1. 다음 물음에 답하여라.

(1) v, w, x, y, z의 표준편차가 9일 때, $4v+2$, $4w+2$, $4x+2$, $4y+2$, $4z+2$의 표준편차를 구하여라.
(2) a, b, c, d, e의 표준편차가 5일 때, $3a-1$, $3b-1$, $3c-1$, $3d-1$, $3e-1$의 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

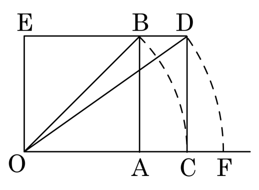
▷ 정답 : (1) 36

▷ 정답 : (2) 15

해설

n개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$의 평균이 m이고 표준편차가 s일 때, 변량 $ax_1+b, ax_2+b, ax_3+b, \cdots, ax_n+b$에 대하여 평균은 $am+b$이고 표준편차는 $|a|s$이다.
(1) $|4|\cdot 9=36$
(2) $|3|\cdot 5=15$

2. 다음 그림에서 □OABE 는 한 변의 길이가 $2a$ 인 정사각형이다. $\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$, $\overline{\mathrm{OD}} = \overline{\mathrm{OF}}$ 일 때,$\overline{\mathrm{OF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}a$

해설

$\overline{\mathrm{OB}} = 2\sqrt{2}a,\ \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OB}} = 2\sqrt{2}a$

$\overline{\mathrm{OD}} = \sqrt{(2\sqrt{2}a)^2 + (2a)^2} = 2\sqrt{3}a$

$\therefore\ \overline{\mathrm{OF}} = \overline{\mathrm{OD}} = 2\sqrt{3}a$

3. 세 변의 길이가 보기와 같은 삼각형 중에서 둔각삼각형의 개수는?

보기

㉠ 11cm, 16cm, 26cm	㉡ 1cm ,1cm , $\sqrt{2}$cm
㉢ 5cm, 12cm, 13cm	㉣ 1cm, $\sqrt{3}$cm, 2cm
㉤ 5cm ,6cm , 7cm	㉥ 6cm, 7cm, 8cm

① 0개　② 1개　③ 2개　④ 3개　⑤ 4개

해설

둔각삼각형 : ㉠
직각삼각형 : ㉡, ㉢, ㉣
예각삼각형 : ㉤, ㉥

4. 세 변의 길이가 각각 $a-5$, $2a-9$, 15 인 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라. (단, 15는 가장 긴 변이 아니다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

길이는 양수이므로 $a-5>0$, $2a-9>0$

$\therefore\ a>5$

$(2a-9)-(a-5)=a-4>0\ (\because\ a>5)$

$\therefore\ 2a-9>a-5$

$(2a-9)$ 가 가장 긴 변이므로 $(a-5)+15>2a-9$

$\therefore\ 5<a<19$

$(2a-9)^2=(a-5)^2+15^2$

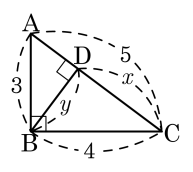
$3a^2-26a-169=0$

$(3a+13)(a-13)=0$

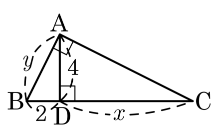
$\therefore\ a=13$

5. 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 x, y의 값을 각각 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $x = \frac{16}{5}$, $y = \frac{12}{5}$

▷ 정답 : (2) $x = 8$, $y = 2\sqrt{5}$

해설

(1) $\overline{BC}^2 = \overline{CD} \cdot \overline{CA}$에서 $4^2 = x \times 5$

$\therefore\ x = \frac{16}{5}$

$\therefore\ \overline{AD} = \overline{AC} - \overline{DC} = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5}$

$\overline{BD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DC}$에서 $y^2 = \frac{9}{5} \times \frac{16}{5}$

$\therefore\ y = \frac{12}{5} (\because y > 0)$

(2) $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \cdot \overline{DC}$에서 $4^2 = 2 \times x$

$\therefore\ x = 8$

$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \cdot \overline{BC}$에서 $y^2 = 2 \times (2 + 8)$

$\therefore\ y = 2\sqrt{5} (\because y > 0)$

6. 두 이차함수 $y = -\frac{1}{5}x^2 + 2x - 1$ 과 $y = \frac{1}{7}x^2 + 2x + 16$ 의 그래프의 두 꼭짓점 사이의 거리는?

