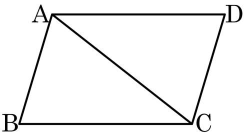
1. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 들어갈 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



> 대각선 AC 를 그어보면 대각선 AC 는 삼각형 ADC 와 삼각형 CBA 의 공통부분이 된다.
> $\overline{AB} = ($ ① $)$ 이고, $\overline{AD} = ($ ② $)$ 이므로
> $\triangle ADC \equiv \triangle CBA$ (③ 합동)
> $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle DAC = \angle BCA$(④)
> 따라서 두 쌍의 대변이 각각 (⑤)하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{CD}$

② $\overline{CB}$

③ SSS

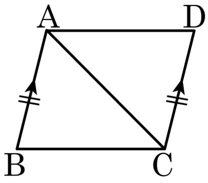
④ $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ 평행

해설

④ $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}, \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

2. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. $\boxed{\quad}$ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$
결론 : □ABCD 는 평행사변형
증명 : 대각선 AC를 그으면
△ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$(가정), $\angle BAC = \angle DCA$(엇각)
$\boxed{\quad}$는 공통
즉, △ABC ≡ △CDA($\boxed{\quad}$합동) 이므로
$\angle BCA = \angle DAC$
$\therefore\ \overline{AD} /\!/ \boxed{\quad}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
□ABCD 는 평행사변형이다.

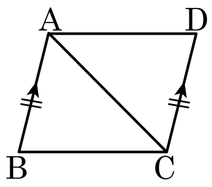
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{AC}$, SAS, $\overline{BC}$

해설

가정 : □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$
결론 : □ABCD 는 평행사변형
증명 : 대각선 AC를 그으면
△ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$(가정), $\angle BAC = \angle DCA$(엇각)
$\overline{AC}$는 공통
즉, △ABC ≡ △CDA(SAS 합동) 이므로
$\angle BCA = \angle DAC$
$\therefore\ \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
□ABCD 는 평행사변형이다.

3. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$
결론 : □ABCD는 평행사변형
증명 : 대각선 AC를 그으면
△ABC와 △CDA에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$(가정), $\angle BAC = \angle DCA$(엇각)
$\boxed{}$는 공통
즉, △ABC ≡ △CDA($\boxed{}$합동)이므로
$\angle BCA = \boxed{}$
$\therefore$ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
□ABCD는 $\boxed{}$이다.

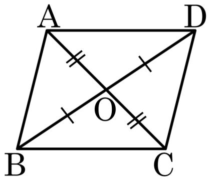
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{AC}$, SAS, $\angle DAC$, 평행사변형

해설

가정 : □ABCD에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$
결론 : □ABCD는 평행사변형
증명 : 대각선 AC를 그으면
△ABC와 △CDA에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$(가정), $\angle BAC = \angle DCA$(엇각)
$\overline{AC}$는 공통
즉, △ABC ≡ △CDA(SAS합동)이므로
$\angle BCA = \angle DAC$
$\therefore$ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
□ABCD는 평행사변형이다.

4. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : $\square$ABCD 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
결론 : $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
증명 : $\triangle$OAB 와 $\triangle$OCD 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$(가정)
$\angle AOB = \boxed{}$(맞꼭지각)
$\therefore$ $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$($\boxed{}$합동)
$\angle OAB = \angle OCD$ 이므로
$\overline{AB} \,/\!/\, \boxed{} \cdots$ ㉠
$\triangle$OAD 와 $\triangle$OCB 에서
$\angle OAD = \angle OCB$ 이므로
$\overline{AD} \,/\!/\, \boxed{} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\square$ABCD 는 평행사변형이다.

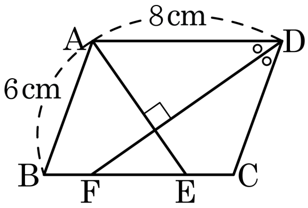
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle COD$, $\angle SAS$, $\overline{DC}$, $\overline{BC}$

해설

가정 : $\square$ABCD 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
결론 : $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
증명 : $\triangle$OAB 와 $\triangle$OCD 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$(가정)
$\angle AOB = \angle COD$(맞꼭지각)
$\therefore$ $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$(SAS 합동)
$\angle OAB = \angle OCD$ 이므로 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC} \cdots$ ㉠
$\triangle$OAD 와 $\triangle$OCB 에서
$\angle OAD = \angle OCB$ 이므로 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\square$ABCD 는 평행사변형이다.

5. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 인 평행사변형이고, $\overline{DF}$ 는 ∠D 의 이등분선, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 이다. 이 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 2cm　② 2.5cm　③ 3cm

④ 3.5cm　⑤ 4cm

해설

$\angle ADF = \angle DFC$(엇각)

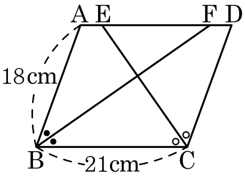
$\overline{CD} = \overline{CF} = 6(\text{cm})$

따라서 $\overline{BF} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$

$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{BE} = 6\text{cm}$

$\therefore \overline{EF} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BF}$, $\overline{CE}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 18\text{cm}$, $\overline{BC} = 21\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 15cm ② 18cm ③ 20cm

④ 21cm ⑤ 23cm

해설

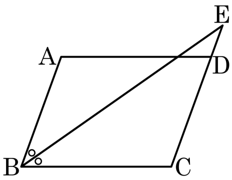
$\overline{AF} = \overline{AB} = 18\ (\text{cm})$

$\overline{CD} = \overline{DE} = 18\ (\text{cm})$

$\overline{AF} + \overline{ED} - \overline{EF} = 21\ (\text{cm})$ 이므로

$\overline{EF} = 18 + 18 - 21 = 15\ (\text{cm})$

7. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 7\text{cm}, \overline{AD} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

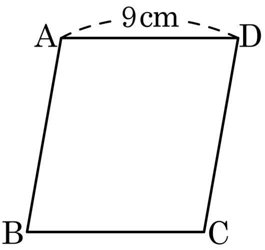
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로

$\angle ABE = \angle BEC$ (엇각)

$\angle EBC = \angle BEC$ 이므로 $\triangle BEC$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} = \overline{AD} = 9(\text{cm})$

8. 다음 평행사변형의 둘레의 길이가 38cm 이다. $\overline{AD} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

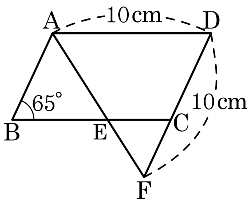


① 6cm ② 8cm ③ 10cm ④ 12cm ⑤ 14cm

해설

$\overline{AB} = 38 \div 2 - 9 = 10(\text{cm})$

9. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이고 $\angle ABC = 65°$, $\overline{AD} = \overline{DF} = 10\text{cm}$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기는?

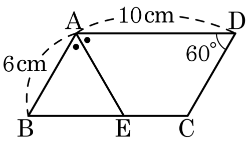


① 57°　② 57.5°　③ 60°
④ 62.5°　⑤ 65°

해설

$\overline{AD} = \overline{DF}$ 이므로 $\angle DAF = \angle DFA$
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle DFA = \angle BAE$(엇각),
$\angle DAF = \angle AEB$(엇각)
$\therefore\ \angle AEB = (180° - 65°) \div 2 = 57.5°$

10. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\overline{AD}=10\text{cm}$ 이고 $\overline{AE}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선일 때, 선분 EC 의 길이는?



① 13cm ② 3.5cm ③ 4cm

④ 5cm ⑤ 6cm

해설

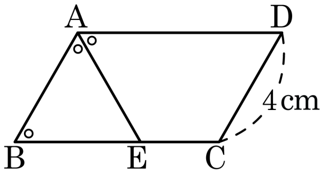
$\angle DAE=\angle AEB$ (엇각)

$\angle BAE=\angle AEB$ 이므로 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

$\overline{AB}=\overline{BE}=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=10-6=4(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E라고 할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하면?



① 2 cm ② 4 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

평행사변형 ABCD 에서 $\angle A + \angle B = 180°$ 이므로

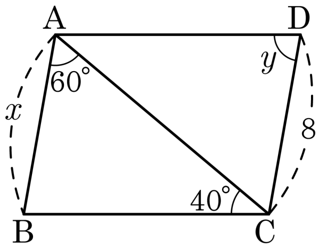
$\overline{AD} // \overline{BE}$

$\angle DAE = \angle AEB$(엇각)

따라서 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이므로

$\overline{BE} = \overline{AB} = 4\,\text{cm}$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 : $\underline{\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : $x = 8$

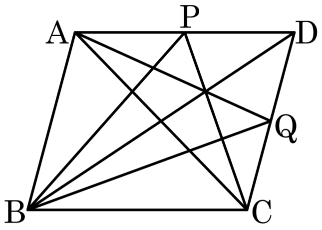
▷ 정답 : $\angle y = 80\,\underline{^{\circ}}$

