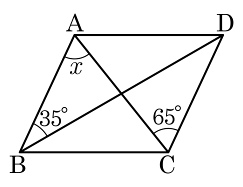
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?



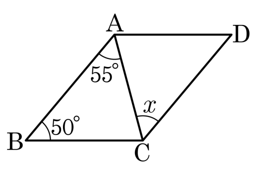
① 30° ② 35° ③ 45°

④ 65° ⑤ 100°

해설

$\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle x = 65\,^{\circ}$이다.

2. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



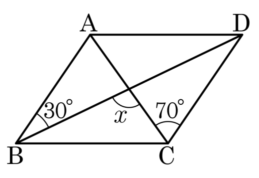
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad}$ $^\circ$

▷ 정답 : 55°

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $x = 55^\circ$이다 .

3. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ACD = 70°$, $\angle ABD = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30°　　② 50°　　③ 70°

④ 80°　　⑤ 100°

해설

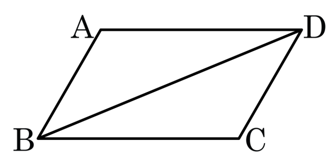
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD = 70°$ 이고, $\angle ABD = \angle CDB = 30°$ 이다.

따라서 $\angle x = \angle ACD + \angle CDB$

$= 70° + 30°$

$= 100°$

4. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 말을 차례대로 나열하면?



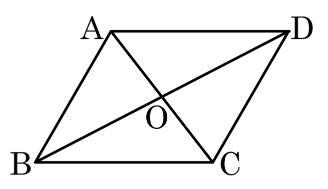
평행사변형 ABCD 에 점 B 와 점 D 를 이으면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} = \boxed{} \cdots$ ㉡,
$\overline{BD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C$, $\angle B = \boxed{} \cdots$ ㉡

① $\overline{CB}$, $\angle C$
② $\overline{BD}$, $\angle C$
③ $\overline{AB}$, $\angle D$
④ $\overline{CD}$, $\angle D$
⑤ $\overline{CB}$, $\angle D$

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

5. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. $\angle\mathrm{OAD} = \angle\mathrm{OCB}$, $\angle\mathrm{ODA} = \angle\mathrm{OBC}$ 인 이유는?



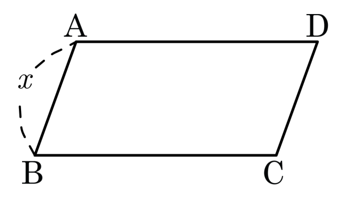
[가정] $\square\mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} /\!/ \overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$
[결론] $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$, $\overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}$
[증명] $\triangle\mathrm{OAD}$ 와 $\triangle\mathrm{OCB}$ 에서평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} \cdots$ ㉠
$\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로
$\angle\mathrm{OAD} = \angle\mathrm{OCB} \cdots$ ㉡
$\angle\mathrm{ODA} = \angle\mathrm{OBC} \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle\mathrm{OAD} \equiv \triangle\mathrm{OCB}$ (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$, $\overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}$

① 맞꼭지각 ② 직각 ③ 동위각
④ 엇각 ⑤ 평각

해설

평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle\mathrm{OAD} = \angle\mathrm{OCB}$, $\angle\mathrm{ODA} = \angle\mathrm{OBC}$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이고, 그 둘레의 길이가 24 일 때, 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x 의 길이를 구하여라.



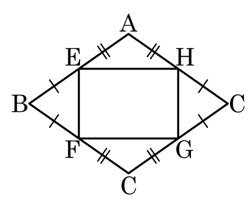
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{AB} + \overline{BC} = 12$ 이므로 $3\overline{AB} = 12$ 가 되어 $x = 4$ 이다.

7. 다음은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. ∠E 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad}$°

▷ 정답: 90°

해설

△AEH 와 △CFG 가 SAS 합동이고,
△BEF 와 △DHG 는 SAS 합동이므로
∠E = ∠F = ∠G = ∠H 이다.
따라서 □EFGH 는 직사각형이므로 ∠E = 90° 이다.

