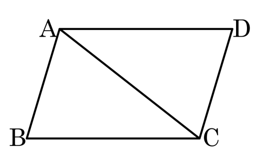
1. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 들어갈 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



대각선 AC 를 그어보면 대각선 AC 는 삼각형 ADC 와 삼각형 CBA 의 공통부분이 된다. $\overline{AB}$ = (①) 이고, $\overline{AD}$ = (②) 이므로 $\triangle ADC \equiv \triangle CBA$ (③ 합동) $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle DAC = \angle BCA$(④) 따라서 두 쌍의 대변이 각각 (⑤) 하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{CD}$

② $\overline{CB}$

③ SSS

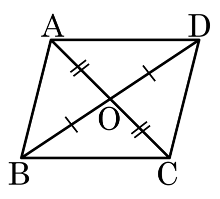
④ $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ 평행

해설

④ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}, \overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

2. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
결론 : $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
증명 : △OAB 와 △OCD 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$(가정)
$\angle AOB = \angle COD$(맞꼭지각)
$\therefore$ △OAB ≡ △OCD($\boxed{}$합동)
$\angle OAB = \boxed{}$이므로
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC} \cdots$ ㉠
△OAD 와 △OCB 에서
$\angle OAD = \angle OCB$ 이므로
$\overline{AD} \,/\!/\, \boxed{} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD 는 평행사변형이다.

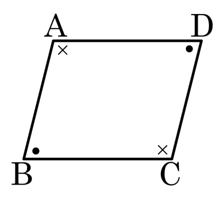
▶ 답 :

▷ 정답 : SAS, $\angle OCD$, $\overline{BC}$

해설

가정 : □ABCD 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
결론 : $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
증명 : △OAB 와 △OCD 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$(가정)
$\angle AOB = \angle COD$(맞꼭지각)
$\therefore$ △OAB ≡ △OCD(SAS 합동)
$\angle OAB = \angle OCD$ 이므로 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC} \cdots$ ㉠
△OAD 와 △OCB 에서
$\angle OAD = \angle OCB$ 이므로 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD 는 평행사변형이다.

3. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD 에서 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
결론 : $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
증명 : $\angle A = \angle C = a$, $\angle B = \boxed{} = b$라 하면
$2a + 2b = 360°$
$\therefore\ a + b = \boxed{}$
동측내각의 합이 $180°$이므로
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \boxed{}$

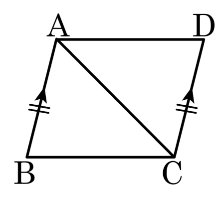
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle D$, $180°$, $\overline{BC}$

해설

가정 : □ABCD 에서 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
결론 : $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
증명 : $\angle A = \angle C = a$, $\angle B = \angle D = b$라 하면
$2a + 2b = 360°$
$\therefore\ a + b = 180°$
동측내각의 합이 $180°$이므로
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

4. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$
결론 : □ABCD는 평행사변형
증명 : 대각선 AC를 그으면
△ABC와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$(가정), $\angle BAC = \angle DCA$(엇각)
$\boxed{}$는 공통
즉, $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$($\boxed{}$합동) 이므로
$\angle BCA = \boxed{}$
$\therefore\ \overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
□ABCD는 $\boxed{}$이다.

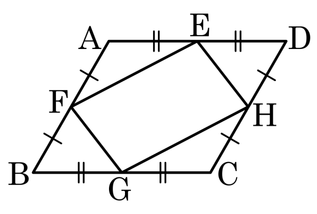
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{AC}$, SAS, $\angle DAC$, 평행사변형

해설

가정 : □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$
결론 : □ABCD는 평행사변형
증명 : 대각선 AC를 그으면
△ABC와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$(가정), $\angle BAC = \angle DCA$(엇각)
$\overline{AC}$는 공통
즉, $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(SAS 합동) 이므로
$\angle BCA = \angle DAC$
$\therefore\ \overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
□ABCD는 평행사변형이다.

5. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 가 평행사변형임을 보이는 과정이다. 평행사변형의 어떠한 성질을 이용한 것인가?

