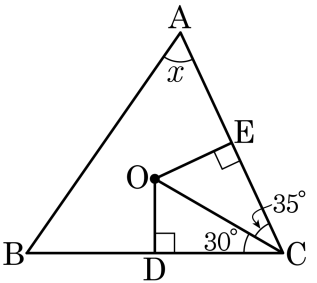
1. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기는?

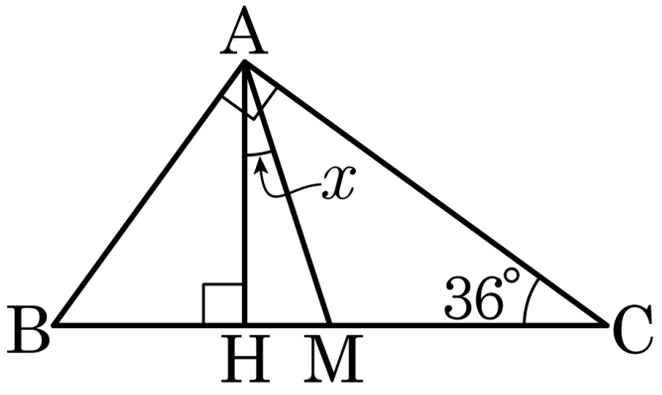


① 40° ② 50° ③ 60° ④ 70° ⑤ 80°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OA}$ 를 그으면 $\angle OBC = 30°$, $\angle OAE = 35°$
$\angle OBA = \angle OAB$
삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로
$\angle A + \angle B + \angle C = 180° \cdots ㉠$
$\angle A = \angle OAB + 35° \cdots ㉡$
$\angle B = \angle OBA + 30° \cdots ㉢$
$\angle C = 30° + 35° \cdots ㉣$
㉡, ㉢, ㉣을 ㉠에 대입하면 $\angle OAB = \angle OBA = 25°$
$\therefore \angle A = 25° + 35° = 60°$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

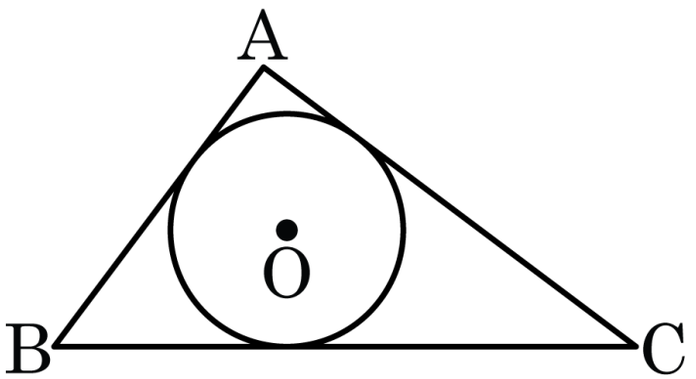


① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠
또, 삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로
$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡
$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$
따라서 $x = 18°$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 내심이다. 내접원의 반지름이 3 cm 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $36\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라



① 9 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 21 cm ⑤ 24 cm

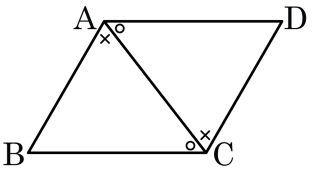
해설

삼각형 세변의 길이를 각각 a, b, c 라 하면

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \triangle OBC + \triangle OAC + \triangle OAB \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times a + \frac{1}{2} \times 3 \times b + \frac{1}{2} \times 3 \times c \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times (a+b+c) = 36\end{aligned}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 24 cm

4. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



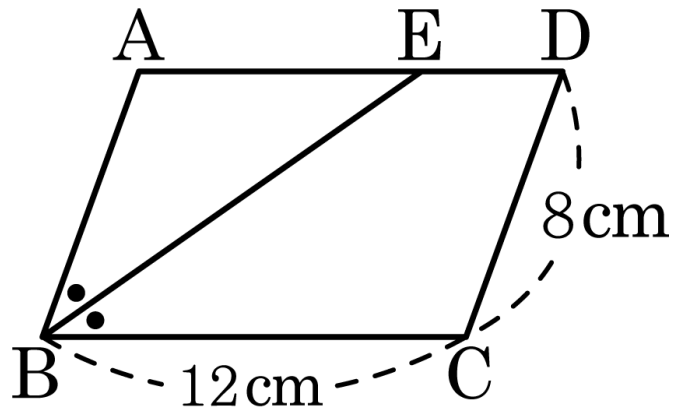
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] [ㄱ] $= \angle C$, $\angle B = \angle D$
[증명] 점 A 와 점 C 를 이으면 △ABD 와 △CDB 에서 [ㄴ] 는 공통 ··· ㉠
$\overline{AB} //$ [ㄷ] 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ··· ㉡
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 [ㄹ] $= \angle DAC$ ··· ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA
([ㅁ] 합동)
∴ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\angle A$ ② ㄴ : $\overline{AC}$ ③ ㄷ : $\overline{DC}$
④ ㄹ : $\angle BCA$ ⑤ ㅁ : SAS

해설

△ABC 와 △CDA 에서 $\overline{AC}$ 는 공통
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$,
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle ACB = \angle DAC$ 이므로 △ABC ≡ △CDA (ASA 합동) 이다.

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다.$\overline{BC} = 12\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



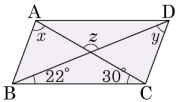
① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

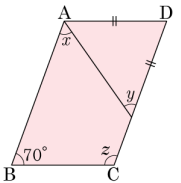
$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)
즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AE} = 8(\text{cm})$
$\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 8 = 4(\text{cm})$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y + \angle z$ 의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 : _____ °

▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : (1) 256°

▷ 정답 : (2) 220°

해설

(1) $\angle z = 180° - 52°$

$\angle y = \angle ABD$ 이므로 $x + y = z$

$\therefore x + y + z = 128° \times 2 = 256°$

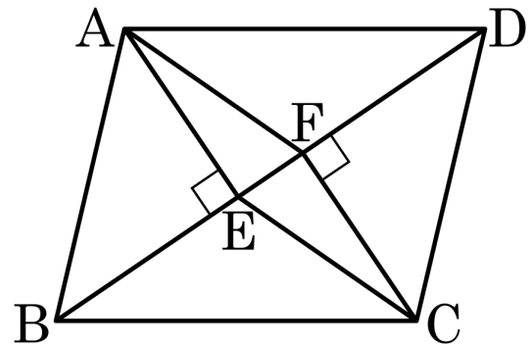
220°

(2) $\angle z = 180° - 70° = 110°$

$\angle y = (180° - 70°) \div 2 = 55° = \angle x$

$\therefore x + y + z = 55° + 55° + 110° = 220°$

7. □ABCD가 평행사변형일 때, 어두운 사각형은 평행사변형이다. 그 이유로 적당한 것은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

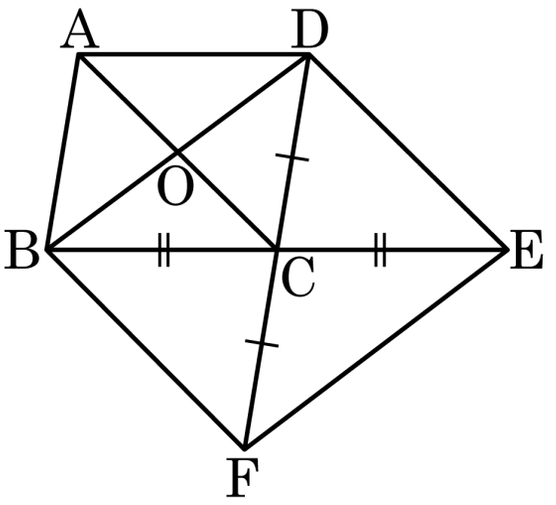
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동) 이므로
$\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AE} // \overline{CF}$ 이다.
한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 사각형 AECF 는 평행사변형이다.