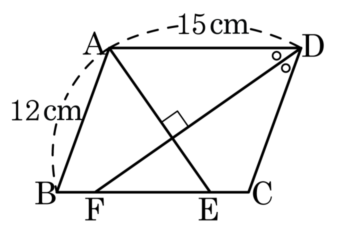
8. 직사각형의 네 변의 중점을 E, F, G, H 라고 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인가?

① 마름모 ② 직사각형 ③ 사다리꼴
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.
사각형 → 평행사변형
등변사다리꼴 → 마름모
마름모 → 직사각형
직사각형 → 마름모
정사각형 → 정사각형
따라서 답은 ①이다.

9. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = 15\text{cm}$ 인 평행사변형이고, $\overline{DF}$는 $\angle D$ 의 이등분선, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 이다. 이 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



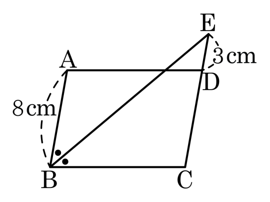
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\angle ADF = \angle DFC$(엇각)
$\overline{CD} = \overline{CF} = 12\text{cm}$
따라서 $\overline{BF} = 15 - 12 = 3(\text{cm})$
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{BE} = 12(\text{cm})$
$\therefore \overline{EF} = 12 - 3 = 9(\text{cm})$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{CD}$ 의 연장선과의 교점을 E 라 하고, $\overline{AB} = 8\text{cm}, \overline{DE} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



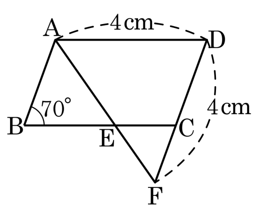
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 11 cm

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로
$\overline{AB} = \overline{CD} = 8(\text{cm})$
$\angle ABE = \angle BEC$ 이므로
$\overline{BC} = \overline{CE} = 8 + 3 = 11(\text{cm})$

11. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이고 $\angle ABC = 70°$, $\overline{AD} = \overline{DF} = 4cm$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



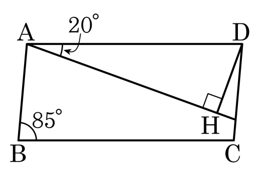
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 55°

해설

$\overline{AD} = \overline{DF}$ 이므로
$\angle DAF = \angle DFA$
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle DFA = \angle BAE$(엇각), $\angle DAF = \angle AEB$(엇각)
$\therefore \angle AEB = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B = 85°$, $\angle DAC = 20°$ 이고 점 D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\angle HDC$ 의 크기는?



① 75 ° ② 70 ° ③ 20 ° ④ 15 ° ⑤ 10 °

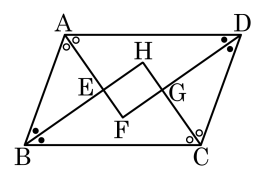
해설

$\angle ADH = 90° - 20° = 70°$

$\angle B = \angle D = 85°$

$\therefore\ \angle HDC = 85° - 70° = 15°$

13. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ 의 이등분선을 그어 그 교점을 각각 E, F, G, H 라 하면 □EFGH 는 어떤 사각형인지 말하여라.



▶ 답 :

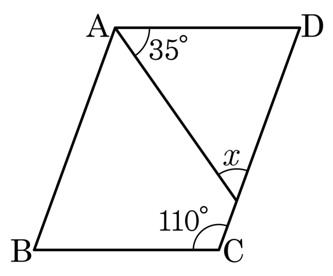
▷ 정답 : 직사각형

해설

$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle HEF = \frac{1}{2} \times (\angle A + \angle B) = 90°$ 이므로 □EFGH 는 네 각이 모두 직각인 직사각형이다.