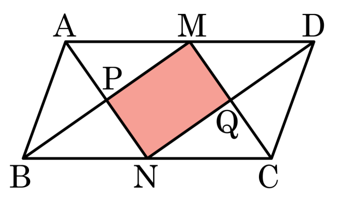


△AFE ≡ △CHG (SAS 합동)
∴ $\overline{EF} = \overline{GH}$
△BGF ≡ △DEH (SAS 합동)
∴ $\overline{FG} = \overline{EH}$
따라서 □EFGH 는 평행사변형이다.

① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
⑤ 이웃하는 두 내각의 합이 180° 이다.

해설
$\overline{EF} = \overline{GH}$, $\overline{FG} = \overline{EH}$ 이므로 평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같음을 이용해서 보인 것이다.

6. 다음 그림의 사각형 ABCD 에서 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이고, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, 색칠한 사각형은 어떤 사각형인지 구하여라.



$\overline{MN}$ 을 연결하면 □ABNM 과 □MNCD 는 합동인 평행사변형이 되므로 $\overline{AP} = \overline{PN} = \overline{MQ} = \overline{QC}$,
$\overline{BP} = \overline{PM} = \overline{NQ} = \overline{QD}$
따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □PMQN 은 $\boxed{}$ 이다.

▶ 답 :

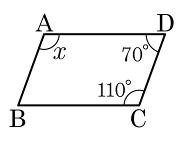
▷ 정답 : 평행사변형

해설

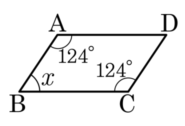
$\overline{MN}$ 을 연결하면 □ABNM 과 □MNCD 는 합동인 평행사변형이 되므로 $\overline{AP} = \overline{PN} = \overline{MQ} = \overline{QC}$, $\overline{BP} = \overline{PM} = \overline{NQ} = \overline{QD}$
따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □PMQN 은 평행사변형이다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $110°$

▷ 정답 : (2) $56°$

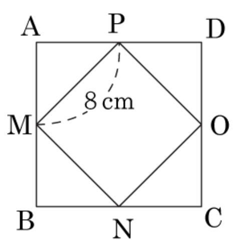
해설

(1) $\angle A = \angle C$ 이므로, $\angle x = 110°$

(2) $\angle A + \angle B = 180°$이므로 $124° + \angle x = 180°$

$\therefore \angle x = 56°$

8. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 중점을 연결하여 만든 □MNOP 가 정사각형이 되었다. $\overline{MP} = 8\mathrm{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



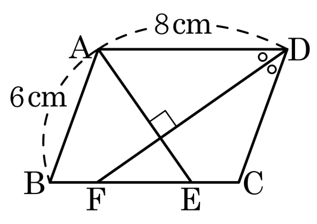
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $128\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

정사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 정사각형이 되므로 □ABCD 는 정사각형이다.
□MNOP 의 넓이를 구하면 $8 \times 8 = 64(\mathrm{cm}^2)$ 이므로 □ABCD 의 넓이는 $2 \times 64 = 128(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

9. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 인 평행사변형이고, $\overline{DF}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 이다. 이 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

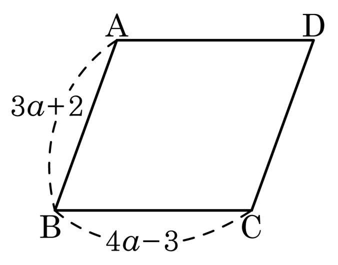


① 2cm ② 2.5cm ③ 3cm
④ 3.5cm ⑤ 4cm

해설

$\angle ADF = \angle DFC$(엇각)
$\overline{CD} = \overline{CF} = 6(\text{cm})$
따라서 $\overline{BF} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{BE} = 6\text{cm}$
$\therefore \overline{EF} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

10. 다음 평행사변형의 둘레의 길이가 96 일 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

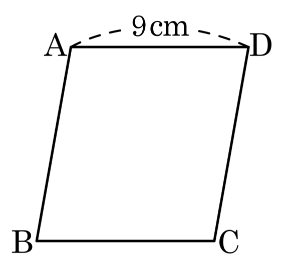
$(4a-3+3a+2)\times 2=96$

$7a-1=48,\ 7a=49$

$a=7$

$\overline{\mathrm{AD}}=4a-3=4\times 7-3=25$

11. 다음 평행사변형의 둘레의 길이가 38cm 이다. $\overline{AD} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① 6cm ② 8cm ③ 10cm ④ 12cm ⑤ 14cm

해설

$\overline{AB} = 38 \div 2 - 9 = 10(\text{cm})$

12. 다음은 평행사변형의 성질을 나타낸 것이다. $\square$ 안에 알맞은 말은?