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, DC 를 연장하여 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되게 점 E, F 를 잡을 때, $\frac{\square BFED\text{의 넓이}}{\square ABCD\text{의 넓이}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

□ABCD 와 □BFED 는 모두 평행사변형이고, 대각선의 중점을 연결해서 삼각형을 나누었으므로 다음 삼각형들의 넓이는 같다.

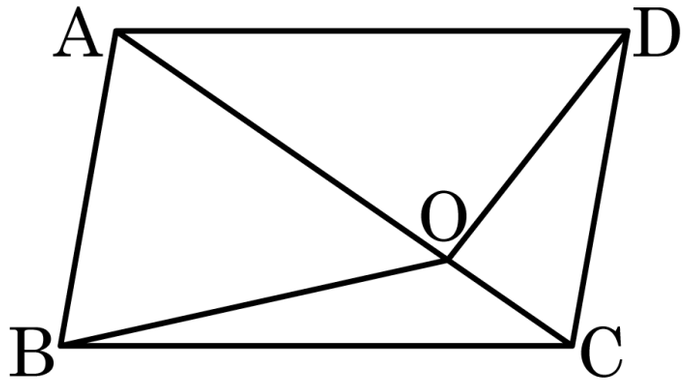
△ABD = △CBD = △CBF = △CFE = △CED 이므로

□ABCD = 2△ABD,

□BFED = 4△ABD

$\therefore \frac{\square BFED}{\square ABCD} = \frac{4\triangle ABD}{2\triangle ABD} = 2$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 대각선 $\overline{AC}$ 위의 점 O에 대하여 $\triangle OAD = 8cm^2$, $\triangle OCD = 3cm^2$ 일 때, $\triangle OAB$의 넓이를 구하면?

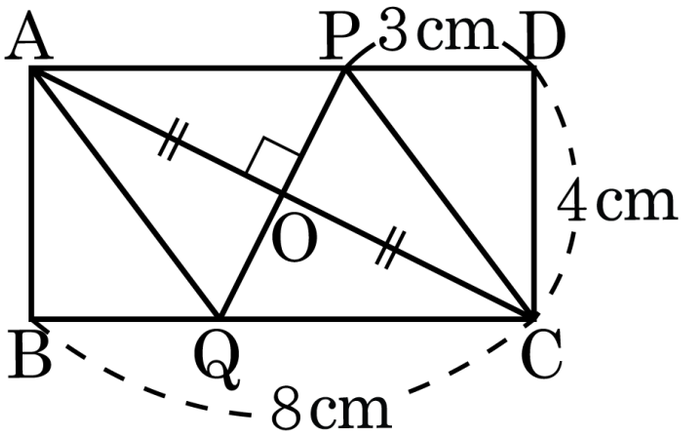


① $4cm^2$ ② $5cm^2$ ③ $6cm^2$ ④ $7cm^2$ ⑤ $8cm^2$

해설

평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC = \triangle ACD = \triangle AOD + \triangle OCD = 11(cm^2)$ 이다.
$\triangle OAB = x$라고 하면
$\triangle OBC = 11 - x$
또, $\triangle OAD : \triangle OCD = \overline{OA} : \overline{OC} = \triangle OAB : \triangle OBC$에서
$8 : 3 = x : (11 - x)$, $3x = 8(11 - x)$
$\therefore\ x = 8(cm^2)$

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이는?



① $16\,\mathrm{cm}^2$ ② $18\,\mathrm{cm}^2$ ③ $20\,\mathrm{cm}^2$

④ $24\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $28\,\mathrm{cm}^2$

해설

□AQCP 는 마름모이므로

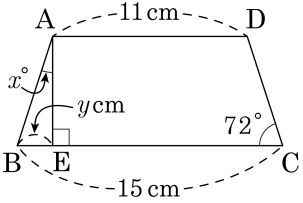
$\triangle ABQ \equiv \triangle CDP$ (RHS)

$\square AQCP = \square ABCD - 2\triangle ABQ$

$= 8 \times 4 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4$

$= 32 - 12 = 20(\mathrm{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 할 때, x, y의 합 $x+y$의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

