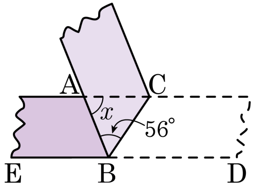
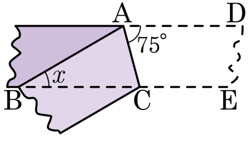
1. 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $68°$

▷ 정답 : (2) $30°$

해설

(1) $\angle CBD = \angle ABC = 56°$(접힌각)

$\angle ACB = \angle CBD = 56°$(엇각)

따라서 두 밑각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$은 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle x = 180° - (56° + 56°) = 68°$

(2) $\angle BAC = \angle DAC = 75°$(접힌각)

$\angle BCA = \angle DAC = 75°$(엇각)

따라서 두 밑각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$은 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle x = 180° - (75° + 75°) = 30°$

2. 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 직각삼각형인 것은 '○' 표, 직각삼각형이 아닌 것은 '×' 표 하여라.

(1) $1,\ 3,\ \sqrt{10}$
(2) $5,\ 6,\ 7$
(3) $4,\ 6,\ 8$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) ○

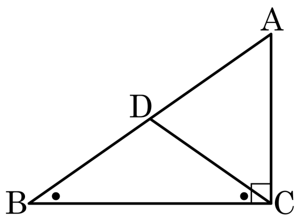
▷ 정답 : (2) ×

▷ 정답 : (3) ×

해설

(1) $(\sqrt{10})^2 = 1^2 + 3^2$ 이므로 직각삼각형이다.
(2) $7^2 \neq 5^2 + 6^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.
(3) $8^2 \neq 4^2 + 6^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

3. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?



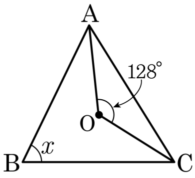
$\angle B = \boxed{(가)}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BD} = \boxed{(나)}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \boxed{(다)} = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로
$\angle ACD = 90° - \boxed{(라)}$ 이다.
그런데 $\angle B = \boxed{(마)}$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

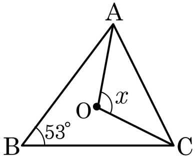
① (가) :$\angle ADC$ ② (나) : $\overline{BC}$ ③ (다) : $\angle BDC$
④ (라) : $\angle BCD$ ⑤ (마) : $\angle ABC$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1) 

(2) 

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $64°$

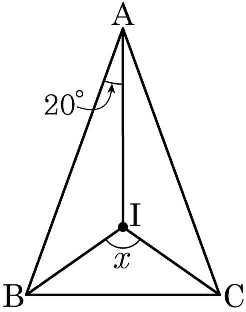
▷ 정답 : (1) $106°$

해설

(1) $\angle x = \dfrac{1}{2} \times \angle \mathrm{AOC} = \dfrac{1}{2} \times 128° = 64°$

(2) $\angle x = 2 \times \angle \mathrm{ABC} = 2 \times 53° = 106°$

5. 다음 그림에서 점 I가 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle BAI = 20°$일 때, $\angle BIC$ 의 크기를 구하여라.



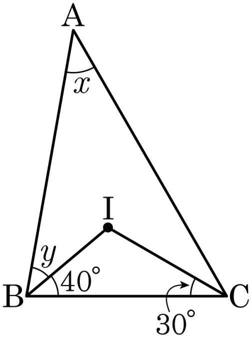
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 110 °

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$이므로 $\angle BAC = 40°$이다.
$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로
$\angle B = \angle C = 70°$이다.
$\angle IBC = \angle IBA = \angle ICB = \angle ICA = 35°$
$\triangle IBC$에서 $\angle x + 35° + 35° = 180°$
$\therefore \ \angle x = 110°$

6. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 값은?



① $60°$ ② $65°$ ③ $70°$ ④ $75°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle x = 180° - 2 \times (40° + 30°) = 40°$

$\therefore \angle x = 40°$

점 I가 삼각형의 내각이므로 점 I와 삼각형의 꼭짓점을 이은 선분은

각을 이등분한다.

$\therefore \angle y = 40°$

$\therefore \angle x + \angle y = 40° + 40° = 80°$

7. 넓이가 8 인 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 12 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

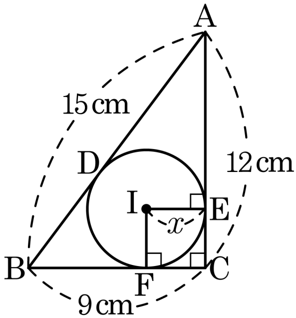
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\frac{1}{2} \times r \times 12 = 8$ 이다.

따라서 $r = \frac{4}{3}$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 I가 직각삼각형 ABC의 내심일 때, 다음을 구하여라.



(1) $\triangle$ABC의 넓이
(2) x의 값

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $54\,\mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : (2) $3\,\mathrm{cm}$

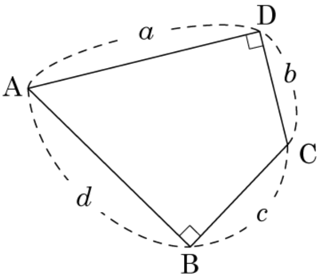
해설

(1) $\frac{1}{2}\times(9\times12)=54(\mathrm{cm}^2)$

(2) $54=\frac{1}{2}x(9+12+15)$

$\therefore\ x=3(\mathrm{cm})$

9. 다음 그림에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 는 $90°$, $\overline{AD} = a$, $\overline{CD} = b$, $\overline{BC} = c$, $\overline{AB} = d$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은 ?



① $a + b = c + d$

② $a = d$, $b = c$

③ $a^2 + d^2 = b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

⑤ $a - d = b - c$

해설

$\overline{AC}$가 공통변이고 각각 $\triangle ADC$, $\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$이 성립한다.