14. 다음 평행사변형에서 $\angle x$ 의 크기는?

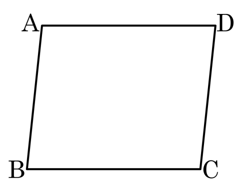


① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

$\angle x + 35° + 70° = 180°$, $\angle x = 75°$ 이다.

15. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 $8:7$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하면?



① $100°$ ② $96°$ ③ $92°$
④ $84°$ ⑤ $80°$

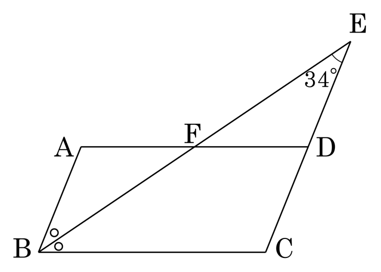
해설

$\angle C = \angle A$ 이므로

$\angle A = 180° \times \dfrac{8}{15} = 96°$

$\therefore \angle C = 96°$

16. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{DC}$ 의 연장선과의 교점을 E 라 할 때, $\angle BEC = 34°$ 이다. 이 때, $\angle CDF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 68 °

해설

평행사변형에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ 이므로

$\angle ABF = \angle FED = 34°$

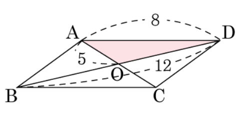
$\overline{BE}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$\angle B = 2\angle ABF = 2 \times 34° = 68°$

평행사변형에서 대각의 크기가 같으므로

$\angle CDF = \angle B = 68°$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 8$, $\overline{AO} = 5$, $\overline{BD} = 12$ 일 때, $\triangle$OAD 의 둘레의 길이는?

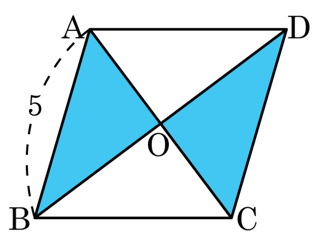


① 15　　② 16　　③ 17　　④ 18　　⑤ 19

해설

$\overline{OB} = \overline{OD} = 6$ 이므로 $\triangle$OAD $= 5 + 6 + 8 = 19$ 이다.

18. 다음 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 길이의 합이 14일 때, 어두운 부분의 둘레의 길이는?

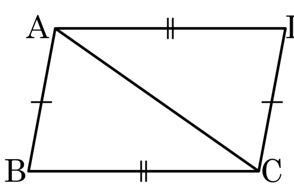


① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$\overline{AO}+\overline{CO}=\overline{AC}$, $\overline{BO}+\overline{OD}=\overline{BD}$이므로
어두운 부분의 둘레는 $2\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BD}=10+14=24$이다.

19. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?

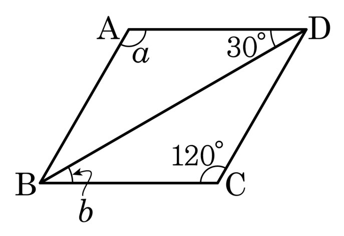


$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$ 인 □ABCD 에서
점 A 와 점 C 를 이으면
△ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AB}=\overline{DC}$ (가정) ⋯㉠
$\overline{BC}=\overline{AD}$ (가정) ⋯㉡
$\boxed{}$ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (SSS 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$ ⋯㉣
∠ACB = ∠CAD 이므로
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ ⋯㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{DC}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{DA}$ ④ $\overline{AC}$ ⑤ $\overline{BA}$

해설
$\overline{AC}$ 는 공통

20. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 $\angle a$와 $\angle b$의 크기를 정할 때, 두 각의 합을 구하여라.