두 쌍의 $\square$의 길이는 각각 같다.

① 대각선

② 대변

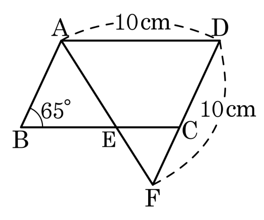
③ 대각

④ 밑변

해설

평행사변형의 성질 : ① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

13. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이고 $\angle\mathrm{ABC} = 65°$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}} = 10\mathrm{cm}$ 일 때, $\angle\mathrm{AEB}$ 의 크기는?



① 57° ② 57.5° ③ 60°

④ 62.5° ⑤ 65°

해설

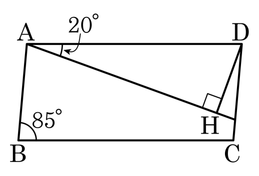
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\angle\mathrm{DAF} = \angle\mathrm{DFA}$

$\overline{\mathrm{AD}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\angle\mathrm{DFA} = \angle\mathrm{BAE}$(엇각),

$\angle\mathrm{DAF} = \angle\mathrm{AEB}$(엇각)

$\therefore\ \angle\mathrm{AEB} = (180° - 65°) \div 2 = 57.5°$

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B = 85°$, $\angle DAC = 20°$ 이고 점 D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\angle HDC$ 의 크기는?

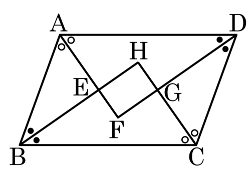


① 75° ② 70° ③ 20° ④ 15° ⑤ 10°

해설

$\angle ADH = 90° - 20° = 70°$
$\angle B = \angle D = 85°$
$\therefore\ \angle HDC = 85° - 70° = 15°$

15. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ 의 이등분선을 그어 그 교점을 각각 E, F, G, H 라 하면 □EFGH 는 어떤 사각형인지 말하여라.



▶ 답 :

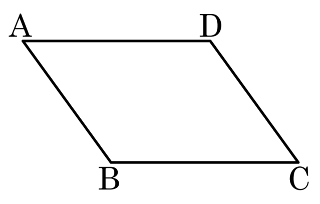
▷ 정답 : 직사각형

해설

$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle HEF = \frac{1}{2} \times (\angle A + \angle B) = 90°$ 이므로 □EFGH 는 네 각이 모두 직각인 직사각형이다.

16. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 $3:7$ 일 때, $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기를 차례로 구한 것은?



① $126°, 54°$ ② $54°, 126°$ ③ $144°, 36°$

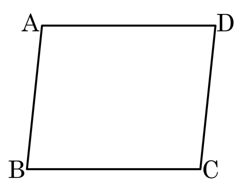
④ $36°, 144°$ ⑤ $120°, 60°$

해설

$\angle A = 180° \times \frac{3}{10} = 54°$

$\angle B = 180° \times \frac{7}{10} = 126°$

17. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 8 : 7 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하면?



① $100°$ ② $96°$ ③ $92°$

④ $84°$ ⑤ $80°$

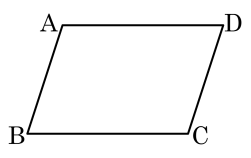
해설

$\angle C = \angle A$ 이므로

$\angle A = 180° \times \dfrac{8}{15} = 96°$

$\therefore \angle C = 96°$

18. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 $3:2$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 108°

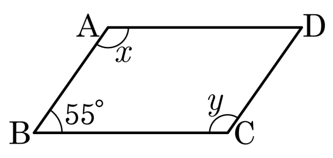
해설

$\angle C = \angle A$ 이므로

$\angle A = 180° \times \dfrac{3}{5} = 108°$

$\therefore \angle C = 108°$

19. 다음 그림에서 □ABCD 가 평행사변형일 때, $\angle x, \angle y$ 의 값을 차례로 구한 것은?