① 9　　② $\sqrt{15}$　　③ 11　　④ 13　　⑤ $3\sqrt{5}$

해설

$y = -\frac{1}{5}x^2 + 2x - 5$

$y = -\frac{1}{5}(x-5)^2 + 4$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $(5,\ 4)$ 이고,

$y = \frac{1}{7}x^2 + 2x + 16$

$y = \frac{1}{7}(x+7)^2 + 9$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $(-7,\ 9)$ 이므로

두 꼭짓점 사이의 거리는

$\sqrt{\{5-(-7)\}^2 + (4-9)^2} = \sqrt{169} = 13$ 이다.

7. 이차함수 $y = 2x^2 + 8x - 7$ 의 꼭짓점을 P , y 축과 만나는 점의 좌표를 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{17}$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 8x - 7 \\ &= 2(x^2 + 4x + 4 - 4) - 7 \\ &= 2(x+2)^2 - 15 \end{aligned}$$

$\mathrm{P}(-2, -15), \mathrm{Q}(0, -7)$

$$\begin{aligned} \therefore \ \overline{\mathrm{PQ}} &= \sqrt{(0+2)^2 + (-7+15)^2} \\ &= \sqrt{4+64} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17} \end{aligned}$$

8. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20 명 학생의 수학 퀴즈 점수를 나타낸 것이다. 수학퀴즈점수의 분산과 표준편차를 구하여라.

점수(점)	10	20	30	40	50
학생 수(명)	3	5	6	4	2

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 분산 142.75

▷ 정답 : 표준편차 $\sqrt{142.75}$

해설

평균 :
$$\frac{3\times10+5\times20+6\times30+4\times40+2\times50}{20}=$$
28.5

편차 : $-18.5,\ -8.5,\ 1.5,\ 11.5,\ 21.5$

분산 : $$\frac{(-18.5)^2\times3+(-8.5)^2\times5+1.5^2\times6}{20}+\frac{11.5^2\times4+21.5^2\times2}{20}=142.75$$

표준편차 : $\sqrt{142.75}$

9. 다음은 수진이네 반 학생 30 명의 키를 나타낸 도수분포표이다. 이 반 학생들의 키의 분산과 표준편차를 구하여라.

키(cm)	학생 수(명)
$150^{\text{이상}} \sim 155^{\text{미만}}$	3
$155^{\text{이상}} \sim 160^{\text{미만}}$	9
$160^{\text{이상}} \sim 165^{\text{미만}}$	13
$165^{\text{이상}} \sim 170^{\text{미만}}$	4
$170^{\text{이상}} \sim 175^{\text{미만}}$	1

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 분산: $\frac{263}{12}$

▷ 정답: 표준편차: $\sqrt{\frac{263}{12}}$

해설

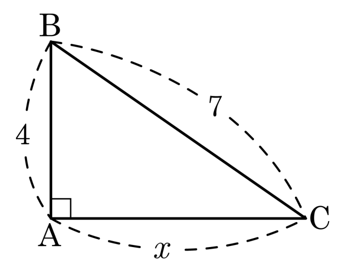
평 균 : $\frac{152.5 \times 3 + 157.5 \times 9 + 162.5 \times 13}{30} + \frac{167.5 \times 4 + 172.5}{30} = 161$

편차: $-8.5, -3.5,\ 1.5,\ 6.5,\ 11.5$

분 산 : $\frac{(-8.5)^2 \times 3 + (-3.5)^2 \times 9 + 1.5^2 \times 13}{30} + \frac{6.5^2 \times 4 + 11.5^2}{30} = \frac{263}{12}$

표준편차: $\sqrt{\frac{263}{12}}$

10. 다음 삼각형에서 x 의 값을 구하면?

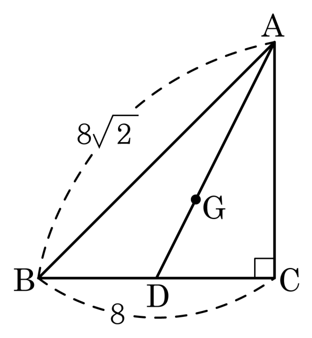


① $\sqrt{31}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ $\sqrt{34}$ ⑤ 6

해설

$x = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33}$

11. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 중선이고, 점 G 는 무게중심일 때,
$\overline{DG}$ 의 길이를 구하여라.