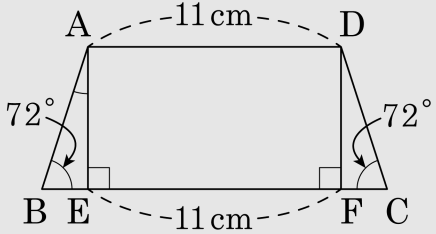
점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\angle B = \angle C$이므로

$\angle B = 72°$

$x = 90° - 72° = 18°$

$\therefore\ x = 18$

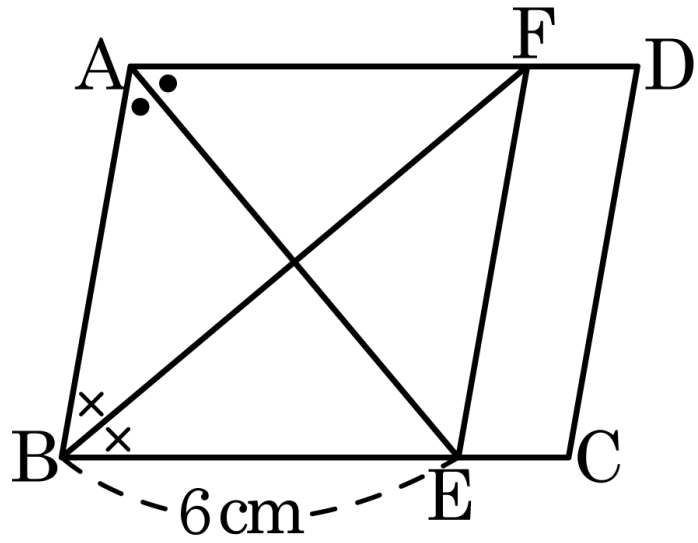


또한, $\overline{BE} = \overline{CF} = \frac{1}{2}(15-11) = 2(\text{cm})$

$\therefore\ y = 2$

$\therefore\ x+y = 18+2 = 20$

12. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이고, ∠A, ∠B의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □ABEF의 둘레의 길이는?



① 12cm ② 18cm ③ 24cm ④ 30cm ⑤ 36cm

해설

대각선이 내각의 이등분선이 되는 사각형은 마름모이다.
따라서 □ABEF의 둘레는 $6 \times 4 = 24(\text{cm})$이다.

13. 다음 중 옳은 것은?

① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$인 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

② $\overline{AB} = \overline{BC}$인 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

③ $\angle A = 90°$인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

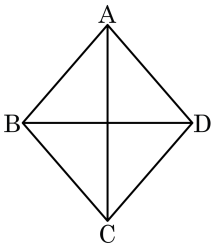
④ $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$인 평행사변형 ABCD는 정사각형이다.

⑤ $\angle B + \angle D = 180°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

해설

① 마름모
② 마름모
③ 직사각형
⑤ 정사각형

14. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.

㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.

㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

▶ 답:

▶ 답:

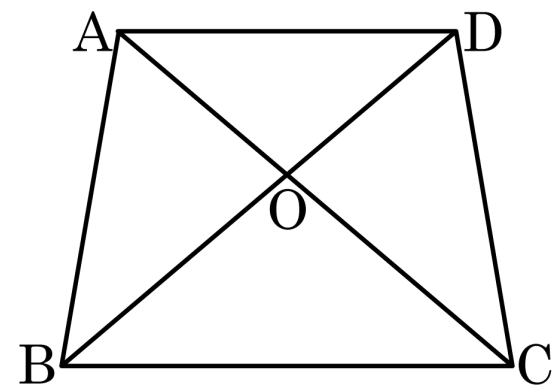
▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.
두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

15. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} : \overline{BC} = 3 : 4$, $\triangle AOD = 54\,cm^2$ 일 때, $\triangle BOC$ 의 넓이를 구하여라.



