

1. 다음 중 이차함수인 것을 모두 고르면?

① $y = (x - 1)(x + 1)$

② $y = (2x + 1)^2 - 4x^2$

③ $y = \left(\frac{3}{x-3}\right)^2$

④ $y = (x + 1)^2 - x^2$

⑤ $y = (2x - 2)^2 + x^2$

해설

②는 정리하면 $y = 4x + 1$ 이므로 일차함수, ③은 분수함수, ④는 정리하면 $y = 2x + 1$ 이므로 일차함수이다.

2. 이차함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, R 은 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1, \quad 2a^2 - 4a + 2 = 0, \quad a^2 - 2a + 1 = 0,$$

$$(a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

3. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 두 점 $(-1, p), (1, q)$ 를 지나고 $p - q = -8$ 일 때, $b^2 - 3b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

두 점 $(-1, p), (1, q)$ 를 지나므로 대입하면 $p = a - b + c, q = a + b + c$ 이다.

두 식을 연립하면 $p - q = -2b = -8, b = 4$ 이다.

따라서 $b^2 - 3b = 4^2 - 3 \times 4 = 4$ 이다.

4. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 의 값이 -1 에서 5 까지 증가할 때, y 의 값은 24 만큼 감소한다. 다음 중 이 그래프 위에 있는 점은?

보기

- ㉠ $(2, -4)$ ㉡ $(-4, -16)$ ㉢ $(3, 9)$
㉤ $(-4, -32)$ ㉥ $(4, -2)$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉥ ⑤ ㉤, ㉥

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수를 $f(x) = ax^2$ 이라 하자.
 $f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f(-1) = a$, $f(5) = 25a$ 이므로 $25a - a = -24$, $24a = -24$, $a = -1$ 이다.
 $\therefore f(x) = -x^2$
㉠ $f(2) = -1 \times (2)^2 = -4 \quad \therefore (2, -4)$
㉤ $f(-4) = -1 \times (-4)^2 = -16 \quad \therefore (-4, -16)$
따라서 주어진 그래프 위의 점은 ㉠, ㉡이다.

5. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = \frac{3}{2}x^2$

⑤ $y = 3x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁다.

6. 다음은 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 설명한 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?
- ① x 축에 대하여 대칭이다.
 - ② 제 3, 4사분면을 지난다.
 - ③ 아래로 볼록한 포물선이다.
 - ④ $y = x^2$ 과 y 축에 대하여 대칭이다.
 - ⑤ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

해설

- ① y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 위로 볼록한 포물선이다.
- ④ $y = x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

7. $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -2)$ 를 지난다. 이 때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$y = \frac{4}{3}x^2 + q$ 이다.

$(\sqrt{3}, -2)$ 을 대입하면 $-2 = 4 + q$ 이므로 $q = -6$ 이다.

8. 이차함수 $y = -3(x + 1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.
- ③ 점 $(2, 27)$ 을 지난다.
- ④ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ③ 점 $(2, -27)$ 을 지난다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

9. $y = 2(x - 3)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 $(5, 3)$ 을 지나는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2(x - 3)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 $y = 2(x - 3 - p)^2 + 3$ 이 되고, 점 $(5, 3)$ 을 지나므로
 $3 = 2(5 - 3 - p)^2 + 3$
 $\therefore p = 2$

10. 이차함수 $y = -x^2 + 2mx + m^2 + 4m - 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = -2x - 2$ 위에 있을 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 0$

▷ 정답 : $m = -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2mx + m^2 + 4m - 2 \\ &= -(x - m)^2 + 2m^2 + 4m - 2 \end{aligned}$$

꼭짓점 $(m, 2m^2 + 4m - 2)$ 가 직선

$y = -2x - 2$ 위에 있으므로

$$2m^2 + 4m - 2 = -2m - 2$$

$$2m^2 + 6m = 0, \quad 2m(m + 3) = 0$$

$$\therefore m = 0 \text{ 또는 } m = -3$$

11. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -\frac{1}{2}$

해설

축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로

$x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

12. 이차함수 $y = (-x - 4)^2 - 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수의 식이 $y = a(x + p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하면?

① 20 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ -20

해설

$y = (-x - 4)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면
 $-y = (-x - 4)^2 - 5$,
 $y = -(-x - 4)^2 + 5 = -(x + 4)^2 + 5$ 이므로
 $a = -1, p = 4, q = 5$
 $\therefore apq = -20$

13. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 제 1, 2, 3 사분면을 지날 때, a, p, q 의 부호는?

① $a < 0, p < 0, q < 0$

② $a < 0, p > 0, q < 0$

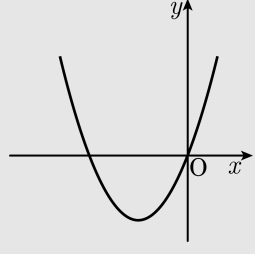
③ $a > 0, p < 0, q > 0$

④ $a > 0, p > 0, q > 0$

⑤ $a > 0, p < 0, q < 0$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같아야 하므로 $a > 0, p < 0, q < 0$



14. $y = k(k-2)x^2 - 3x^2 + 5x + 8k$ 가 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k-2) - 3 \neq 0$, $k(k-2) \neq 3$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 3$ 이다.

15. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -4)$ 이고 점 $(0, 6)$ 을 지나는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ (a, p, q 는 상수) 의 꼴로 나타내었을 때, apq 를 구하여라.

