aligned}$$

26. $\frac{\bar{z}+1}{z} + \frac{z-1}{\bar{z}} = i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 z^2 의 값을 구하면?

- ① ± 1 ② $\pm 2i$ ③ ± 2 ④ $\pm i$ ⑤ 0

해설

$$\begin{cases} z = a + bi \\ z = a - bi \end{cases}$$

$$\frac{\bar{z}+1}{z} + \frac{z-1}{\bar{z}} = i$$

$$\frac{\bar{z}^2 + \bar{z} + z^2 - z}{z\bar{z}} = i$$

$$\frac{a^2 - 2abi - b^2 + a - bi + a^2 + 2abi - b^2 - a - bi}{a^2 + b^2}$$

$$= i$$

$$\frac{2(a^2 - b^2)}{a^2 + b^2} + \frac{-2b}{a^2 + b^2}i = i$$

$$a^2 = b^2, \frac{-2b}{a^2 + b^2} = +1$$

$$\therefore a = \pm 1, b = -1$$

$$z = \pm 1 - i, z^2 = \pm 2i$$

27. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

28. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 0

② $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

③ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

④ $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2를 곱하고 1을 이항한 후 양변을 제곱

해서 정리하면, $x^2 - x + 1 = 0$

$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 직접 나누면

몫이 $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ 이고 나머지는 $-x$ 이다.

즉, $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$

$= (x^2 - x + 1)(x^3 + 2x^2 + 2x + 1) - x$

$\therefore x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$

$= -x$ ($\because x^2 - x + 1 = 0$)

$= \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 을 만든 다음 양변에 $x + 1$ 를 곱하면

$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0 \Rightarrow x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = -1$

$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1 = -x^2 - x - 1 + x^2 + 1$

$= -x = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$

29. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-2}} = -\sqrt{\frac{a}{a-2}}$ 를 만족하는 실수 a 에 대하여 $|a-2|+|a|$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \quad (a < 0, b \geq 0)$$

$$\therefore a \geq 0, \quad a-2 < 0 \Rightarrow 0 \leq a < 2$$

$$\therefore |a-2| + |a| = -(a-2) + a = 2$$

30. 두 실수 x, y 가 $x + y = -5$, $xy = 2$ 를 만족할 때, $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$x + y = -5$, $xy = 2$ 에서 $x < 0$, $y < 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{x+y}{\sqrt{x}\sqrt{y}} \\ &= \frac{-5}{\sqrt{xy}} \\ &= \frac{-5}{-\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

31. 실수 a, b, c, d 에 대하여 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = -\sqrt{\frac{c}{d}}$ 을 만족할 때,

다음 중 옳은 것은? (단, $ab \neq 0, cd \neq 0$)

- ① $ab < 0$
- ② $ad > 0$
- ③ $bc > 0$
- ④ $bd < 0$
- ⑤ $cd > 0$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}, (a < 0, b < 0)$

$\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = -\sqrt{\frac{c}{d}}, (c > 0, d < 0)$

- ① $ab > 0$
- ② $ad > 0$
- ③ $bc < 0$
- ④ $bd > 0$
- ⑤ $cd < 0$

32. 다음을 계산하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

$$\sqrt{3}\sqrt{-3} + \sqrt{-3}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 + 3i$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}\sqrt{-3} + \sqrt{-3}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{-18}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}} \\ &= \sqrt{3 \cdot (-3)} - \sqrt{(-3) \cdot (-3)} + \sqrt{\frac{-18}{2}} - \sqrt{\frac{18}{-2}} \\ &= \sqrt{-9} - \sqrt{9} + \sqrt{-9} - \sqrt{-9} \\ &= -\sqrt{9} + \sqrt{-9} \\ &= -3 + 3i \end{aligned}$$

33. $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 은 1 또는 -1 의 값을 갖고 $a_1 a_2 \dots a_{10} = 1$ 일 때, $\sqrt{a_1} \sqrt{a_2} \dots \sqrt{a_{10}}$ 의 값이 될 수 있는 수를 다음 <보기>에서 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

㉠ 1 ㉡ -1 ㉢ i ㉣ $-i$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉣

해설

$a_1 a_2 \dots a_{10} = 1$ 이면 $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 중에서 -1 이 되는 수는 짝수(0 포함)개 있다.
 i) -1 이 $4k + 2(k = 0, 1, 2)$ 개 있을 때

$$\sqrt{a_1} \sqrt{a_2} \dots \sqrt{a_{10}} = \sqrt{a_1 a_2 \dots a_{10}} i^{4k+2} = \sqrt{1} \cdot i^2 = -1$$

 ii) -1 이 $4k(k = 0, 1, 2)$ 개 있을 때

$$\sqrt{a_1} \sqrt{a_2} \dots \sqrt{a_{10}} = \sqrt{a_1 a_2 \dots a_{10}} i^{4k} = 1$$

 i), ii)에서 ㉠, ㉡ 만이 옳다.