

1. 다음을 연립부등식으로 나타낸 것 중 옳은 것은?

어떤 수 x 에서 4를 빼면 10 보다 작고, x 의 3 배에 3 를 더하면 22 보다 작지 않다.

①
$$\begin{cases} x - 4 < 10 \\ 3x + 3 > 22 \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} x - 4 < 10 \\ 3x + 3 \geq 22 \end{cases}$$

⑤
$$\begin{cases} x + 4 < 10 \\ 3x - 3 \geq 22 \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} x - 4 < 10 \\ 3x + 3 < 22 \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} x - 4 > 10 \\ 3x + 3 < 22 \end{cases}$$

해설

$$\begin{cases} x - 4 < 10 \\ 3x + 3 \geq 22 \end{cases}$$

문제의 뜻에 맞게 세운다.

2. 부등식 $-1 < -2x + 1 < 3$ 의 해를 구하면?

① $-2 < x < 2$

② $-2 < x < -1$

③ $-1 < x < 1$

④ $-1 < x < 2$

⑤ $1 < x < 2$

해설

$$-1 < -2x + 1 < 3 \rightarrow \begin{cases} -1 < -2x + 1 \\ -2x + 1 < 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\therefore -1 < x < 1$$

3. 부등식 $|x - 2| \leq 2x - 1$ 을 풀면?

① $x \geq 2$

② $x \geq -1$

③ $1 \leq x < 2$

④ $x \geq 1$

⑤ $x < 2$

해설

(i) $x < 2$ 인 경우

$$-x + 2 \leq 2x - 1$$

$$3 \leq 3x, 1 \leq x$$

이 범위에서의 해는 $1 \leq x < 2$ 이다.

(ii) $x \geq 2$ 인 경우

$$x - 2 \leq 2x - 1$$

$$-1 \leq x$$

이 범위에서 해는 $x \geq 2$ 이다.

따라서 x 의 범위는 $x \geq 1$ 이다.

4. 이차부등식 $x^2 - 2x - 8 < 0$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$x^2 - 2x - 8 < 0 \text{ 에서 } (x - 4)(x + 2) < 0$$

$$\therefore -2 < x < 4$$

$$b - a = 6$$

5. $2 \leq x \leq 5$, $1 \leq y \leq a$ 일 때, $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되기 위한 실수 a 의 최솟값은? (단, $a \geq 1$)

① 1

② $\frac{8}{7}$

③ $\frac{7}{6}$

④ $\frac{5}{4}$

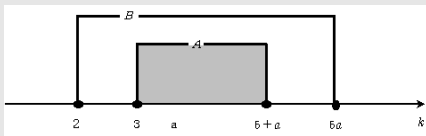
⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$3 \leq x+y \leq 5+a$, $2 \leq xy \leq 5a$ 이므로

$3 \leq x+y \leq 5+a$,

이때 $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되려면 다음 수직선에서



$5+a \leq 5a$ 이어야 하므로 $4a \geq 5$

$$\therefore a \geq \frac{5}{4}$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 3 > -x + 9 \\ 5x < 4x + a \end{cases}$ 를 만족하는 자연수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

① $3 < a \leq 4$

② $3 < a < 4$

③ $4 \leq a < 5$

④ $4 < a \leq 5$

⑤ $5 < a \leq 6$

해설

$$3x - 3 > -x + 9, \quad x > 3$$

$$5x < 4x + a, \quad x < a$$

$$\therefore 3 < x < a$$

만족하는 자연수가 2개, 즉 4, 5 이므로 $5 < a \leq 6$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 4 < a \\ x + 7 > 5 \end{cases}$ 의 해가 $-2 < x < 6$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{cases} 2x + 4 < a \\ x + 7 > 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{a-4}{2} \\ x > -2 \end{cases}$$

$$-2 < x < \frac{a-4}{2}$$

$$\frac{a-4}{2} = 6, a-4 = 12$$

$$\therefore a = 16$$

8. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $k \leq -2$

② $-1 \leq k \leq 2$

③ $1 \leq k \leq 8$

④ $2 \leq k \leq 8$

⑤ $k \leq 8$

해설

x^2 의 계수가 미지수 k 이므로

i) $k = 0$ 일 때 $8x + 2 \geq 0$ 에서 $x \geq -\frac{1}{4}$ 이므로

모든 실수 x 에 대하여 성립하는 것은 아니다.

ii) $k \neq 0$ 일 때 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 의 해가 모든 실수이려면 $k > 0 \cdots \textcircled{7}$

$$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 2k \leq 0, \quad k^2 - 10k + 16 \leq 0,$$

$$(k-2)(k-8) \leq 0 \quad \therefore 2 \leq k \leq 8 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 의 공통 범위를 구하면 $2 \leq k \leq 8$

i), ii)에서 $2 \leq k \leq 8$ 이다.

9. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$

② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$

③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$

④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$

⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로

$a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고

이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x - \alpha)(x - \beta) < 0$

양변에 a 를 곱하면

$$a(x - \alpha)(x - \beta) > 0$$

$$ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta > 0$$

$$\therefore b = -a(\alpha + \beta), c = a\alpha\beta$$

따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면

$$a\alpha\beta x^2 + a(\alpha + \beta)x + a > 0$$

$$\alpha\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$$

$$(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta} \quad (\because 0 < \alpha < \beta)$$

10. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \leq 0 \\ x^2 + 2x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

해설

$$x^2 - 2x + 1 \leq 0 \rightarrow (x - 1)^2 \leq 0$$

$(x - 1)^2$ 은 항상 0 이상이므로

만족하는 해는 $x = 1$ 이 유일

$$x^2 + 2x + 2 = (x + 1)^2 + 1 > 0$$

$$\rightarrow (x + 1)^2 + 1 \geq 1$$

∴ 모든 실수

$$\therefore x = 1$$

11. $\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 범위의 해가 $\alpha < x \leq \beta$ 일 때,
 $\alpha + \beta$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 - 3x \leq 0 \text{에서}$$

$$x(x-3) \leq 0 \text{이므로}$$

$$0 \leq x \leq 3 \cdots (가)$$

$$x^2 - 5x + 4 < 0 \text{에서}$$

$$(x-1)(x-4) < 0 \text{이므로}$$

$$1 < x < 4 \cdots (나)$$

(가), (나)에 의해

$$1 < x \leq 3 \text{이므로}$$

$$\alpha = 1, \beta = 3$$

$$\therefore \alpha + \beta = 4$$

12. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \cdots \cdots \textcircled{2}$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$

13. x 에 대한 이차부등식 $x^2 - 10x - 24 \geq 0$, $(x+1)(x-a^2+a) \leq 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 존재하지 않도록 상수 a 의 값의 범위는?

① $-3 < a < 12$

② $-3 < a < 8$

③ $-3 < a < 4$

④ $-2 < a < 12$

⑤ $-2 < a < 3$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 10x - 24 \geq 0 \cdots (가) \\ (x+1)(x-a^2+a) \leq \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서

$$\begin{cases} (x-12)(x+2) \geq 0 \\ \therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 12 \end{cases}$$

(가)와 (나)의 공통 범위가 존재하지 않으려면 다음 그림에서

$$\frac{-2 < a^2 - a < 12}{\text{(다)} \quad \text{(라)}}$$

(다)에서

$$a^2 - a + 2 > 0, \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$$

$\therefore$ 모든 실수

(라)에서

$$a^2 - a - 12 < 0, (a+3)(a-4) < 0$$

$$\therefore -3 < a < 4$$

따라서 (다)와 (라)의 공통 범위를 구하면

$$-3 < a < 4$$

14. 이차방정식 $ax^2 - (a-3)x + a-2 = 0$ 이 적어도 한 개의 정수근을 갖도록 하는 정수 a 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

이차방정식이므로 $a \neq 0$ 이고
실근을 가지므로

$$D = (a-3)^2 - 4a(a-2) \geq 0$$
$$3a^2 - 2a - 9 \leq 0$$

$$\therefore \frac{1 - \sqrt{28}}{3} \leq a \leq \frac{1 + \sqrt{28}}{3}$$

$-1.\times\times\dots \leq a \leq 2.\times\times\dots$ 이므로

a 의 정수값은 $-1, 0, 1, 2$

그런데 $a \neq 0$ 이고 $a = 1$ 일 때는 정수근이 없다.