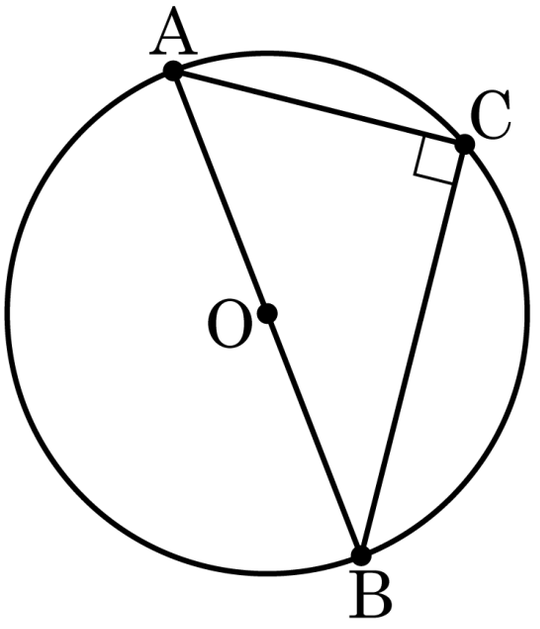
▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $\underline{96\,cm^2}$

해설

$\triangle AOD$ 와 $\triangle BOC$ 는 닮음이고 닮음비는 3 : 4
이때, $\overline{OD} : \overline{OB} = 3 : 4$ 이므로
$\triangle AOD : \triangle AOB = 3 : 4$, $\triangle AOB = 72\,cm^2$
그리고 $\overline{OA} : \overline{OC} = 3 : 4$ 이므로
$\triangle OAB : \triangle BOC = 3 : 4$
따라서 $\triangle BOC = 96\,cm^2$

16. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O라 하고, 호 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$의 길이가 7π라 할 때 $\overline{AO}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
5.0pt$\overset{\frown}{AB}$는 원주의 둘레의 절반이므로 원주의 둘레는 14π이다.
원주의 둘레는 $2 \times \pi \times \overline{AO} = 14\pi$ 이므로
$\overline{AO} = 7$이다.

17. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

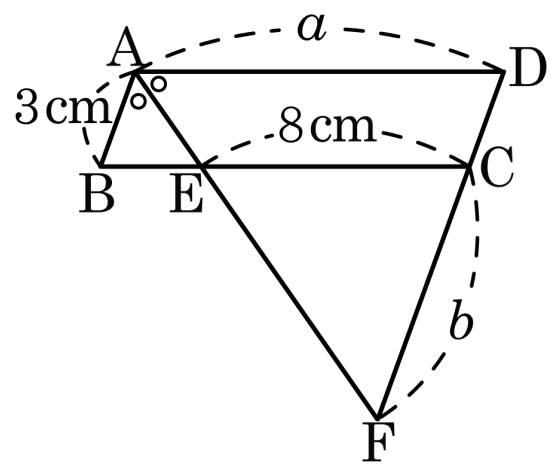
① 정삼각형 ② 직각삼각형 ③ 예각삼각형

④ 둔각삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle DAF = \angle CEF$ ($\because$ 동위각)

$\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)

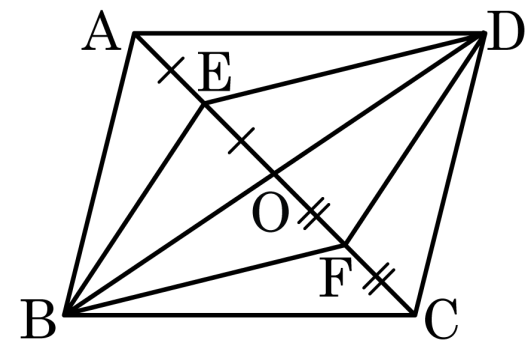
$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{CE} = \overline{CF}$, $b = 8\text{cm}$

$\triangle DAF$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{DF} = a = b + \overline{DC} = 8 + 3 = 11\text{cm}$

$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\text{cm})$

19. 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 위에 두 점 E , F 를 각각 $\overline{AE} = \overline{EO}$, $\overline{OF} = \overline{FC}$ 가 되게 잡을 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 : 배