10. 삼각형의 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형으로 구분하여 써라.

(1) $2,\ 2,\ 2\sqrt{2}$

(2) $7,\ 8,\ 9$

(3) $2,\ 4,\ 5$

(4) $\sqrt{10},\ 2\sqrt{3},\ \sqrt{21}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 직각 삼각형

▷ 정답 : (2) 예각 삼각형

▷ 정답 : (3) 둔각 삼각형

▷ 정답 : (4) 예각 삼각형

해설

(1) $(2\sqrt{2})^2 = 2^2 + 2^2$ (직각 삼각형)

(2) $9^2 < 7^2 + 8^2$ (예각 삼각형)

(3) $5^2 > 2^2 + 4^2$ (둔각 삼각형)

(4) $(\sqrt{21})^2 < (\sqrt{10})^2 + (2\sqrt{3})^2$ (예각 삼각형)

11. 세 변의 길이가 다음과 같고, 예각삼각형이 된다고 할 때, x값의 범위를 구하여라. (단, x는 가장 긴 변의 길이이다.)

(1) $3,\ 5,\ x$

(2) $2,\ 6,\ x$

(3) $4,\ 7,\ x$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $2 < x < \sqrt{34}$

▷ 정답 : (1) $4 < x < 2\sqrt{10}$

▷ 정답 : (2) $3 < x < \sqrt{65}$

해설

(1) (i) 삼각형의 결정 조건

$5 - 3 < x < 5 + 3$

$\therefore\ 2 < x < 8$

(ii) 삼각형의 변과 각 사이의 관계

$x^2 < 3^2 + 5^2$

$\therefore\ 0 < x < \sqrt{34}$

따라서 (i), (ii) 에서 $2 < x < \sqrt{34}$

(2) (i) 삼각형의 결정 조건

$6 - 2 < x < 6 + 2$

$\therefore\ 4 < x < 8$

(ii) 삼각형의 변과 각 사이의 관계

$x^2 < 2^2 + 6^2$

$\therefore\ 0 < x < 2\sqrt{10}$

따라서 (i), (ii) 에서 $4 < x < 2\sqrt{10}$

(3) (i) 삼각형의 결정 조건

$7 - 4 < x < 7 + 4$

$\therefore\ 3 < x < 11$

(ii) 삼각형의 변과 각 사이의 관계

$x^2 < 4^2 + 7^2$

$\therefore\ 0 < x < \sqrt{65}$

따라서 (i), (ii) 에서 $3 < x < \sqrt{65}$

12. 세 변의 길이가 $4\text{cm}, a\text{cm}, (a+1)\text{cm}$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위를 구하여라. (단, $a > 4$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > \dfrac{15}{2}$

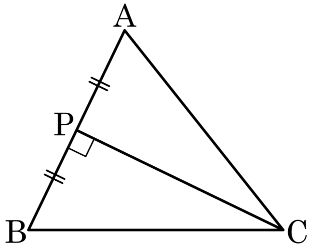
해설

$(a+1)^2 > a^2 + 4^2$

$a^2 + 2a + 1 > a^2 + 16$

$2a > 15 \therefore a > \dfrac{15}{2}$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{AB} \perp \overline{CP}$ 인 삼각형 ABC를 보고 옳은 것을 모두 골라라.



㉠ $\angle A = \angle B$	㉡ $\triangle ABC$ 는 직각삼각형
㉢ $\angle ACP = \angle BCP$	㉣ $\overline{AC} \neq \overline{BC}$

▶ 답 :

▶ 답 :

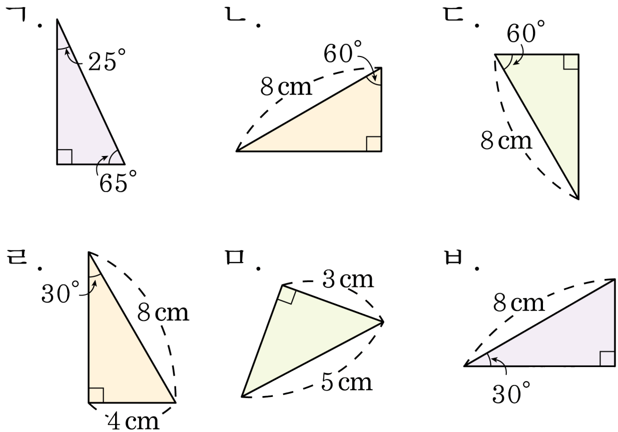
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

$\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{AB} \perp \overline{CP}$ 이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACP = \angle BCP$

14. 다음 보기의 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것을 고르고 합동 조건을 말하여라.



▶ 답 :

▶ 답 : 합동

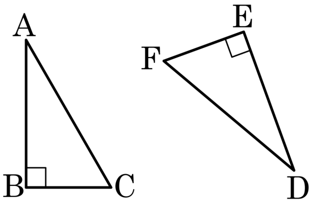
▷ 정답 : ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅂ

▷ 정답 : RHA 합동

해설

ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅂ은 모두 합동인 직각삼각형이다.
직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 모두 같다.
RHA 합동이다.

15. 다음 중 두 직각삼각형 ABC , DEF 가 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?



① $\overline{AB}=\overline{DE},\ \overline{BC}=\overline{EF}$

② $\overline{AB}=\overline{DE},\ \angle A=\angle D$

③ $\angle A=\angle D,\ \angle C=\angle F$

④ $\angle A=\angle D,\ \overline{AC}=\overline{DF}$

⑤ $\overline{AC}=\overline{DF},\ \overline{BC}=\overline{EF}$

해설

세 내각이 같다고 해서 합동이라 말할 수는 없다.