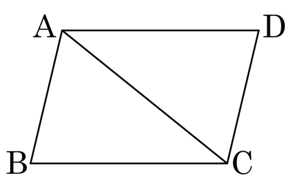


① $55°, 125°$　② $55°, 55°$　③ $125°, 125°$
④ $115°, 55°$　⑤ $125°, 55°$

해설

$\angle x = 180° - 55° = 125°$
$\angle y = \angle x = 125°$

20. 다음 그림의 □ABCD 가 평행사변형일 때, 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다. 다음 중 <u>틀린</u> 것을 기호로 써라.



(가정) □ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$
(결론) $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
(증명) 그림과 같이 대각선 $\overline{AC}$ 를 그으면
㉠ $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이므로 $\angle ADC = \angle DCE$ (엇각) $\cdots$①
㉡ $\overline{AB}//\overline{DE}$ 이므로 $\angle ABC = \angle DCE$ (동위각) $\cdots$②
㉢ ①,②에서 $\angle ABC = \angle ADC$
즉, $\angle B = \angle D$
㉣ $\angle BAC = \angle CAD$ (동위각), $\angle BCA = \angle DCA$ (동위각),
㉤ $\angle A = \angle BAC + \angle CAD = \angle ACD + \angle BCA = \angle C$
$\therefore$ $\angle B = \angle D$, $\angle A = \angle C$
따라서 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

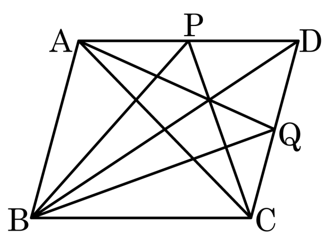
▶ 답：

▷ 정답： ㉣

해설

㉣ $\angle BAC = \angle CAD$ (동위각), $\angle BCA = \angle DCA$ (동위각) $\rightarrow$ $\angle BAC = \angle DCA$ (엇각), $\angle BCA = \angle CAD$ (엇각)

21. 다음 그림에서 $\square\mathrm{ABCD}$은 넓이가 100인 평행사변형이다. $\triangle\mathrm{DCP}=20$일 때, $\triangle\mathrm{ABP}$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

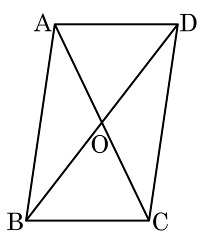
해설

$\triangle\mathrm{ABP}=\triangle\mathrm{ACP}$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{ACP}+\triangle\mathrm{DCP}&=\triangle\mathrm{ACP}+20\\&=\triangle\mathrm{ABP}+20\\&=\triangle\mathrm{ACD}\\&=\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}\\&=\frac{1}{2}\times100\end{aligned}$$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABP}=30$

22. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle AOB$ 의 넓이가 8 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



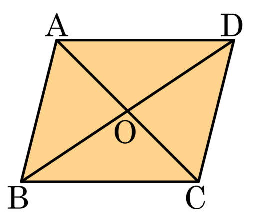
① 8　　② 10　　③ 12

④ 16　　⑤ 알 수 없다.

해설

$\triangle AOB$ 와 $\triangle OBC$ 의 넓이는 같으므로
$\triangle ABC = 2 \times \triangle AOB = 16$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 O가 두 대각선의 교점일 때, 다음을 구하여라.



(1) □ABCD의 넓이가 $100\,\text{cm}^2$일 때, △ABO의 넓이
(2) △OBC의 넓이가 $15\,\text{cm}^2$일 때, □ABCD의 넓이

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $25\,\text{cm}^2$

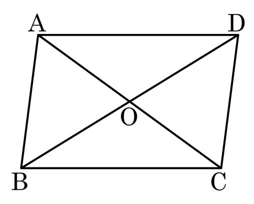
▷ 정답 : (2) $60\,\text{cm}^2$

해설

(1) 이웃한 삼각형의 넓이는 서로 같으므로 $100 \times \frac{1}{4} = 25(\,\text{cm}^2)$

(2) 이웃한 삼각형의 넓이는 서로 같으므로 $15 \times 4 = 60(\,\text{cm}^2)$

24. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 40cm^2 일 때, $\triangle$BOC 의 넓이는 $x\text{cm}^2$ 이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