▷ 정답 : 2 배

해설

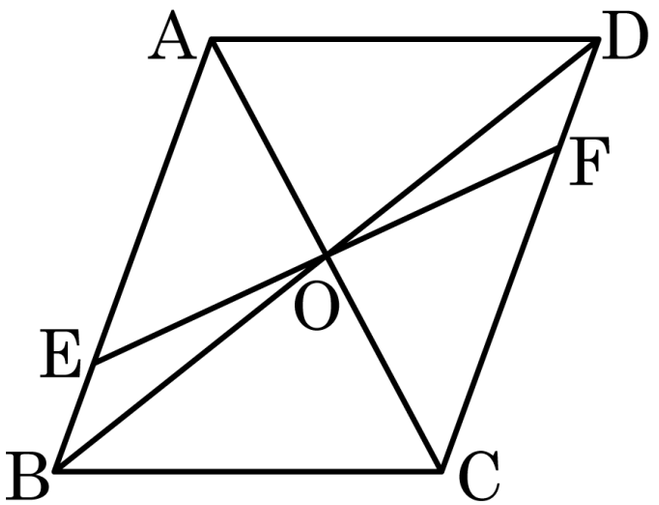
$\triangle AOB \equiv \triangle DOC$ 이고 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$

$\overline{AO} = 2\overline{EO}$ 이므로 $\triangle AOD = 2\triangle EOD$ 가 된다.

같은 방법으로 $\triangle DOC = 2\triangle DOF$, $\triangle OBC = 2\triangle OBF$, $\triangle AOB = 2\triangle EOB$ 가 된다.

따라서 전체 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 2 배가 된다.

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6 ② 18 ③ 24 ④ 48 ⑤ 96

해설

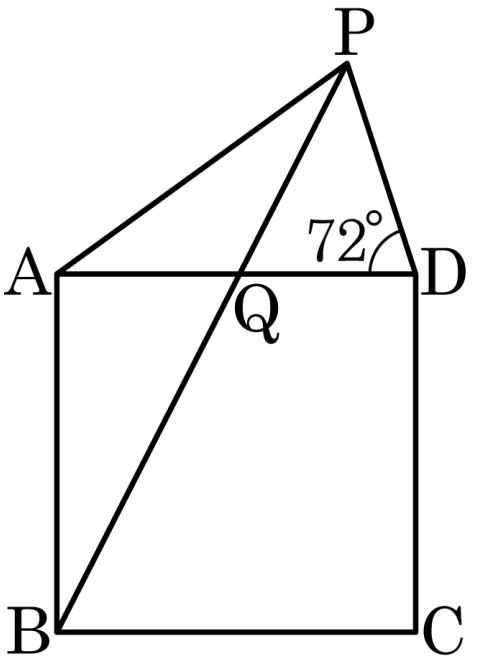
$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 3 : 1 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$

$\therefore \triangle BEO = \frac{1}{3}\triangle AEO = 6$

$\triangle AOB = 6 + 18 = 24$

$\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.

21. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이다. $\overline{AD} = \overline{AP}$이고 $\angle ADP = 72°$일 때, $\angle AQB$의 크기를 구하여라.



▶ 답: ____°

▷ 정답: 63°

해설

$\angle APD = \angle ADP = 72°$

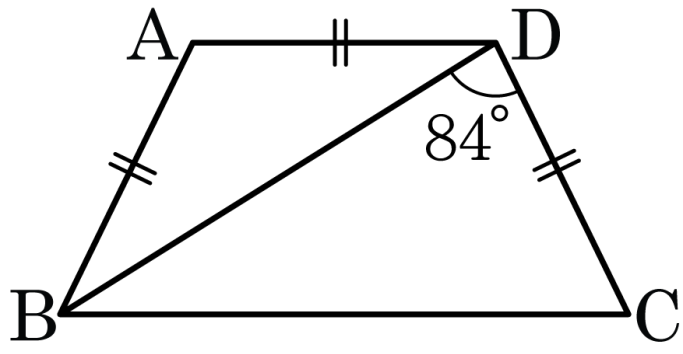
$\angle PAD = 180° - 72° \times 2 = 36°$

$\angle PAB = 36° + 90° = 126°$

$\angle APQ = (180° - 126°) \div 2 = 27°$

$\angle AQB = 27° + 36° = 63°$

22. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 84^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