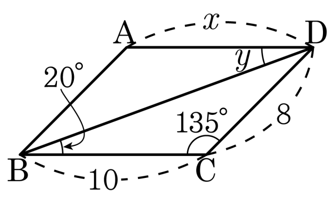
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 150°

해설

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.
따라서 $\angle a = 120°$, $\overline{AD} // \overline{BC}$이고, $\angle ADB$와 $\angle CDA$는 엇각이므로 $\angle b = 30°$이다.
$\therefore\ \angle a + \angle b = 150°$

21. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

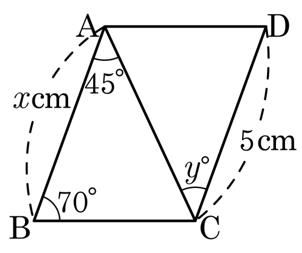


① $x=8,\ y=20\,°$
② $x=10,\ y=20\,°$
③ $x=10,\ y=135\,°$
④ $x=8,\ y=135\,°$
⑤ $x=10,\ y=25\,°$

해설

$x=10,\ y=20\,°$

22. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x=4,\ y=40$ ② $x=4,\ y=45$

③ $x=5,\ y=40$ ④ $x=5,\ y=45$

⑤ $x=10,\ y=45$

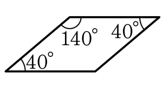
해설

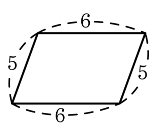
$x=\overline{CD}=5(\text{cm})$ 이므로 $x=5$

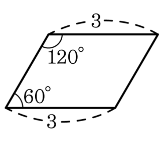
$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC=\angle DCA$

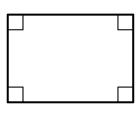
$\therefore y=45$

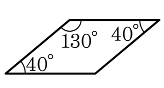
23. 다음 사각형 중 평행사변형이 아닌 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이와 두 쌍의 대각의 크기는 같다.

⑤ $130° + 40° \neq 180°$

24. 다음 중 사각형ABCD 가 평행사변형이 될 수 없는 것은?

① $\overline{AD}//\overline{BC}, \angle B = \angle D$

② $\overline{AB} = \overline{DC},\ \angle A = \angle D$

③ 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OC} = \overline{OD}$

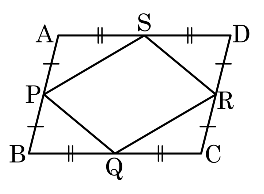
④ $\angle B = \angle D,\ \angle BAC = \angle DCA$

⑤ $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

해설

③ $\overline{OA} = \overline{OC},\ \overline{OB} = \overline{OD}$ 이어야 평행사변형이 된다.

25. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?



① 정사각형 ② 마름모

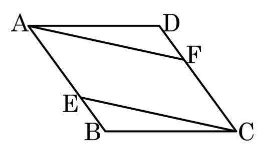
③ 직사각형 ④ 평행사변형

⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

26. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



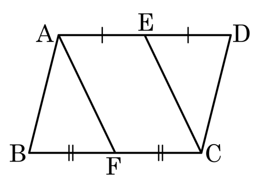
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

27. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD , 변 BC의 중점을 각각 점 E, F 라 할 때, □AFCE 는 어떤 사각형인가?

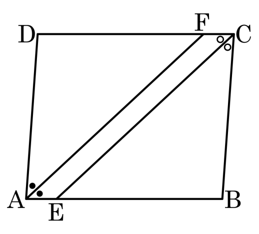


① 평행사변형 ② 마름모
③ 직사각형 ④ 정사각형
⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$ 이고 $\overline{AE} // \overline{FC}$ 이므로
사각형 AFCE 는 평행사변형이다.

28. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 CD, BA 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{AF} = 8\text{cm}$, $\overline{DF} = 6\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\text{cm}$ 이다. 사각형 AECF 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\square$ABCD 가 평행사변형이므로

$\angle BAD = \angle BCD$ 이므로 $\dfrac{\angle BAD}{2} = \dfrac{\angle BCD}{2}$

$\angle ECF = \angle CEB$ ($\because$ 엇각)

$\angle AFD = \angle FAE$ ($\because$ 엇각)

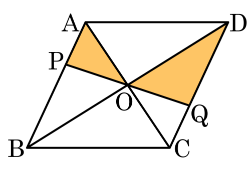
$\therefore \angle AEC = \angle AFC$

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square$AFCE 는 평행사변형이다.