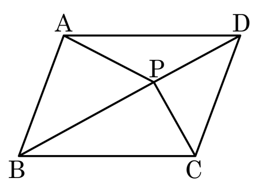
▷ 정답 : 10

해설

$\triangle$ABO, $\triangle$OBC, $\triangle$OCD, $\triangle$OAD 의 넓이가 같으므로

$\triangle\text{BOC} = \frac{1}{4} \times \square\text{ABCD} = 10(\text{cm}^2)$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle ABP = 32\text{cm}^2$, $\triangle BCP = 28\text{cm}^2$, $\triangle ADP = 24\text{cm}^2$ 이다. $\triangle CDP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

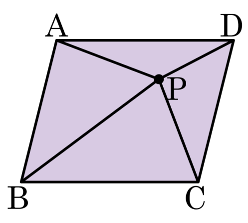
▷ 정답: $20\,\text{cm}^2$

해설

점 P 를 지나고 $\overline{AD}$ 와 $\overline{AB}$ 에 평행한 선분을 그으면 $\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle APD + \triangle BCP$ 이므로

$\triangle CDP = 24 + 28 - 32 = 20\ (\text{cm}^2)$

26. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이가 $120\,\mathrm{cm}^2$일 때, □ABCD 내부의 한 점 P에 대하여 다음을 구하여라.



(1) △ABP + △CDP
(2) △ADP + △CBP

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $60\,\mathrm{cm}^2$

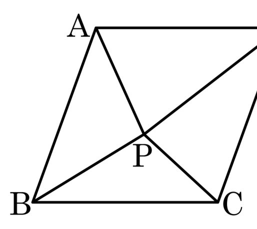
▷ 정답 : (2) $60\,\mathrm{cm}^2$

해설

(1) △ABP + △CDP $= \frac{1}{2}$□ABCD $= 60(\mathrm{cm}^2)$

(2) △ADP + △CBP $= \frac{1}{2}$□ABCD $= 60(\mathrm{cm}^2)$

27. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡았을 때, $\triangle PAD = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 13\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 17\text{cm}^2$라 하면 $\triangle PAB$의 넓이는 (　　　)cm^2이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



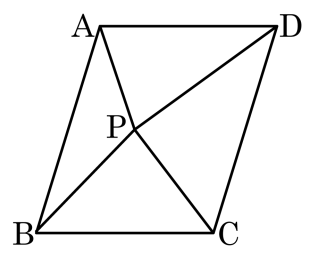
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.
$18 + 13 = 17 + \triangle PAB$
따라서 $\triangle PAB$의 넓이는 14cm^2이다.

28. 다음 그림과 같이 넓이가 40cm^2 인 평행사변형 내부에 한 점 P를 잡을 때, $\triangle$PBC의 넓이가 10cm^2 이다. $\triangle$PAD의 넓이를 $a\text{cm}^2$ 라고 할 때, a의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

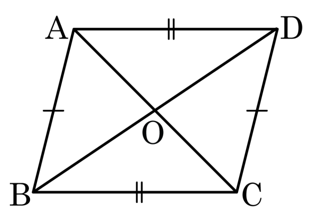
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$ 이다.

$40 \times \frac{1}{2} = 10 + \triangle\text{PAD}$ 이므로

$\triangle\text{PAD} = 10\text{cm}^2$

$\therefore\ a = 10$

29. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



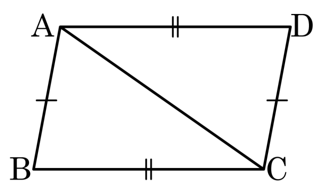
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}}$ // $\overline{DC}$, $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면
△ABC와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯ ㉠
$\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯ ㉡
$\boxed{\text{ㄷ}}$는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\boxed{\text{ㄱ}}$ // $\overline{DC}$ ⋯ ㉣
∠ACB = $\boxed{\text{ㅁ}}$ 이므로
$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$ ⋯ ㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{AB}$　② ㄴ : $\overline{BC}$　③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS　⑤ ㅁ : ∠CAD

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

30. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



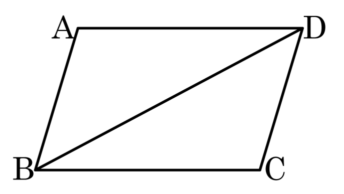
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$인 □ABCD에서
점 A와 점 C를 이으면
△ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯㉠
$\overline{BC} = \overline{AD}$ (가정) ⋯㉡
$\boxed{\quad}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (SSS 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$ ⋯㉣
∠ACB = ∠CAD 이므로
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ ⋯㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① $\overline{DC}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{DA}$ ④ $\overline{AC}$ ⑤ $\overline{BA}$

해설

$\overline{AC}$는 공통

31. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 설명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 않은 것을 기호로 써라.