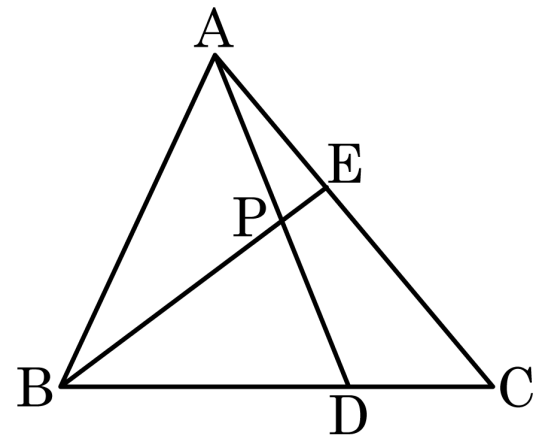
▷ 정답 : 64°

해설

$\angle ADB = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle C$

$\frac{1}{2}\angle C + \angle C = 96^\circ$ 이므로, $\angle C = 64^\circ$

23. 다음 그림에서 $\overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 1$, $\overline{AE} : \overline{CE} = 2 : 3$, $\overline{AP} : \overline{DP} = 1 : 1$ 이다. $\triangle ABC = 30\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle APE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $\underline{2\,\mathrm{cm}^2}$

해설

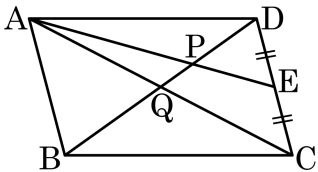
$\triangle APE = \triangle ABE - \triangle APB$ 이다.

$\triangle ABE = 30 \times \frac{2}{5} = 12$

$\triangle ABD = 30 \times \frac{2}{3} = 20$, $\triangle APB = \triangle ABD \times \frac{1}{2} = 10$

따라서 $\triangle APE = \triangle ABE - \triangle APB = 12 - 10 = 2(\mathrm{cm}^2)$

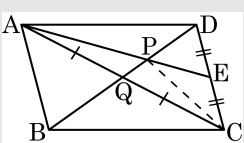
24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 E는 $\overline{CD}$의 중점이고 $\overline{AP} : \overline{PE} = 2 : 1$이다. □ABCD의 넓이가 60일 때, △APQ의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 5

해설



$\triangle ACE = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD = 15$

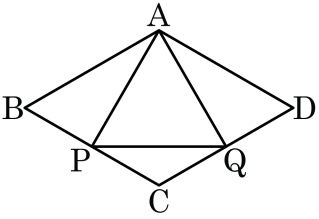
$\triangle APC : \triangle EPC = 2 : 1$ 이므로

$\triangle APC = \frac{2}{3}\triangle ACE = \frac{2}{3} \times 15 = 10$

$\triangle APQ : \triangle CPQ = 1 : 1$

$\therefore \triangle APQ = \frac{1}{2}\triangle APC = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

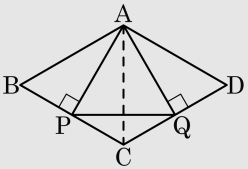
25. 다음 그림과 같이 $\angle B = 60°$ 인 마름모 ABCD 에서 변 BC 와 CD 위에 $\overline{PC} = \overline{QD}$ 를 만족하는 점 P, Q 를 각각 잡을 때, $\angle APQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 60°

해설



□ABCD 는 마름모이고 $\angle B = 60°$ 이므로 $\angle CAB = \angle ACB = 60°$
따라서 △ABC 는 정삼각형이고 $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\overline{PC} = \overline{QD}$ 이므로
$\overline{BP} = \overline{CQ}$ 이다.
또 $\angle ABP = \angle ACQ = 60°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
△ABP ≡ △ACQ (SAS 합동)
∴ $\overline{AP} = \overline{AQ}$, $\angle BAP = \angle CAQ$
이때, 정삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = 60°$ 이므로
$\angle BAC = \angle BAP + \angle PAC = \angle CAQ + \angle PAC = 60°$
따라서 △APQ 는 $\overline{AP} = \overline{AQ}$ 이므로 정삼각형이다.
∴ $\angle APQ = 60°$