

1. 세 변의 길이가 다음과 같고, 예각삼각형이 된다고 할 때, x 값의 범위를 구하여라. (단, x 는 가장 긴 변의 길이이다.)

(1) 2, 7, x

(2) 4, 5, x

(3) 6, 10, x

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (1) $5 < x < \sqrt{53}$

▷ 정답: (1) $1 < x < \sqrt{41}$

▷ 정답: (2) $4 < x < 2\sqrt{34}$

해설

- (1) (i) 삼각형의 결정 조건

$$7 - 2 < x < 7 + 2$$

$$\therefore 5 < x < 9$$

- (ii) 삼각형의 변과 각 사이의 관계

$$x^2 < 2^2 + 7^2$$

$$\therefore 0 < x < \sqrt{53}$$

따라서 (i), (ii)에서 $5 < x < \sqrt{53}$

- (2) (i) 삼각형의 결정 조건

$$5 - 4 < x < 5 + 4$$

$$\therefore 1 < x < 9$$

- (ii) 삼각형의 변과 각 사이의 관계

$$x^2 < 4^2 + 5^2$$

$$\therefore 0 < x < \sqrt{41}$$

따라서 (i), (ii)에서 $1 < x < \sqrt{41}$

- (3) (i) 삼각형의 결정 조건

$$10 - 6 < x < 10 + 6$$

$$\therefore 4 < x < 16$$

- (ii) 삼각형의 변과 각 사이의 관계

$$x^2 < 6^2 + 10^2$$

$$\therefore 0 < x < 2\sqrt{34}$$

따라서 (i), (ii)에서 $4 < x < 2\sqrt{34}$

2. 세 변의 길이가 보기와 같은 삼각형 중에서 예각삼각형의 개수를 구하여라.

보기

- | | |
|--|---|
| ㉠ 9cm, 16cm, 24cm | ㉡ $\sqrt{3}\text{cm}, \sqrt{4}\text{cm}, \sqrt{5}\text{cm}$ |
| ㉢ 3cm, 4cm, 5cm | ㉣ 2cm, $\sqrt{3}\text{cm}, 1\text{cm}$ |
| ㉤ $\sqrt{2}\text{cm}, \sqrt{2}\text{cm}, 2\text{cm}$ | ㉥ 6cm, 7cm, 8cm |

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

둔각삼각형 : ㉠
직각삼각형 : ㉢, ㉣, ㉤
예각삼각형 : ㉡, ㉥

3. 삼각형의 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형으로 구분하여 써라.

(1) $2, \sqrt{5}, 3$

(2) $10, 11, 12$

(3) $7, 8, 11$

(4) $3, 3, 3\sqrt{2}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (1) 직각 삼각형

▷ 정답: (2) 예각 삼각형

▷ 정답: (3) 둔각 삼각형

▷ 정답: (4) 직각 삼각형

해설

(1) $3^2 = 2^2 + (\sqrt{5})^2$ (직각 삼각형)

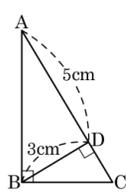
(2) $12^2 < 10^2 + 11^2$ (예각 삼각형)

(3) $11^2 > 7^2 + 8^2$ (둔각 삼각형)

(4) $(3\sqrt{2})^2 = 3^2 + 3^2$ (직각 삼각형)

4. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5 \text{ cm}$, $\overline{BD} = 3 \text{ cm}$ 일 때, \overline{BC} 의 길이는?

- ① $\frac{2\sqrt{23}}{5}$ ② $\frac{3\sqrt{23}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{34}}{5}$
 ④ $\frac{4\sqrt{34}}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$



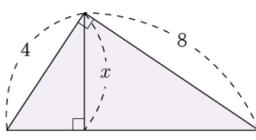
해설

$$\triangle ABC \text{ 에서 } \overline{BD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$$

$$\overline{CD} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5} (\text{cm})$$

$$x = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{34}}{5}$$

5. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

피타고라스 정리를 이용하면 밑변의 길이는

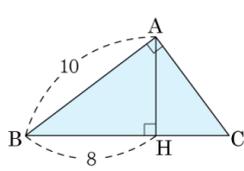
$4\sqrt{5}$ 이다.

삼각형의 넓이는 일정함을 적용하면

$$4 \times 8 = 4\sqrt{5} \times x$$

$$\text{따라서 } x = \frac{32}{4\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

6. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, \overline{CH} 의 길이는?



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{BC} &= x \text{ 라 하자.} \\ 100 &= \overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC} = 8 \times x \\ x &= \frac{100}{8} = \frac{25}{2} \\ \text{따라서 } \overline{CH} &= \frac{25}{2} - 8 = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

7. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 10$ 의 꼭짓점과 점 $(-2, -5)$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{5}$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 10$$

$y = -\frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(4, -2)$ 이다.

