

1. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. () 안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$$\begin{aligned} &x(x+2)(x+4)(x+6)+16 \\ &=x(\textcircled{1})\times(x+2)(\textcircled{2})+16 \\ &=(x^2+6x)(\textcircled{3})+16 \\ &(\textcircled{4})=A \text{라 하면} \\ &A^2+8A+16=(A+4)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

- ① $x+5$

② $x+3$

③ x^2+4x+8
- ④ x^2+6x

⑤ x^2+6x+1

해설

- ① $x+6$
- ② $x+4$
- ③ x^2+6x+8
- ⑤ x^2+6x+4

2. $6xy - 8x - 9y + 12 = (ax + b)(cy + d)$ 에서 $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$$6xy - 8x - 9y + 12 = 2x(3y - 4) - 3(3y - 4)$$

$$= (2x - 3)(3y - 4)$$

$$\therefore a + b + c + d = -2$$

3. $x^2 - 3x = 7$ 일 때, $x(x-1)(x-2)(x-3) + 4$ 의 값은?

- ① 28 ② 35 ③ 63 ④ 67 ⑤ 140

해설

$(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) + 4$ 에서 $7(7 + 2) + 4 = 67$ 이다.

4. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-8$ 을 인수분해하면?

① $(x^2-5x+8)(x^2+5x-2)$

② $(x^2+5x-8)(x^2-5x+2)$

③ $(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)$

④ $(x^2+5x+8)(x^2+5x+2)$

⑤ $(x^2+5x+8)(x^2+5x-1)$

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-8 \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-8 \text{ 에서} \\ & x^2+5x=A \text{ 라 하면,} \\ & A^2+10A+16=(A+8)(A+2) \\ & \qquad \qquad \qquad = (x^2+5x+8)(x^2+5x+2) \end{aligned}$$

5. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+k$ 가 완전제곱식이 되도록 상수 k 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-7)(x-3)(x-5)+k \\ &= (x^2-8x+7)(x^2-8x+15)+k \\ & x^2-8x=A \text{로 놓으면,} \\ & (A+7)(A+15)+k \\ &= A^2+22A+105+k=(A+11)^2 \\ & \therefore 105+k=11^2=121 \\ & \therefore k=16 \end{aligned}$$

6. $(x^2 + 5x + 6)(x^2 - 3x + 2) - 252$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

- ㉠ $(x^2 + x + 12)(x - 4)(x + 5)$
㉡ $(x^2 - x + 12)(x + 4)(x - 5)$
㉢ $(x^2 - x - 12)(x + 4)(x - 5)$
㉣ $(x^2 + 2x - 12)(x + 4)(x - 5)$
㉤ $(x^2 + 2x - 12)(x - 4)(x + 5)$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 + 5x + 6)(x^2 - 3x + 2) - 252 \\ &= (x + 2)(x + 3)(x - 1)(x - 2) - 252 \\ &= \{(x + 2)(x - 1)\}\{(x + 3)(x - 2)\} - 252 \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6) - 252 \\ & \quad x^2 + x = t \text{로 치환하면,} \\ &= (t - 2)(t - 6) - 252 \\ &= t^2 - 8t + 12 - 252 \\ &= t^2 - 8t - 240 \\ &= (t + 12)(t - 20) \\ &= (x^2 + x + 12)(x^2 + x - 20) \\ &= (x^2 + x + 12)(x - 4)(x + 5) \end{aligned}$$

7. 곱셈 공식을 이용하여 $(x+2)(x+3)(x-4)(x-6)$ 을 전개하면?

① $x^4 - 5x^3 - 20x^2 + 60x + 144$

② $x^4 + 5x^3 - 20x^2 - 60x + 144$

③ $x^4 + 5x^3 + 20x^2 - 60x - 144$

④ $x^4 - 5x^3 + 20x^2 - 60x + 144$

⑤ $x^4 + 5x^3 - 20x^2 + 60x - 144$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x-6)(x+3)(x-4) \\ &= (x^2-12-4x)(x^2-12-x)\end{aligned}$$

$x^2-12=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A-4x)(A-x) \\ &= A^2-5xA+4x^2 \\ &= (x^2-12)^2-5x(x^2-12)+4x^2 \\ &= x^4-5x^3-20x^2+60x+144\end{aligned}$$

8. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$(x+2)(x+4)(x+5)(x+7)+a$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 9$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x+7)(x+4)(x+5)+a \\ &= (x^2+9x+14)(x^2+9x+20)+a\end{aligned}$$
$$x^2+9x=A \text{ 로 치환하면}$$
$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+14)(A+20)+a \\ &= A^2+34A+280+a \\ &= (A+17)^2 = (x^2+9x+17)^2\end{aligned}$$
$$17^2 = 280+a$$
$$\therefore a = 9$$

9. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값으로 알맞은 것을 구하여라.

