

1. 방정식  $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서  $x - 1 = \pm 5$

( i )  $x - 1 = 5$ 일 때,  $x = 6$

( ii )  $x - 1 = -5$ 일 때,  $x = -4$

따라서 방정식의 두 실근의 합은

$6 + (-4) = 2$

2.  $x$ 에 대한 이차방정식  $kx^2 - x - (k + 7) = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하면?(단  $k$ 는 상수)

①  $-2$       ②  $-\frac{5}{3}$       ③  $-\frac{4}{3}$       ④  $-1$       ⑤  $-\frac{2}{3}$

해설

방정식에  $x = 2$ 를 대입하면  
 $k \cdot 2^2 - 2 - (k + 7) = 0$   
 $4k - 2 - k - 7 = 0, 3k = 9,$   
 $\therefore k = 3$   
 $3x^2 - x - 10 = 0, (3x + 5)(x - 2) = 0$   
 $\therefore x = 2, -\frac{5}{3}$

3.  $x$ 에 대한 일차방정식  $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때,  $a$ 의 값은?

① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든  $x$ 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

$$\text{공통근 : } a = 1$$

4. 방정식  $(a^2 - 3)x - 1 = a(2x + 1)$ 의 해가 존재하지 않기 위한  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(a^2 - 2a - 3)x = a + 1$$

$$(a - 3)(a + 1)x = a + 1$$

$\therefore a = 3$ 이면 해가 없다.

5. 방정식  $(k^2 - 6)x = k(x + 1) + 2$ 의 해가 존재하지 않을 때,  $k$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$x$ 에 대하여 정리하면

$$(k^2 - k - 6)x = k + 2$$

$$(k + 2)(k - 3)x = k + 2$$

$k = 3$ 일 때,  $0 \cdot x = 5$  (불능)

6. 실수  $a, b$ 에 대하여 연산\*를  $a * b = a^2 + b$ 로 정의한다. 방정식  $x * (x - 6) = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha + 2\beta$ 의 값을 구하여라. (단,  $\alpha < \beta$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x * (x - 6) = 0$  에서  
 $x^2 + x - 6 = 0$   
 $(x + 3)(x - 2) = 0$   
 $\therefore x = -3, 2$   
 $\therefore \alpha = -3, \beta = 2 \ (\alpha < \beta)$   
 $\therefore \alpha + 2\beta = 1$

7. 이차방정식  $(2 - \sqrt{3})x^2 - 2(\sqrt{3} - 1)x - 6 = 0$ 의 두 근 중 큰 근에 가장 가까운 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

이차항의 계수를 유리수로 고치기 위해 방정식의 양변에  $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면

$$x^2 - 2(\sqrt{3} + 1)x - (12 + 6\sqrt{3}) = 0$$

근의 공식을 이용해 위 방정식을 풀면

$$x = (\sqrt{3} + 1) \pm \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2 + 12 + 6\sqrt{3}}$$

$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$

$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2(\sqrt{3} + 1)$$

$$\therefore x = 3\sqrt{3} + 3 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3} - 1$$

큰 근은  $3\sqrt{3} + 3$

그런데  $\sqrt{3} \approx 1.7 \dots$  이므로

가장 가까운 정수는 8이다.

8.  $x$ 에 대한 방정식  $ix^2 + (1+i)x + 1 = 0$ 의 해를 구하여라. (단,  $x \neq i$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

양변에  $-i$ 를 곱하면

$$(-i) \cdot ix^2 - i(1+i)x - i = 0$$

$$x^2 + (1-i)x - i = 0$$

$$(x-i)(x+1) = 0$$

$$x \neq i \text{이므로 } x = -1$$

9. 다음 방정식의 해는?