대각선 BD를 그어보면
대각선 BD는
㉠ 삼각형ABD와 삼각형CDB 의 공통부분이 된다.
㉡ $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고
㉢ $\overline{AD} = \overline{CB}$ 이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (㉣SAS 합동)
$\angle ABD = \angle CDB$, $\angle ADB = \angle CBD$ (㉤엇각)
$\therefore \overline{AB} \,//\, \overline{CD}, \overline{AD} \,//\, \overline{CB}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

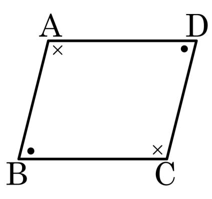
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ SSS 합동

32. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD 에서 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
결론 : $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
증명 : $\angle A = \boxed{} = a$, $\angle B = \angle D = b$라 하면
$2a + 2b = \boxed{}$
$\therefore\ a + b = 180°$
동측내각의 합이 $180°$이므로
$\overline{AB} /\!/ \boxed{}$, $\overline{AD} /\!/ \boxed{}$

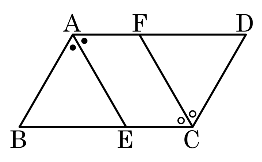
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle C$, $360°$, $\overline{DC}$, $\overline{BC}$

해설

가정 : □ABCD 에서 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
결론 : $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
증명 : $\angle A = \angle C = a$, $\angle B = \angle D = b$라 하면
$2a + 2b = 360°$
$\therefore\ a + b = 180°$
동측내각의 합이 $180°$이므로
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

33. 다음 그림의 평행사변형ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와의 교점을 E, F 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

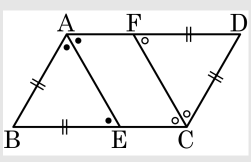


① $\overline{AB} = \overline{DF}$　　② $\angle BEA = \angle DFC$

③ $\overline{AF} = \overline{CE}$　　④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\angle AEC = \angle BAD$

해설



$\angle BAD = 2\angle BEA$

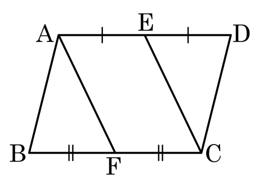
$\angle BEA = \angle EAF$(엇각)

$= \angle BAE$

$\angle AEC = 180^\circ - \angle BEA = 180^\circ - \angle BAE$

따라서 $\angle AEC = \angle BAD$ 인 것은 $\angle BAE = 60^\circ$ 일 때만 성립한다.
그런데 $\angle BAE$는 알 수 없으므로 $\angle AEC \neq \angle BAD$

34. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD , 변 BC 의 중점을 각각 점 E, F 라 할 때, □AFCE 는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 마름모

③ 직사각형 ④ 정사각형

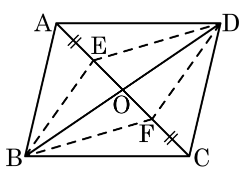
⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$ 이고 $\overline{AE} // \overline{FC}$ 이므로

사각형 AFCE 는 평행사변형이다.

35. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡으면, □BEDF 는 평행사변형이다. 이것을 증명할 때, 사용되는 평행사변형이 되는 조건은? (단, 삼각형의 합동조건은 사용하지 않는다.)



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

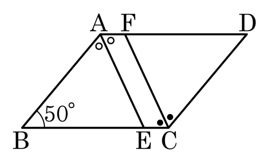
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\overline{EO} = \overline{AO} - \overline{AE} = \overline{CO} - \overline{FC} = \overline{FO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

36. 다음 그림처럼 평행사변형 ABCD 에서 선분 AE와 선분 CF가 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선일 때, $\angle AEC$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▷ 정답 : 115 °

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$ 이다.