$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 16$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a\end{aligned}$$

$x^2+8x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+7)(A+15)+a \\ &= A^2+22A+105+a \\ &= (A+11)^2=(x^2+8x+11)^2\end{aligned}$$

$$11^2=105+a$$

$$\therefore a=16$$

10. $x^2 - 9y^2 + 4x + 12y$ 를 인수분해하면 $(Ax + By)(Cx + Dy + 4)$ 가 된다고 한다. $A + B + C + D$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x - 3y)(x + 3y) + 4(x + 3y) \\ &= (x + 3y)(x - 3y + 4)\end{aligned}$$

$$\therefore A + B + C + D = 1 + 3 + 1 - 3 = 2$$

11. $a^3 - 3a^2 - a + 3$ 이 a 의 계수가 1 인 세 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 세 일차식의 합을 구하면?

① $3(1 - a)$

② $3(a - 2)$

③ $3a - 3$

④ $3a - 1$

⑤ $a^3 - 3$

해설

$$\begin{aligned} a^2(a - 3) - (a - 3) &= (a^2 - 1)(a - 3) \\ &= (a + 1)(a - 1)(a - 3) \end{aligned}$$

따라서 세 일차식의 합은

$$(a + 1) + (a - 1) + (a - 3) = 3a - 3 \text{ 이다.}$$

12. $x + a = 2$, $x - a = 7$ 일 때, $x^3 - a^3 + ax^2 - a^2x$ 는?

① 14

② 20

③ 24

④ 28

⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= x^3 + ax^2 - (a^3 + a^2x) \\ &= x^2(x + a) - a^2(a + x) \\ &= (x + a)(x^2 - a^2) \\ &= (x + a)(x + a)(x - a) \\ &= (x + a)^2(x - a) \\ &= 2^2 \times 7 = 28 \end{aligned}$$

13. 다음 중 $x^3 + y - x - x^2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x^2 - y$

② $x - y$

③ $x - 1$

④ $x + 1$

⑤ $x^2 - 1$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3 - x + y - x^2y \\ &= x(x^2 - 1) - y(x^2 - 1) \\ &= (x - y)(x^2 - 1) \\ &= (x - y)(x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

14. $ab - 2a - 2b + 4$ 를 인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $(a + 2)(b - 2)$ ② $(a - 2)(b + 2)$ ③ $(a + 2)(b + 2)$

④ $(a - 2)(b - 2)$ ⑤ $(a + 1)(b - 2)$

해설

$$(\text{준식}) = a(b - 2) - 2(b - 2) = (a - 2)(b - 2)$$

15. 다음 식 $ax - ay - bx + by$ 를 인수분해하면?

① $(x - y)(a - b)$

② $(x - y)(a + b)$

③ $(x + y)(a - b)$

④ $(x + y)(a + b)$

⑤ $-(x - y)(a + b)$

해설

$$(\text{준식}) = a(x - y) - b(x - y) = (x - y)(a - b)$$

16. $x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2$ 을 인수분해하는데 사용된 인수분해 공식을 모두 고르면? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- ② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
- ⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$$\begin{aligned} &x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2 \\ &= (x - 2y)^2 - z^2 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= (x - 2y + z)(x - 2y - z) \Rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \end{aligned}$$

17. $x^2 - 4x - 9y^2 + 4$ 을 인수분해하는데 사용된 인수분해 공식을 모두 골라라. (단, $a > 0, b > 0$)

- ☐ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
- ☐ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
- ☐ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ☐ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ☐ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ☐

▶ 정답 : ☐

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4x - 9y^2 + 4 \\ &= (x^2 - 4x + 4) - 9y^2 \\ &= (x - 2)^2 - (3y)^2 \cdots \textcircled{\text{B}} a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= (x - 2 + 3y)(x - 2 - 3y) \cdots \textcircled{\text{D}} a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \\ &= (x + 3y - 2)(x - 3y - 2) \end{aligned}$$

18. $a^2 - 6ab + 9b^2 - 36c^2$ 의 인수가 될 수 있는 것은?