$x^2 + 3|x| - 4 = 0$

- ① 0
- ②  $\pm 1$
- ③  $\pm \sqrt{2}$
- ④  $\pm \sqrt{3}$
- ⑤  $\pm 2$

해설

( i )  $x \geq 0$  일 때  $|x| = x$  이므로 주어진 방정식은  
 $x^2 + 3x - 4 = 0, (x + 4)(x - 1) = 0$   
 $\therefore x = -4$  또는  $x = 1$   
이 때,  $x \geq 0$  이므로  $x = -4$  는 부적합  
 $\therefore x = 1$   
( ii )  $x < 0$  일 때  $|x| = -x$  이므로 주어진 방정식은  
 $x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$   
 $x = 4$  또는  $x = -1$   
그런데  $x < 0$  이므로  $x = -1$   
 $\therefore x = 1$  또는  $x = -1$   
이 때,  $x < 0$  이므로  $x = 4$  는 부적합  
( i ), ( ii ) 에서  $x = \pm 1$

10. 이차방정식  $x^2 + 2|x| - 8 = 0$ 의 해는 ?

①  $-2, 4$

②  $-2, 2$

③  $-4, 4$

④  $-4, 2$

⑤  $-4, -2, 2, 4$

해설

$x^2 + 2|x| - 8 = 0$ 에서

i)  $x > 0$ 일 때,

$x^2 + 2x - 8 = 0, (x + 4)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -4$  또는  $x = 2$

그런데  $x > 0$ 이므로  $x = 2$

ii)  $x < 0$ 일 때,

$x^2 + 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 4$  또는  $x = -2$

그런데  $x < 0$ 이므로  $x = -2$

i), ii)에서 구하는 해는  $-2, 2$

11. 이차방정식  $x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하여라.  
(단,  $m$ 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

$x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2이므로

$x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 2 + m = 0 \quad \therefore m = -2$$

따라서 주어진 방정식은  $x^2 - x - 2 = 0$ 이다.

이 방정식을 풀면

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ 또는 } x = -1$$

이므로 다른 한 근은  $-1$ 이다.

12.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + a(a-1)x + 3a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 근은? (단,  $a$ 는 상수)

① -1

② -3

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$1^2 + a(a-1) + 3a = 0$$

$$a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - 1 \cdot (-2)x - 3 = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x+3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -3 \quad \therefore x = -3$$

13. 이차방정식  $x^2 + ax + 2b = 0$ 의 한 근이  $2 + ai$ 일 때 실수  $a, b$ 의 합  $a + b$ 의 값은? (단  $a \neq 0$ )

① -9

② -5

③ 3

④ 6

⑤ 12

해설

한 근이  $2 + ai$ 이므로 다른 한 근은  $2 - ai$ 이다.

$\therefore$  두 근의 합  $-a = 4 \quad \therefore a = -4$

두 근의 곱  $(2 - 4i)(2 + 4i) = 4 + 16 = 2b$

$\therefore b = 10 \quad \therefore a + b = 10 - 4 = 6$

14. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이  $2 + \sqrt{5}i$ 일 때, 실수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값은?

① -36      ② -18      ③ 18      ④ 24      ⑤ 36

해설

$a, b$ 가 실수이므로  
이차방정식의 한 근이  $2 + \sqrt{5}i$ 이면  
다른 한 근은  $2 - \sqrt{5}i$ 이다.  
근과 계수의 관계의 의하여  
 $-a = (2 + \sqrt{5}i)(2 - \sqrt{5}i) = 4$   
 $\therefore a = -4$   
 $b = (2 + \sqrt{5}i)(2 - \sqrt{5}i) = 9$   
 $\therefore ab = -36$

15. 이차방정식  $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근에 대한<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠  $k > 1$ 이면 두 근은 실근이다.
- ㉡  $k = 1$ 이면 두 근은 같다.
- ㉢ 두 근의 곱은 실수이다.
- ㉣  $0 < k < 1$ 이면 두 근은 순허수이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

근의 공식을 이용하여  $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면  $x = i \pm \sqrt{-1+k}$

- ㉠  $k > 1$ 이어도  $x$ 는 허수이다.<거짓>
- ㉡  $k = 1$ 이면  $x = i$ 로 두 근은 같다.<참>
- ㉢ 두 근의 곱  $-k$ 는 허수일 수도 있다.<거짓>
- ㉣  $0 < k < 1$ 이면  $-1 < -1+k < 0$ 이므로  $\sqrt{-1+k} = ai$ 의 형태가 되어  $x$ 는 순허수이다.<참>