평행사변형의 두 대변의 길이는 같으므로

$2 \times (8 + 1) = 18(\text{cm})$ 이다.

29. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 P, Q 라고 할 때, 색칠한 부분의 넓이가 12cm^2 이면 □ABCD 의 넓이는?



① 40cm^2 ② 44cm^2 ③ 48cm^2

④ 52cm^2 ⑤ 56cm^2

해설

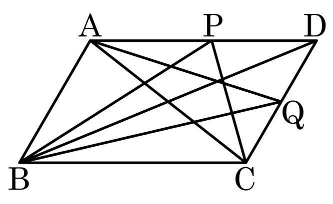
$\triangle\text{APO} \equiv \triangle\text{CQO}$ (ASA 합동)

$\triangle\text{OCD} = \triangle\text{ODQ} + \triangle\text{OAP} = 12\ (\text{cm}^2)$

$\triangle\text{OCD} = \frac{1}{4}\square\text{ABCD}$ 이므로

$(\square\text{ABCD}$의 넓이$) = 12 \times 4 = 48\ (\text{cm}^2)$

30. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. 이 때, △ACP 와 넓이가 같은 삼각형은?

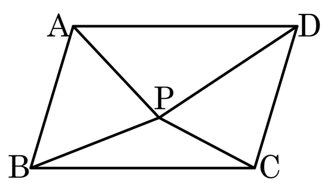


① △ABC　② △ACQ　③ △ABP
④ △PBC　⑤ △PCD

해설

△ACP 와 △ABP 는 밑변을 공통으로 하고, 높이가 같으므로 넓이가 같다.

31. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부의 임의의 한 점 P 에 대하여 $\triangle\mathrm{PAD} = 15\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{PBC} = 11\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{PCD} = 12\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{PAB}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

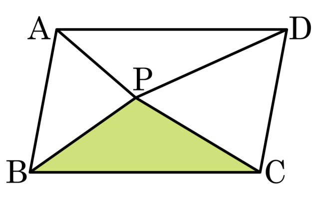
▷ 정답 : 14 cm^2

해설

$\triangle\mathrm{PAB}+\triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD}+\triangle\mathrm{PBC} = \dfrac{1}{2}\times\square\mathrm{ABCD}, \triangle\mathrm{PAB}+12 = 15+11 = 26(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \triangle\mathrm{PAB} = 14\mathrm{cm}^2$

32. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 $100\mathrm{cm}^2$이고, $\triangle$PAD의 넓이가 $24\mathrm{cm}^2$일 때, 어두운 부분의 넓이는 얼마인가?



① $24\mathrm{cm}^2$ ② $25\mathrm{cm}^2$ ③ $26\mathrm{cm}^2$

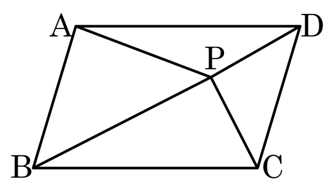
④ $28\mathrm{cm}^2$ ⑤ $50\mathrm{cm}^2$

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$이다.

$100 \times \frac{1}{2} = 24 + \triangle\mathrm{PBC}$이므로 $\triangle\mathrm{PBC} = 26(\mathrm{cm}^2)$이다.

33. 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle$PCD, $\triangle$PAD, $\triangle$PBC 의 넓이는 각각 10cm^2 , 8cm^2 , 22cm^2 이다.$\triangle$PAB 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 18cm^2
④ 20cm^2 ⑤ 22cm^2

해설

$\triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD}$

$8 + 22 = \triangle\text{PAB} + 10$

$\therefore \triangle\text{PAB} = 20(\text{cm}^2)$