- ① $a - 3b - 6c$ ② $a + 3b - 6c$ ③ $a - 6b - 3c$
④ $a + 6b - 3c$ ⑤ $a + 6b + 3c$

해설

$$(a - 3b)^2 - (6c)^2 = (a - 3b + 6c)(a - 3b - 6c)$$

19. 다음 중 $4x^2 - 9y^2 - 30y - 25$ 의 인수가 될 수 없는 것을 모두 골라라.

- ㉠

$(2x + 3y + 5)$
- ㉡

$(2x - 3y + 5)$
- ㉢

$(2x - 3y - 5)$
- ㉣

$(2x + 3y + 5)(2x - 3y - 5)$
- ㉤

$(2x + 3y - 5)(2x - 3y + 5)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

$4x^2 - 9y^2 - 30y - 25$
 $= 4x^2 - (9y^2 + 30y + 25)$
 $= 4x^2 - (3y + 5)^2$
 $= (2x)^2 - (3y + 5)^2$
 $= (2x + 3y + 5)(2x - 3y - 5)$
따라서 인수는 $(2x + 3y + 5)$ 와 $(2x - 3y - 5)$ 와 $(2x + 3y + 5)(2x - 3y - 5)$ 이다.

20. 다항식 $16 - 4x^2 + 4xy - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(4 - x + y)(4 - 2x + y)$

② $(4 + 2x - y)(4 - x - y)$

③ $(4 - 2x + y)(4 + 2x + y)$

④ $(4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$

⑤ $(4 + 2x + y)(4 - 2x - y)$

해설

$$4^2 - (2x - y)^2 = (4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$$

21. $x^2 - y^2 + 10yz - 25z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + bz)(x - y + cz)$ 가 되었다. 이때 $a - b + c$ 의 값은?

① 7 ② 11 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 10yz - 25z^2 &= x^2 - (y^2 - 10yz + 25z^2) \\&= x^2 - (y - 5z)^2 \\&= (x + y - 5z)(x - y + 5z) \text{ 이므로} \\a &= 1, b = -5, c = 5 \\ \therefore a - b + c &= 11\end{aligned}$$

22. $x^2 + 4y^2 + 4xy - 9$ 를 두 일차식의 곱으로 인수분해할 때, 두 일차식의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x + 4y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2 + 4xy + 4y^2 - 9 \\&= (x + 2y)^2 - 9 \\&= (x + 2y + 3)(x + 2y - 3) \\ \therefore (x + 2y + 3) + (x + 2y - 3) &= 2x + 4y\end{aligned}$$

23. $x^4 + 4x^2 + 4$ 를 인수분해하면 $(ax^2 + b)^2$ 이 된다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

$$x^4 + 4x^2 + 4 = (x^2)^2 + 4(x^2) + 4 = (x^2 + 2)^2$$

따라서, $a + b = 1 + 2 = 3$

24. $x^4 - 10x^2 + 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 3$

③ $x^2 - 1$

④ $x + 9$

⑤ $x^4 - 10x^2 + 9$

해설

$$(x^2 - 1)(x^2 - 9) = (x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3)$$

25. $x^4 - 5x^2 + 4$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 1$ ② $x + 2$ ③ $x + 1$ ④ $x - 2$ ⑤ $x - 4$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\&= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

26. $x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3$ 을 인수분해하면?

① $(x + 1)(x + 5y + 3)$

② $(x - 1)(x - 5y + 3)$

③ $(x - 1)(x + 5y - 3)$

④ $(x - 1)(x + 5y + 3)$

⑤ $(x + 1)(x - 5y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3 \\ &= x^2 + (5y + 2)x - (5y + 3) \\ &= (x + 5y + 3)(x - 1) \end{aligned}$$

27. $x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)(x + y + 4)$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8 \\ &= x^2 + 6x - (y^2 + 2y - 8) \\ &= x^2 + 6x - (y + 4)(y - 2) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{x + (y + 4)\} \\ &= (x - y + 2)(x + y + 4) \\ \therefore & a = 1, b = -1, c = 2 \\ \therefore & a + b + c = 2 \end{aligned}$$