① 12

② 16

③ 20

④ 24

⑤ 28

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -4)$ 이므로
 $y = a(x + 2)^2 - 4$ 에 $(0, 6)$ 을 대입
 $6 = a(0 + 2)^2 - 4$
 $4a = 10, a = \frac{5}{2}$
 $\therefore y = \frac{5}{2}(x + 2)^2 - 4$
 $a = \frac{5}{2}, p = -2, q = -4$
따라서 $apq = 20$ 이다.

16. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -(x - 3)^2 + 8 + 4m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4m + 8)$ 이다.
꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 을 지나므로 $-6 + 4m + 8 + 6 = 0$,
 $4m = -8$, $m = -2$ 이다.

17. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

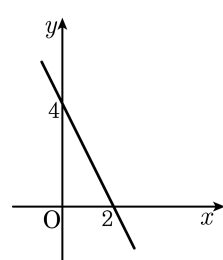
$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

18. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $(-2, 7)$ ② $(-2, -7)$
 ③ $(7, 2)$ ④ $(-7, 2)$



⑤ $(2, 7)$

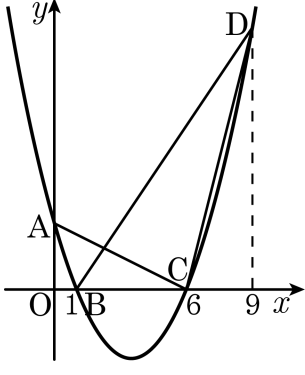
해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

19. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times c = \frac{15}{2} \text{ 이다.}$$

$$c = 3, \text{ 즉 } A(0, 3) \text{ 이다.}$$

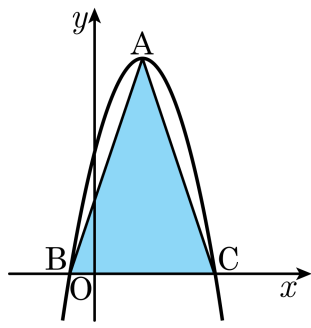
$$y = ax^2 + bx + 3 = a(x - 1)(x - 6) = ax^2 - 7ax + 6a$$

$$6a = 3, a = \frac{1}{2}, b = -\frac{7}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \text{ 이므로 } D(9, 12) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times 12 = 30$$

20. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 두 점 B 와 C 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

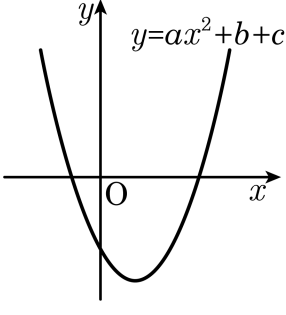


- ① 15 ② 21 ③ 27 ④ 33 ⑤ 39

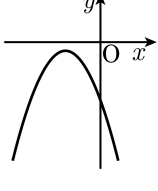
해설

$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x - 2)^2 + 9$ 에서 꼭짓점의 좌표는 A (2, 9)
 $y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x + 5$, $x^2 - 4x - 5 = 0 (x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$
따라서 두 점 B, C 의 좌표는 B (-1, 0), C (5, 0) 이므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

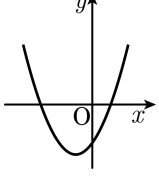
21. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



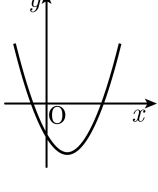
①



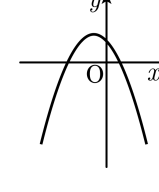
②



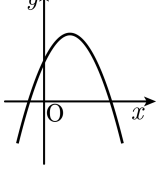
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$
 y 절편 $c < 0$
따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3, -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$ 이고,
 $y = x - 1$ 에서 (3, 2), (-2, -3)을 지나므로,
 $a + q = 2, 16a + q = -3$ 에서
 $a = -\frac{1}{3}, q = \frac{7}{3}$ 이므로
 $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$
따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

23. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

- ㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다.

㉡ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.

㉢ 점 $(6, -2)$ 를 지난다.

- ① $y = -2(x - 4)^2$

② $y = 2(x - 4)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $y = a(x - 4)^2$ 의 형태에서 점 $(6, -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$ 이다.

24. $y = x^2$ 의 그래프를 평행이동하였더니 세 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, $(4, k)$ 를 지나는 포물선이 되었다. k 의 값을 구하면?

① -6 ② -2 ③ 0 ④ 5 ⑤ 11

해설

$y = x^2$ 을 평행이동하였더니 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ 을 지나므로 $y = (x + 1)(x - 3)$
 $(4, k)$ 를 대입하면 $k = (4 + 1)(4 - 3)$
따라서 $k = 5$ 이다.

25. 이차함수 $y = (x + 4)^2$, $y = (x - 1)^2$ 의 그래프의 교점에서 x 축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점을 각각 A, B 라 하자. 이때 선분 AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

두 이차함수의 그래프의 교점에서 x 축으로 평행한 선분을 그었을 때, 두 그래프와 만나는 교점 사이의 거리는 두 그래프의 꼭짓점 사이의 거리의 2배와 같다.

$(-4, 0)$ 과 $(1, 0)$ 사이의 거리= 5

따라서 선분 AB의 길이는 $5 \times 2 = 10$ 이다.