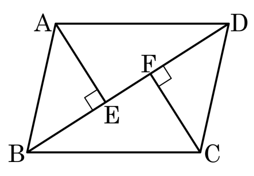
$\angle BAD = 2\angle EAF$ 이므로 $\angle EAF = 65°$ 이다.

사각형 AECF 는 평행사변형이므로 $\angle EAF + \angle AEC = 180°$

$\therefore \angle AEC = 180° - \angle EAF$

$= 180° - 65° = 115°$ 이다.

37. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 B, D 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 □AECF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE}//\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CE}$　② $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{CE}$

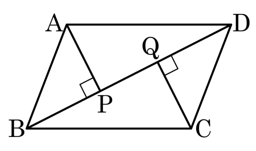
③ $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$　④ $\overline{AE}//\overline{CF}$

⑤ $\overline{AF}=\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CF}$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA합동) 이므로
$\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$ 이다.

38. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$　　② $\overline{AP} = \overline{PC}$

③ $\overline{AP} = \overline{CQ}$　　④ $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{QC}$

⑤ $\overline{BQ} = \overline{DP}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle APB = \angle CQD = 90°$

$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)

$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$(RHA 합동)

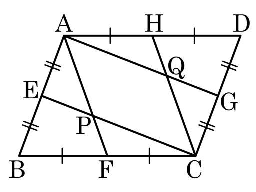
$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ} \cdots\cdots$ ①

또 $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{CQ} \cdots\cdots$ ②

①, ②에서 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BP} + \overline{PQ} = \overline{DQ} + \overline{PQ} = \overline{DP}$ 이다.

39. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점을 P , $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 Q 라 할 때, 다음 중 □APCQ 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE} = \overline{EB}$, $\overline{AD} // \overline{CB}$

② $\overline{AF} = \overline{CH}$, $\overline{AH} // \overline{FC}$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AQ} = \overline{PC}$

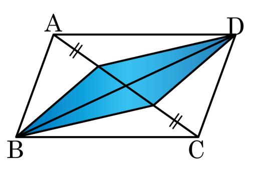
④ $\overline{AP} // \overline{QC}$, $\overline{AQ} // \overline{PC}$

⑤ $\overline{AP} = \overline{QC}$, $\overline{AQ} = \overline{PC}$

해설

$\overline{AE} // \overline{CG}$, $\overline{AE} = \overline{CG}$ 이므로
□AECG 는 평행사변형
$\therefore \overline{AG} // \overline{EC}$, 즉 $\overline{AQ} // \overline{PC} \cdots$①
$\overline{AH} // \overline{FC}$, $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이므로
□AFCH 는 평행사변형
$\therefore \overline{AF} // \overline{CH}$, 즉 $\overline{AP} // \overline{QC} \cdots$②
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

40. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 꼭짓점 A, C 로부터 거리가 같도록 두 점을 잡았다. 색칠한 사각형은 어떤 사각형인가?



① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형

④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

두 점을 각각 E, F 라고 하고 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라고 하면

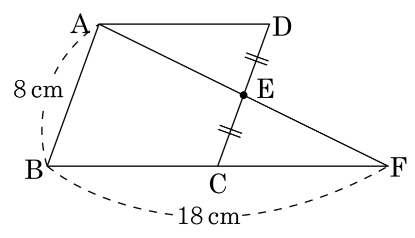
$\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AO} = \overline{OC}$ 이다.

그런데 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이다.

따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로

색칠한 부분의 사각형은 평행사변형이다.

41. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 E 라 하고, $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 연장선이 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라 하자. 이 때 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 9 cm

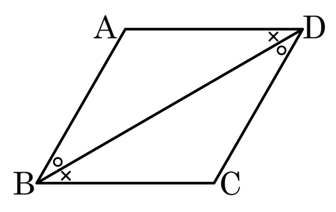
해설

$\triangle\mathrm{ADE}$ 와 $\triangle\mathrm{FCE}$ 에서
$\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{EC}}$
$\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{FCE}$(엇각)
$\angle\mathrm{AED} = \angle\mathrm{FEC}$(맞꼭지각)
$\therefore \triangle\mathrm{ADE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{FC}}$ 이고, 평행사변형이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$
따라서 $\overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$

즉, $\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{FC}} = 2\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로
$2\overline{\mathrm{AD}} = 18$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AD}} = 9(\mathrm{cm})$

42. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 의 합동 조건은?