28. $x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 3y + 2)(x + 3y + 4)$ ② $(x - 3y + 2)(x + 3y - 4)$
③ $(x + 3y + 2)(x + 3y - 4)$ ④ $(x - 5y + 2)(x + 3y - 4)$
⑤ $(x - 3y + 4)(x + 3y - 2)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - 9y^2 + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - (9y^2 - 18y + 8) \\ &= x^2 - 2x - (3y - 2)(3y - 4) \\ &= \{x - (3y - 2)\} \{x + (3y - 4)\} \\ &= (x - 3y + 2)(x + 3y - 4) \end{aligned}$$

29. 다음 다항식 $a^2 - b^2 - c^2 + 2a + 2bc + 1$ 을 인수분해하면?

① $(a + b - c - 1)(a - b - c + 1)$

② $(a - b + c + 1)(a - b - c + 1)$

③ $(a + b + c + 1)(a - b - c + 1)$

④ $(a + b - c + 1)(a - b + c + 1)$

⑤ $(a + b - c - 1)(a - b + c - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 - c^2 + 2a + 2bc + 1 \\ &= a^2 + 2a + 1 - (b^2 - 2bc + c^2) \\ &= (a + 1)^2 - (b - c)^2 \\ &= (a + 1 + b - c)(a + 1 - b + c) \\ &= (a + b - c + 1)(a - b + c + 1) \end{aligned}$$

30. $x^2 + 4(a+b)x + 3a^2 + 6ab + 3b^2$ 을 인수분해하면?

① $(x+a+b)(x-a-b)$

② $(x+a+b)(x+2a+2b)$

③ $(x+a+b)(x+2a+3b)$

④ $(x+a+b)(x+3a+2b)$

⑤ $(x+a+b)(x+3a+3b)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 4(a+b)x + 3a^2 + 6ab + 3b^2 \\ &= x^2 + 4(a+b)x + 3(a+b)^2 \\ &= (x+a+b)(x+3a+3b) \end{aligned}$$

31. $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -3 ⑤ 2

해설

x 에 대하여 정리하면,
 $x^2 - (4y + 6)x + 3y^2 + 2y - 16$
 $= x^2 - (4y + 6)x + (3y + 8)(y - 2)$
 $= (x - 3y - 8)(x - y + 2)$
 $\therefore a = -3, b = -8, c = -1, d = 2$
 $\therefore -3 - 8 - 1 + 2 = -10$

32. $x^2 - 2y^2 + xy - 2x - y + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x + 2y - 3)(x - y - 1)$

② $(x + 2y - 1)(x - y - 1)$

③ $(x + 2y - 1)(x - y - 2)$

④ $(x - 2y + 1)(x + y + 1)$

⑤ $(x + 2y + 1)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (y - 2)x - 2y^2 - y + 1 \\ &= x^2 + (y - 2)x - (2y^2 + y - 1) \\ &= x^2 + (y - 2)x - (2y - 1)(y + 1) \\ &= \{x + (2y - 1)\} \{x - (y + 1)\} \\ &= (x + 2y - 1)(x - y - 1) \end{aligned}$$

33. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 7x + 5y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x + 3y - 8)(x + y + 1)$

② $(x - 3y + 8)(x + y + 1)$

③ $(x + 3y - 8)(x - y - 1)$

④ $(x - 3y + 2)(x - y + 4)$

⑤ $(x - 3y - 8)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (4y + 7)x + 3y^2 + 5y - 8 \\ &= x^2 - (4y + 7)x + (3y + 8)(y - 1) \\ &= (x - 3y - 8)(x - y + 1) \end{aligned}$$

34. $a^2 + 2ab + b^2 - a - b$ 를 인수분해하면?

① $(a + b)(a + b + 1)$

② $(a - b)(a + b - 1)$

③ $(a - b)(a - b - 2)$

④ $(a + b)(a + b - 1)$

⑤ $(a + b)(a + b - 2)$

해설

$$(a + b)^2 - (a + b) = (a + b)(a + b - 1)$$

35. 반지름의 길이가 5 cm 인 원에서 반지름의 길이를 x cm 만큼 늘릴 때, 늘어난 넓이를 x 에 대한 식으로 나타내면?
- ① $5\pi x^2 \text{ cm}^2$