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 8$, $\angle ABC = 180 - (60^{\circ} + 40^{\circ}) = 80^{\circ}$

따라서 $x = 8$, $\angle y = 80^{\circ}$

13. 다음 그림에서 $\square\mathrm{ABCD}$은 넓이가 100인 평행사변형이다. $\triangle\mathrm{DCP} = 20$일 때, $\triangle\mathrm{ABP}$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

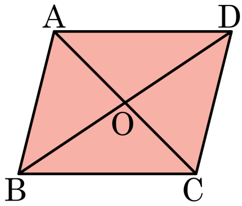
해설

$\triangle\mathrm{ABP} = \triangle\mathrm{ACP}$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{ACP} + \triangle\mathrm{DCP} &= \triangle\mathrm{ACP} + 20 \\ &= \triangle\mathrm{ABP} + 20 \\ &= \triangle\mathrm{ACD} \\ &= \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} \\ &= \frac{1}{2} \times 100\end{aligned}$$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABP} = 30$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 O가 두 대각선의 교점이고, □ABCD의 넓이가 $44\,\mathrm{cm}^2$일 때, 다음의 넓이를 구하여라.



(1) $\triangle\mathrm{OBC}$
(2) $\triangle\mathrm{ABC}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $11\,\mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : (2) $22\,\mathrm{cm}^2$

해설

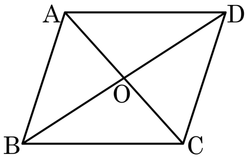
(1) $\triangle\mathrm{OAB} = \triangle\mathrm{OBC} = \triangle\mathrm{OCD} = \triangle\mathrm{ODA}$ 이므로

$$\triangle\mathrm{OBC} = 44 \times \frac{1}{4} = 11(\mathrm{cm}^2)$$

(2) $\triangle\mathrm{OAB} = \triangle\mathrm{OBC} = \triangle\mathrm{OCD} = \triangle\mathrm{ODA}$ 이므로

$$\triangle\mathrm{ABC} = 44 \times \frac{1}{2} = 22(\mathrm{cm}^2)$$

15. 평행사변형ABCD 에서 $\triangle\mathrm{OBC}$ 의 넓이가 $15\mathrm{cm}^2$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $60\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

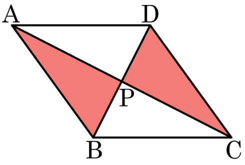
해설

$\triangle\mathrm{BOC}$ 와 $\triangle\mathrm{AOD}$ 는 같다.

$\triangle\mathrm{AOD}+\triangle\mathrm{BOD}=\triangle\mathrm{AOB}+\triangle\mathrm{DOC}$ 이다.

그러므로 평행사변형 ABCD 는 $60\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

16. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 $70\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABP}+\triangle\mathrm{DPC}$ 의 넓이를 구하여라.



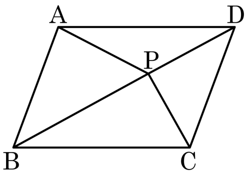
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 35 cm^2

해설

$$\triangle\mathrm{ABP}+\triangle\mathrm{DPC}=\square\mathrm{ABCD}\times\frac{1}{2}$$
$$=70\times\frac{1}{2}=35(\mathrm{cm}^2)$$

17. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle ABP = 32\text{cm}^2$, $\triangle BCP = 28\text{cm}^2$, $\triangle ADP = 24\text{cm}^2$ 이다. $\triangle CDP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

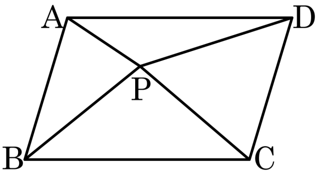
▷ 정답 : $20\,\text{cm}^2$

해설

점 P 를 지나고 $\overline{AD}$ 와 $\overline{AB}$ 에 평행한 선분을 그으면 $\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle APD + \triangle BCP$ 이므로

$\triangle CDP = 24 + 28 - 32 = 20 \ (\text{cm}^2)$

18. 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle PAB$, $\triangle PAD$, $\triangle PBC$ 의 넓이는 각각 $12 cm^2$, $9 cm^2$, $18 cm^2$ 이다. $\triangle PCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $15 cm^2$

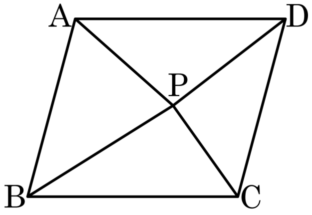
해설

$\triangle PAD + \triangle PBC = \triangle PAB + \triangle PCD$

$9 + 18 = 12 + \triangle PCD$

$\therefore \triangle PCD = 15(cm^2)$

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $60\mathrm{cm}^2$ 이다. 내부의 한 점 P 에 대하여 $\triangle\mathrm{PCD}$ 의 넓이가 $14\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{PAB}$ 의 넓이= (　　　)cm^2 이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

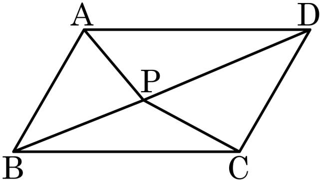
해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$ 이다.