따라서 꼭짓점과 점 $(-2, -5)$ 사이의 거리는

$$\sqrt{\{4 - (-2)\}^2 + \{-2 - (-5)\}^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

8. 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프의 두 꼭짓점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{17}$

해설

$y = x^2$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이고,
 $y = -x^2 + 2x + 3$
 $y = -(x-1)^2 + 4$ 이므로 이 함수의 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.
따라서 두 점 사이의 거리는
 $\sqrt{(1-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{17}$ 이다.

9. 이차함수 $y = x^2 + 4x - 6$ 의 꼭짓점을 P, y 축과 만나는 점의 좌표를 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

$$y = x^2 + 4x - 6 = (x + 2)^2 - 10$$

꼭짓점 P(-2, -10)

Q 는 y 절편이므로 (0, -6)

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= \sqrt{(-2-0)^2 + (-10+6)^2} \\ &= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

10. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간 (시간)	학생 수 (명)
0이상 ~ 2미만	4
2이상 ~ 4미만	2
4이상 ~ 6미만	18
6이상 ~ 8미만	6
8이상 ~ 10미만	2
합계	32

- ① 5,1 ② 5,2 ③ 5,4 ④ 6,3 ⑤ 6,4

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{1 \times 4 + 3 \times 2 + 5 \times 18 + 7 \times 6 + 9 \times 2}{32} \\
 &= 5 \\
 (\text{분산}) &= \frac{(-4)^2 \times 4 + (-2)^2 \times 2}{32} \\
 &+ \frac{0^2 \times 18 + 2^2 \times 6 + 4^2 \times 2}{32} = 4 \\
 \therefore (\text{표준편차}) &= \sqrt{4} = 2
 \end{aligned}$$

11. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생수(명)	2	5	8	3	2

- ① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$
 ② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$
 ③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$
 ④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$
 ⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

$$\text{평균} : \frac{2 \times 1 + 2 \times 5 + 3 \times 8 + 4 \times 3 + 5 \times 2}{20} = 2.9$$

$$\text{편차} : -1.9, -0.9, 0.1, 1.1, 2.1$$

$$\text{분산} : \frac{(-1.9)^2 \times 2 + (-0.9)^2 \times 5 + 0.1^2 \times 8 + 1.1^2 \times 3 + 2.1^2 \times 2}{20} = 1.19$$

$$\text{표준편차} : \sqrt{1.19}$$

12. 다음은 학생 20 명의 탁걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3이상 ~ 5미만	6
5이상 ~ 7미만	3
7이상 ~ 9미만	8
9이상 ~ 11미만	3
합계	20

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

학생들의 탁걸이 횟수의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20} \\
 &= \frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(\text{회})
 \end{aligned}$$

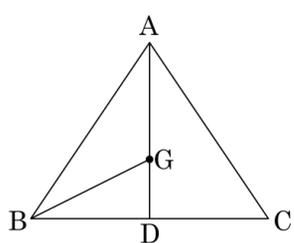
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{20} \{ (4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3 \} \\
 &= \frac{1}{20} (54 + 3 + 8 + 27) = 4.6
 \end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5이다.

13. 한변의 길이가 6인 정삼각형 ABC에서 무게중심 G를 지나는 선분 AD가 BC를 이등분한다고 한다. BG의 길이를 구했더니 $a\sqrt{b}$ 가 나왔을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

삼각형 ABD에서 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$$

\overline{DG} 는 \overline{AD} 의 $\frac{1}{3}$ 이므로

$$\overline{DG} = \sqrt{3}$$

삼각형 BDG에서 피타고라스 정리에 의해서

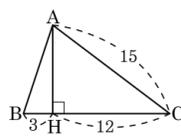
$$\overline{BG}^2 = (\sqrt{3})^2 + 3^2$$

$$\therefore \overline{BG} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

따라서 $a = 2$, $b = 3$ 이므로 $a + b = 5$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 \overline{AB} 의 길이를 구하여라.

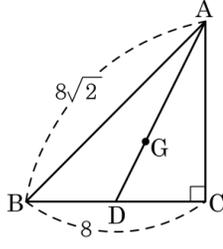
- ① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$
④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5



해설

$$\begin{aligned}\triangle AHC \text{ 에서 } \overline{AH} &= \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9 \\ \triangle ABH \text{ 에서 } \overline{AB} &= \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}\end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 \overline{AD} 는 중선이고, 점 G 는 무게중심일 때, \overline{DG} 의 길이를 구하여라.



- ① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AC}^2 = (8\sqrt{2})^2 - 8^2 = 8^2$
 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 8$ 이다.
 점 D 는 변 BC 를 이등분하므로 $\overline{CD} = 4$
 따라서 삼각형 ACD 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AD}^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$ 이다.
 $\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 4\sqrt{5}$
 \overline{DG} 는 \overline{AD} 의 길이의 $\frac{1}{3}$ 이므로 $\overline{DG} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ 이다.