② $\pi x(x+5) \text{ cm}^2$

③ $\pi x(x+10) \text{ cm}^2$

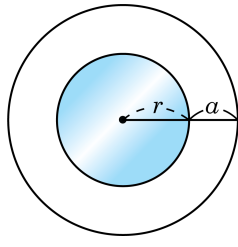
④ $\pi x(2x+5) \text{ cm}^2$

⑤ $\pi x(2x+10) \text{ cm}^2$

해설

(반지름의 길이가 5 cm 인 원의 넓이)
 $= \pi \times 5^2 = 25\pi (\text{cm}^2)$
(반지름의 길이를 x cm 만큼 늘인 원의 넓이)
 $= \pi \times (x+5)^2$
따라서, 늘어난 넓이는
$$\begin{aligned} \pi \times (x+5)^2 - 25\pi &= \pi(x^2 + 10x + 25) - 25\pi \\ &= \pi x^2 + 10\pi x + 25\pi - 25\pi \\ &= \pi x(x+10) (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

36. 다음 그림과 같이 반지름이 r m 인 원형의 연못 둘레에 폭이 a m 인 도로를 만들려고 한다. 이 도로의 넓이를 S 라 할 때, S 를 a 와 r 을 사용한 식으로 나타낸 것은?

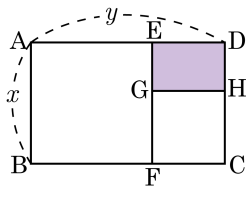


- ① $S = (r - a)\pi$ ② $S = (a^2 + r)\pi$
 ③ $S = a(r + 3a)\pi$ ④ $S = a(a + 2r)\pi$
 ⑤ $S = (a + r)(a - r)\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= (a + r)^2\pi - r^2\pi \\ &= \pi\{(a + r)^2 - r^2\} \\ &= \pi(a + r + r)(a + r - r) \\ &= a\pi(2r + a) \end{aligned}$$

37. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 세로의 길이가 x , 가로의 길이가 y 이고, $\square ABFE$ 와 $\square GFCH$ 가 모두 정사각형이다. 이 때, $\square EGHD$ 의 넓이는? (단, $x < y < 2x$)

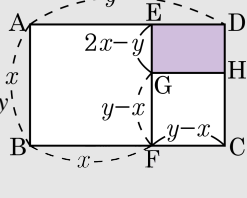


- ① $-2x^2 + 3xy - y^2$ ② $-2x^2 - 3xy - y^2$
 ③ $2x^2 - 3xy - y^2$ ④ $2x^2 + 3xy - y^2$
 ⑤ $2x^2 + 3xy + y^2$

해설

다음 그림에서

$$\begin{aligned} (\square EGHD \text{의 넓이}) &= (\text{가로}) \times (\text{세로}) \\ &= (y - x)(2x - y) \\ &= 2xy - y^2 - 2x^2 + xy \\ &= -2x^2 + 3xy - y^2 \end{aligned}$$



39. 밑면의 가로와 세로가 각각 $x + y$, $2x + 1$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3 + 2x^2y + 7x^2 + 7xy + 3x + 3y$ 이다. 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면
(준식) $= (2x^2 + 7x + 3)y + 2x^3 + 7x^2 + 3x$
 $= (2x^2 + 7x + 3)y + (2x^2 + 7x + 3)x$
 $= (x + y)(2x^2 + 7x + 3)$
 $= (x + y)(2x + 1)(x + 3)$

정육면체이므로
 $x + y = 2x + 1 = x + 3$
 $2x + 1 = x + 3$
 $x = 2, y = 3$
(한 모서리의 길이)
 $= x + y = 2x + 1 = x + 3 = 5$

40. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

① $ab + b - a - 1 = (a + 1)(1 - b)$

② $2 - a - 2b + ab = (1 - b)(2 + a)$

③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y = (x - y)(x - y + 2)$

④ $x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + 1)(x + 1)$

⑤ $x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$

해설

① $(a + 1)(b - 1)$

② $(1 - b)(2 - a)$

③ $(x + y)(x - y + 2)$

41. $49x^2 - 9 + 14xy + y^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + b)(ax + cy + 3)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} 49x^2 + 14xy + y^2 - 9 &= (7x + y)^2 - 3^2 \\ &= (7x + y + 3)(7x + y - 3) \end{aligned}$$

$$a = 7, b = -3, c = 1$$

$$\therefore a - b + c = 11$$

42. $16x^4 - 81y^4 = (Ax^2 + By^2)(Cx + Dy)(Ex + Fy)$ 라고 할 때, $A + B + C + D + E + F$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D, E, F 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$16x^4 - 81y^4 = (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)$ 이므로 $A + B + C + D + E + F = 4 + 9 + 2 + 3 + 2 - 3 = 17$ 이다.