$60 \times \frac{1}{2} = 14 + \triangle\mathrm{PAB}$ 이므로

$\therefore\ \triangle\mathrm{PAB} = 16(\mathrm{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 대하여 $\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$일 때, $\triangle APD$의 넓이는?



① 17cm^2 ② 22cm^2 ③ 25cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

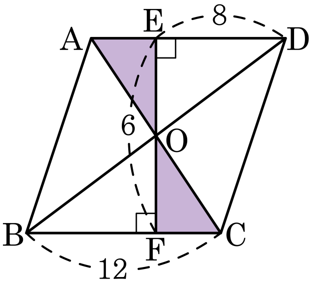
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ABP + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$이다.

$\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$이므로

$18 + 20 = \triangle APD + 16$이다.

$\therefore\ \triangle PAD = 22\text{cm}^2$

21. 다음 평행사변형 ABCD 에서 높이가 6 이고 $\overline{\mathrm{ED}}=8$, $\overline{\mathrm{BC}}=12$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

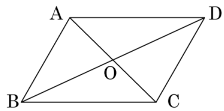
해설

$\triangle\mathrm{OAE} \equiv \triangle\mathrm{OCF}$ 이고 높이가 6 이므로 색칠한 부분의 높이는 3 이다.

또한, $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{FC}}=4$ 이므로 $\triangle\mathrm{OAE}$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times4\times3=6$ 이고,

색칠한 부분의 넓이는 $6+6=12$ 이다.

22. 다음은 □ABCD 가 평행사변형일 때, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$안에 알맞게 써 넣어라.



가정 : □ ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$

결론 : $\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$

증명 : $\triangle ABO$ 와 $\triangle CDO$ 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로

$\angle BAO = \angle DCO$ (엇각)

$\angle ABO = \angle CDO$ (엇각)

$\overline{AB} = \boxed{}$

$\therefore \triangle ABO \equiv \triangle CDO$ ($\boxed{}$ 합동)

$\therefore \overline{AO} = \boxed{}$, $\boxed{}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{CD}$

▷ 정답 : ASA

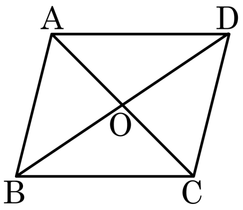
▷ 정답 : $\overline{CO}$

▷ 정답 : $\overline{BO} = \overline{DO}$

해설

한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 같은 삼각형은 ASA 합동이다.

23. 다음은 '평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.'를 증명하는 과정이다.
$\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD 에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}, \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, 점 O는 두 대각선의 교점
결론 : $\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$
증명 : △OAB와 △OCD에서
$\angle BAO = \angle DCO$(엇각)$\cdots$㉠
$\angle ABO = \boxed{}$(엇각)$\cdots$㉡
평행사변형의 대변이므로 $\overline{AB} = \boxed{}\cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 △OAB ≡ △OCD ($\boxed{}$ 합동)
$\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \boxed{}$

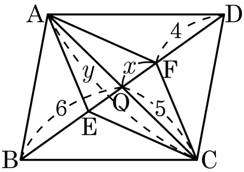
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle CDO, \overline{CD}$, ASA, $\overline{OD}$

해설

가정 : □ABCD 에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}, \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, 점 O는 두 대각선의 교점
결론 : $\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$
증명 : △OAB와 △OCD에서
$\angle BAO = \angle DCO$(엇각)$\cdots$㉠
$\angle ABO = \angle CDO$(엇각)$\cdots$㉠
평행사변형의 대변이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}\cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 △OAB ≡ △OCD (ASA 합동)
$\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$

24. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

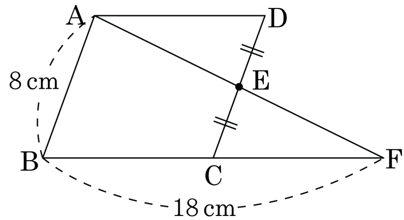
▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 10$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분하므로
$y = 2 \times 5 = 10$ 이고 $x + 4 = 6$, $x = 2$