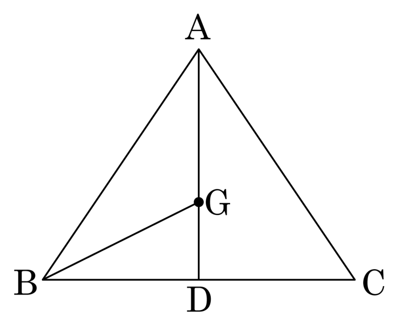


① $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　② $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$　③ $\sqrt{5}$　④ $\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$　⑤ $\dfrac{5\sqrt{5}}{3}$

해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AC}^2 = (8\sqrt{2})^2 - 8^2 = 8^2$
$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 8$ 이다.
점 D 는 변 BC 를 이등분하므로 $\overline{CD} = 4$
따라서 삼각형 ACD 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AD}^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$ 이다.
$\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 4\sqrt{5}$
$\overline{DG}$ 는 $\overline{AD}$ 의 길이의 $\dfrac{1}{3}$ 이므로 $\overline{DG} = \dfrac{4\sqrt{5}}{3}$ 이다.

12. 한변의 길이가 6 인 정삼각형 ABC 에서 무게중심 G 를 지나는 선분 $\overline{AD}$ 가 $\overline{BC}$ 를 이등분 한다고 한다. $\overline{BG}$ 의 길이를 구했더니 $a\sqrt{b}$ 가 나왔을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

삼각형 ABD 에서 피타고라스 정리에 따라

$\overline{AD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$

$\overline{DG}$ 는 $\overline{AD}$ 의 $\frac{1}{3}$ 이므로

$\overline{DG} = \sqrt{3}$

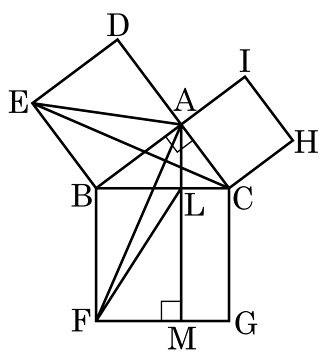
삼각형 BDG 에서 피타고라스 정리에 의해서

$\overline{BG}^2 = (\sqrt{3})^2 + 3^2$

$\therefore \overline{BG} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

따라서 $a = 2,\ b = 3$ 이므로 $a + b = 5$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\angle A$가 직각인 삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형에서 $\overline{AM} \perp \overline{BC}$일 때, $\square ADEB = \square BFML$임을 설명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



$\triangle EBC$와 $\triangle ABF$에서
$\overline{EB} = \overline{AB}$, $\overline{BC} = \overline{BF}$, $\angle EBC = \boxed{}$
$\therefore\ \triangle EBC \equiv \triangle ABF(\boxed{}$합동)
이때 $\overline{EB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{BF} \,/\!/\, \overline{AM}$이므로
$\triangle EBA = \triangle EBC = \boxed{} = \triangle LBF$
$\therefore\ \square ADEB = \square BFML$

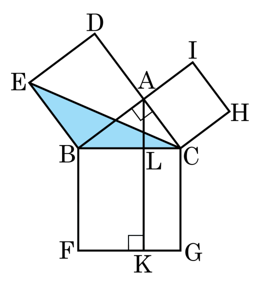
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle ABF$, SAS, $\triangle ABF$

해설

$\triangle EBC$와 $\triangle ABF$에서
$\overline{EB} = \overline{AB}$, $\overline{BC} = \overline{BF}$, $\angle EBC = \angle ABF$
$\therefore\ \triangle EBC \equiv \triangle ABF$(SAS합동)
이때 $\overline{EB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{BF} \,/\!/\, \overline{AM}$이므로
$\triangle EBA = \triangle EBC = \triangle ABF = \triangle LBF$
$\therefore\ \square ADEB = \square BFML$

14. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸을 때, $\triangle EBC$ 와 넓이가 같은 것을 보기에서 모두 찾아 기호로 써라.



보기

㉠ $\triangle ABL$	㉡ $\triangle ALC$	㉢ $\triangle ABF$
㉣ $\triangle EBA$	㉤ $\triangle BLF$	㉥ $\triangle ACH$
㉦ $\triangle LKG$	㉧ $\triangle ACH$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

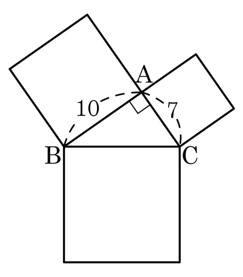
▷ 정답 : ㉤

해설

삼각형의 합동조건과 평행선을 이용해서 $\triangle EBC$ 와 넓이가 같은 것을 찾아보면

$\triangle EBA$, $\triangle ABF$, $\triangle BLF$ 이다.

15. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하여 정사각형을 그린 것이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 10$, $\overline{\mathrm{AC}} = 7$ 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = 10$ 을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 100
$\overline{\mathrm{AC}} = 7$ 을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 49 이므로 $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $100 + 49 = 149$ 이다.