43. $x^4 - 13x^2 + 36$ 을 인수분해했을 때, 일차식으로 이루어진 인수들의 합을 구하면?

① $4x + 13$

② $4x$

③ $4x - 13$

④ $2x^2 - 13$

⑤ $2x^2 + 5$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 13x^2 + 36 &= (x^2 - 9)(x^2 - 4) \\&= (x + 3)(x - 3)(x + 2)(x - 2) \\&\therefore (\text{일차식 인수들의 합}) \\&= x + 3 + x - 3 + x + 2 + x - 2 = 4x\end{aligned}$$

44. 다항식 $4x^4 - 5x^2 + 1$ 은 네 개의 일차식의 곱으로 인수 분해된다. 네 개의 일차식의 합은?

① $2x + 1$

② $2x - 1$

③ $6x$

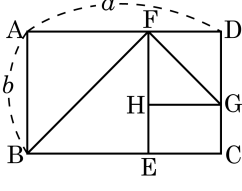
④ $6x + 1$

⑤ $4x - 2$

해설

$$\begin{aligned}(4x^2 - 1)(x^2 - 1) &= (2x + 1)(2x - 1)(x + 1)(x - 1) \\ \therefore (\text{일차식의 합}) &= 2x + 1 + 2x - 1 + x + 1 + x - 1 \\ &= 6x\end{aligned}$$

45. 다음 그림에서 $\square ABEF$ 와 $\square FHGD$ 가 정사각형일 때, 사각형 HECG의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a - b)(ta + sb)$ 이다. $t + s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t + s = 1$

해설

사각형 ABFE, EFGD는 정사각형이므로
 $\overline{HE} = b - (a - b) = 2b - a, \overline{EC} = a - b$
 남은 사각형의 넓이는 $(2b - a)(a - b)$ 이다.
 따라서 $t = -1, s = 2$ 이므로 $t + s = 1$ 이다.

46. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c=0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)
- ① 삼각형이 될 수 없다. ② 이등변삼각형
- ③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형 ④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형
- ⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \\ & b, c \text{ 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.} \\ & \text{따라서 } b^2 + c^2 - a^2 = 0, \quad b^2 + c^2 = a^2 \\ & \angle A \text{ 가 직각인 직각삼각형이다.} \end{aligned}$$

47. $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40$ 이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)$ 로 인수분해될 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=4$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40 \\ &= (x^2-1)(x^2-4)-40 \\ &= x^4-5x^2-36 \\ &= (x^2+4)(x^2-9) \\ &= (x-3)(x+3)(x^2+4) \text{ 이므로} \\ & a+b+c=4 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

48. $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해하면 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 가 된다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c + d = -2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 - 1 + x)(x^2 - 1 - x) \\&= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1) \\a = 1, b = -1, c = -1, d = -1 \\ \therefore a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$

49. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여

$$k \frac{z^2(y-x) + x^2(z-y) + y^2(x-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 3 \text{ 일 때, 상수 } k \text{ 의 값을 구하여}$$

라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

분자의 식을 x 에 관한 내림차순 정리하면

$$z^2(y-x) + x^2(z-y) + y^2(x-z)$$

$$= yz^2 - xz^2 + x^2z - x^2y + xy^2 - y^2z$$

$$= (z-y)x^2 - (z^2-y^2)x + (z-y)yz$$

$$= (z-y) \{ x^2 - (z+y)x + yz \}$$

$$= (z-y)(x-y)(x-z)$$

$$= (x-y)(y-z)(z-x)$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = k \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 3$$

$$\therefore k = 3$$

50. 밑면의 넓이가 x^2-3y+1 인 직육면체의 부피가 $x^3+2x^2-3xy+x-6y+2$ 일 때, 이 직육면체의 높이가 $ax+b$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=3$

해설

$$\begin{aligned} & x^3+2x^2-3xy+x-6y+2 \\ &= x^2(x+2)-3y(x+2)+x+2 \\ &= (x+2)(x^2-3y+1) \end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=2$ 이므로
 $a+b=3$ 이다.