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{CD}$의 중점을 E라 하고, $\overline{AE}$의 연장선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 F라 하자. 이 때 $\overline{AD}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\triangle$ADE와 $\triangle$FCE에서

$\overline{ED} = \overline{EC}$

$\angle ADE = \angle FCE$(엇각)

$\angle AED = \angle FEC$(맞꼭지각)

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$이고, 평행사변형이므로

$\overline{AD} = \overline{BC}$

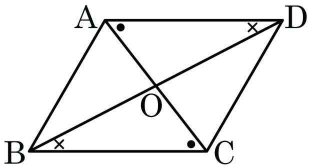
따라서 $\overline{CF} = \overline{AD} = \overline{BC}$

즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{FC} = 2\overline{AD}$이므로

$2\overline{AD} = 18$

$\therefore\ \overline{AD} = 9(\text{ cm})$

26. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이으면
$\overline{AD}=\overline{BC}\cdots$ ㉠
$\angle OAD=\angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA=\angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD\equiv\triangle OCB$(ASA 합동) 이므로
$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

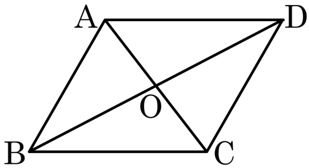
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

27. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 인 이유는?



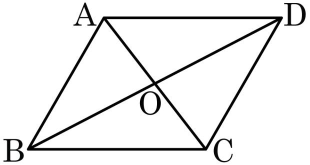
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB \cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① 맞꼭지각 ② 직각 ③ 동위각
④ 엇각 ⑤ 평각

해설

평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 이다.

28. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



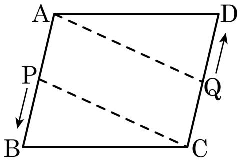
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle$OAD 와 $\triangle$OCB 에서 $\boxed{\text{ㄴ}} = \overline{BC}$ ⋯ ㉠
$\overline{AD} // \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) ⋯ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ ($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$

① ㄱ : $\overline{BO}$　② ㄴ : $\overline{CD}$　③ ㄷ : $\overline{BC}$
④ ㄹ : 엇각　⑤ ㅁ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$ 이다.

29. $\overline{AB} = 100\,\mathrm{m}$인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 $5\,\mathrm{m}$의 속도로, 점 Q 는 $7\,\mathrm{m}$의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 15 초

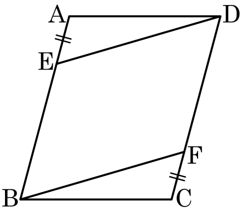
해설

□APCQ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초)라 하면 P 가 이동한 시간은 $x+4$ (초)이다.

$\overline{AP} = 5(x+4)$, $\overline{CQ} = 7x$, $5(x+4) = 7x$

$\therefore x = 10$ (초)이다.

30. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE}=\overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때 □BEDF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{ED}//\overline{DF}$

② $\angle EBF=\angle EDF$, $\angle BED=\angle DFB$

③ $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$

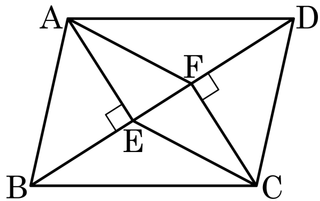
④ $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AE}=\overline{CF}$

⑤ $\overline{BE}//\overline{DF}$, $\overline{BE}=\overline{DF}$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$
즉 $\overline{EB}//\overline{DF}$, $\overline{AE}=\overline{CF}$ 이므로 $\overline{BE}=\overline{DF}$ 이다.
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 사각형 BFDE 는 평행사변형이다.

31. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 는 평행사변형이다. 이용되는 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 다른 것을 이등분한다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

④ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

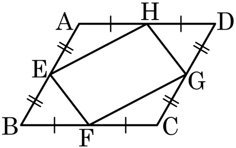
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{CF}$

$\angle AEF = \angle CFE = 90°$ (엇각) 이므로 $\overline{AE} // \overline{CF}$

따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

32. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 차례로 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이다.
SAS 합동 조건에 따라 $\triangle AEH \equiv \triangle FCG$, $\triangle EBF \equiv \triangle HGD$ 이므로
$\overline{EH} = \overline{FG}$, $\overline{EF} = \overline{HG}$ 이다.
두 쌍의 대응변의 길이가 같으므로 사각형 HEFG 는 평행사변형이다.