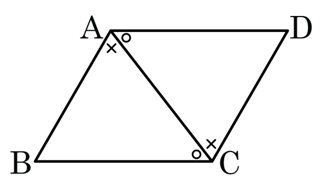
평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠
$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\overline{BD}$는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ 이다.
$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동
④ SSA 합동 ⑤ AAS 합동

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$는 공통이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동) 이다.

43. 다음은 ‘평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.’ 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



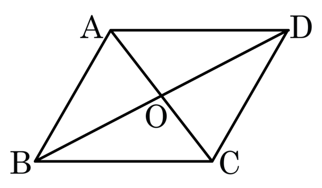
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{BC}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서 $\boxed{\text{ㄴ}}$ 는 공통 $\cdots$㉠
$\overline{AB} \mathbin{/\mkern-5mu/} \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$㉡
$\overline{AD} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄹ}} = \angle DAC \cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$
($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\angle A$ ② ㄴ : $\overline{AC}$ ③ ㄷ : $\overline{DC}$
④ ㄹ : $\angle BCA$ ⑤ ㅁ : SAS

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통
$\overline{AB} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$,
$\overline{AD} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{BC}$ 이므로
$\angle ACB = \angle DAC$ 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

44. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



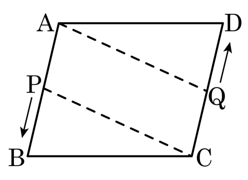
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$ ⋯ ㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) ⋯ ㉡,
$\angle ODA = \boxed{}$ (엇각) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① $\angle ODA$　② $\angle OAB$　③ $\angle CDO$
④ $\angle OBC$　⑤ $\angle BCO$

해설

△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이고
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각), $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

45. $\overline{AB} = 100\,\text{m}$인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 5 m의 속도로, 점 Q 는 7 m의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ 가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?

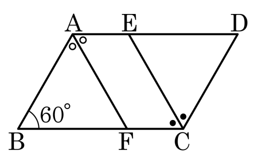


① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 15 초

해설

□APCQ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초) 라 하면 P 가 이동한 시간은 $x + 4$ (초) 이다.
$\overline{AP} = 5(x+4)$, $\overline{CQ} = 7x$, $5(x+4) = 7x$
$\therefore x = 10$ (초) 이다.

46. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 BC, AD 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AE} = 3$ 이고 사각형 AFCE 의 둘레의 길이가 26 일 때, 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



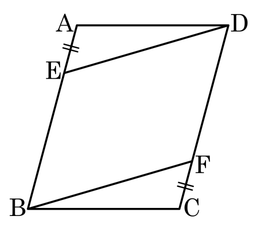
▶ 답 :

▷ 정답 : 46

해설

평행사변형 AFCE 의 둘레의 길이가 $2 \times (\overline{AF} + 3) = 26$ 이므로 $\overline{AF} = 10$ 이다.
또한 $\angle FAE = \angle AFB(\because$ 엇각$)$ 이므로 $\triangle ABF$ 는 $\overline{AB} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형이고
세 각의 크기가 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이므로
$\overline{AF} = \overline{AB} = \overline{ED} = 10$ 이다.
따라서 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이는 $2 \times (10 + 10 + 3) = 46$ 이다.

47. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때 □BEDF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{ED} // \overline{DF}$

② $\angle EBF = \angle EDF$, $\angle BED = \angle DFB$

③ $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$

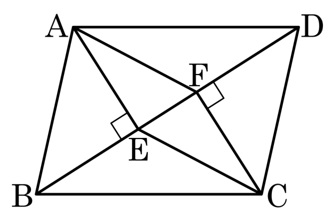
④ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\overline{BE} // \overline{DF}$, $\overline{BE} = \overline{DF}$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$
즉 $\overline{EB} // \overline{DF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이다.
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 사각형 BFDE 는 평행사변형이다.

48. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 는 평행사변형이다. 이용되는 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 다른 것을 이등분한다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

④ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{CF}$
$\angle AEF = \angle CFE = 90^\circ$ (엇각) 이므로 $\overline{AE} // \overline{CF}$
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.