$\therefore a = -1, 2$ 이고 구하는 합은 1

15. 이차방정식 $4x^2 + 8kx + 8k - 3 = 0$ 이 실근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $k \leq \frac{1}{2}$ 또는 $k \geq \frac{3}{2}$

② $k < \frac{1}{2}$ 또는 $k > \frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{2} < k < \frac{3}{2}$

④ $\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{3}{2}$

⑤ 모든 실수

해설

$$\frac{D}{4} \geq 0 \text{에서 } (4k)^2 - 4(8k - 3) \geq 0$$

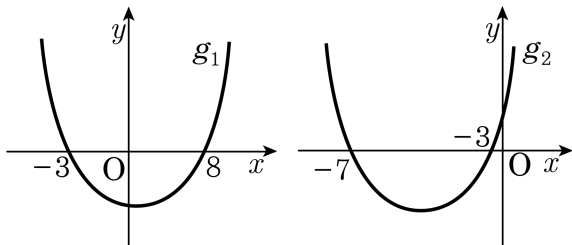
$$16k^2 - 32k + 12 \geq 0$$

$$4k^2 - 8k + 3 \geq 0$$

$$(2k - 3)(2k - 1) \geq 0$$

$$\therefore k \leq \frac{1}{2} \text{ 또는 } k \geq \frac{3}{2}$$

16. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 를 갑은 일차항의 계수를 잘못 보고 그래프 g_1 을, 을은 상수항을 잘못 보고 그래프 g_2 를 그렸다. 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 13 개

해설

갑은 상수항을 바르게 보았으므로

g_1 의 상수항 $b = -24$ ($\because$ 두 근의 곱)

을은 일차항의 계수를 바르게 보았으므로

g_2 의 일차항 $a = 10$

($\because$ 대칭축의 방정식은 $x = -\frac{a}{2} = -5$)

이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 에 a, b 를 대입하면

$x^2 + 10x - 24 < 0$, $(x + 12)(x - 2) < 0$

$\therefore -12 < x < 2$

따라서 만족하는 정수는 13 (개)

17. 연립부등식
$$\begin{cases} 1.2x - 2 \leq 0.8x + 3.2 \\ 3 - \frac{x-2}{4} < \frac{2x-3}{2} \\ 0.9x \leq 6 \end{cases}$$
 의 해가 $a < x \leq b$ 일 때, $a - b$

의 값을 구하면?

① -9

② -5

③ -2

④ 2

⑤ 9

해설

i) $1.2x - 2 \leq 0.8x + 3.2$,

$0.4x \leq 5.2$, $x \leq 13$

ii) $3 - \frac{x-2}{4} < \frac{2x-3}{2}$ 의 양변에 4 를 곱하면 $12 - (x-2) <$

$2(2x-3)$, $x > 4$

iii) $0.9x \leq 6$

$\frac{9}{9}x \leq 6$

$x \leq 6$

$\therefore 4 < x \leq 6$

18. $a - 1 < x < a + 1$ 을 만족하는 모든 x 가 $-1 < x < 3$ 을 만족할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 < a < 2$

② $0 \leq a \leq 2$

③ $a < 0, a > 2$

④ $a \leq 0, a \geq 2$

⑤ 구할 수 없다.

해설

$a - 1 \geq -1$ 이고, $a + 1 \leq 3$ 이어야 하므로

$$a \geq 0, a \leq 2$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2$$

19. 연립부등식

$$\begin{cases} \frac{10-x}{4} \leq a \\ 6x-5 \leq 2x+1 \end{cases}$$

이 정수해를 가질 때, 정수 a 의 최솟값을 구하여

라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{10-x}{4} \leq a, 10-x \leq 4a, x \geq -4a+10$$

$$6x-5 \leq 2x+1, 4x \leq 6, x \leq \frac{3}{2}$$

정수해를 갖기 위해서는

$$-4a+10 \leq 1$$

$$\therefore a \geq \frac{9}{4}$$

따라서 정수 a 의 최솟값은 3 이다.

20. 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq 2 \end{cases}$ 의 해가 없도록 하는 a 의 값 중 가장 작은 값은?

① -2

② 0

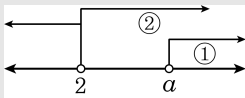
③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{cases} x > a \\ x \leq 2 \end{cases} \text{ 의 해가 없으려면}$$



$x > a$ 는 ①이거나 ②이므로 $a \geq 2$
따라서 a 의 가장 작은 수는 2 이다.