1. 좌표평면 위의 네 점 $A(1, 3)$, $B(-6, -3)$, $C(3, -1)$, $D(10, 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 □ABCD 는 어떤 사각형인지 고르면?

① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형
④ 마름모 ⑤ 정사각형

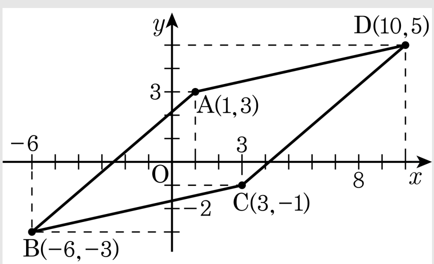
해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(-6-1)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{49+36} = \sqrt{85}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\{3-(-6)\}^2 + \{-1-(-3)\}^2} = \sqrt{81+4} = \sqrt{85}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{(10-3)^2 + \{5-(-1)\}^2} = \sqrt{49+36} = \sqrt{85}$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(10-1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{81+4} = \sqrt{85}$$



네 변의 길이가 모두 같으나 네 각의 크기는 다르므로 마름모이다.

2. 세 점 $A(0,\ 0)$, $B(3,\ 4)$, $C(4,\ -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

① 예각삼각형

② $\angle A = 90°$ 인 직각이등변삼각형

③ $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형

④ $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{25}$
$\overline{AC} = \sqrt{(4-0)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{25}$
$\overline{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (-3-4)^2} = \sqrt{50}$

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로

$\therefore \angle A = 90°$ 인 직각이등변삼각형

3. 다음 보기가 삼각형의 세 점 A , B , C 를 나타내고 있다. $\triangle ABC$가 어떤 삼각형인지 구하여라.

보기

㉠ $A(1,\ 2)$, $B(-2,\ 4)$, $C(2,\ 1)$

㉡ $A(-1,\ -4)$, $B(4,\ -3)$, $C(2,\ 7)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ $\angle A$가 둔각인 둔각삼각형

▷ 정답 : ㉡ 직각삼각형

해설

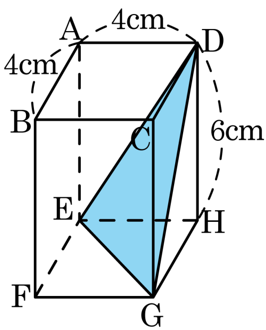
㉠ $\overline{AB} = \sqrt{(-2-1)^2+(4-2)^2} = \sqrt{13}$, $\overline{BC} = \sqrt{(2+2)^2+(1-4)^2} = \sqrt{25}$, $\overline{CA} = \sqrt{(1-2)^2+(2-1)^2} = \sqrt{2}$

따라서 $\angle A$가 둔각인 둔각삼각형

㉡ $\overline{AB} = \sqrt{(4+1)^2+(-3+4)^2} = \sqrt{26}$, $\overline{BC} = \sqrt{(2-4)^2+(7+3)^2} = 2\sqrt{26}$, $\overline{CA} = \sqrt{(2+1)^2+(7+4)^2} = \sqrt{130}$

$(\sqrt{130})^2 = (\sqrt{26})^2 + (2\sqrt{26})^2$, 직각삼각형

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{DH} = 6\text{cm}$ 인 직육면체가 있을 때, $\triangle DEG$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

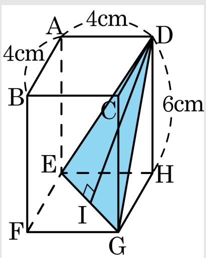
▷ 정답 : $4\sqrt{22}\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{DE} = \overline{DG} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}(\text{cm})$

$\overline{EG} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

점 D 에서 $\overline{EG}$ 에 수선의 발을 내린 점을 I 라고 하자.

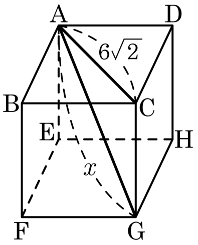


$\triangle DEG$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{DI} = \sqrt{(2\sqrt{13})^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}(\text{cm})$

$$\begin{aligned}\triangle DEG &= \frac{1}{2} \times \overline{EG} \times \overline{DI} \\ &= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{11} \\ &= 4\sqrt{22}(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = 6\sqrt{2}$ 인 정육면체의 대각선 AG 의 길이는?



① 6　　② $6\sqrt{2}$　　③ $6\sqrt{3}$

④ $8\sqrt{2}$　　⑤ $8\sqrt{3}$

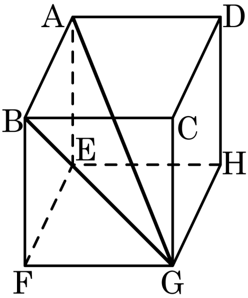
해설

정육면체의 한 변의 길이를 a라 하면

$\overline{AC} = \sqrt{2}\,a = 6\sqrt{2}$ $\therefore a = 6$

$\therefore \overline{AG} = 6\sqrt{3}$ 이다.

6. 다음과 같이 $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 인 정육면체가 있을 때, $\overline{AG} + \overline{BG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ cm

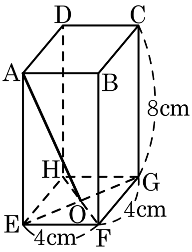
해설

한 변의 길이가 4cm 이므로 $\overline{BG} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ 가 된다.

$\overline{AG}$ 는 정육면체의 대각선이므로 $\sqrt{3} \times 4 = 4\sqrt{3}(\text{cm})$ 이 된다.

$\overline{AG} + \overline{BG} = 4\sqrt{2} + 4\sqrt{3}(\text{cm})$

7. 세 모서리의 길이가 4cm, 4cm, 8cm 인 직육면체에서 $\overline{AO}$ 의 길이를 구하여라.



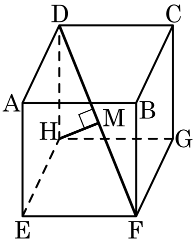
▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{2}$

해설

$\overline{AE} = 8,\ \overline{EG} = \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2},$
$\overline{EO} = 2\sqrt{2},$
$\therefore \overline{AO} = \sqrt{64+(2\sqrt{2})^2} = \sqrt{64+8} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

8. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 a cm 인 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{\mathrm{DF}}$ 에 내린 수선의 길이가 $\sqrt{6}$ cm 일 때 a 는?



① 1　　② 3　　③ $3\sqrt{6}$　　④ $4\sqrt{6}$　　⑤ $5\sqrt{6}$

해설

$\overline{\mathrm{DF}} = a\sqrt{3}$ cm

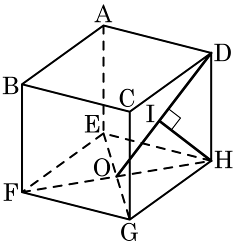
$\triangle \mathrm{DFH} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{DF}} \times \overline{\mathrm{HF}}$

$\frac{1}{2} \times a \times a\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times a\sqrt{3} \times \sqrt{6}$

$a\sqrt{2} = \sqrt{3} \times \sqrt{6}$

$\therefore a = 3$

9. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $\sqrt{2}a$ 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점이 O 이고, 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{\mathrm{DO}}$ 위로 수선을 내렸을 때, $\overline{\mathrm{HI}}$ 의 길이가 $\sqrt{3}$ 이었다. 이 정육면체의 한 변의 길이는?



① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

한 변의 길이를 $\sqrt{2}a$ 라고 하면

$\overline{\mathrm{FH}} = 2a$

$\overline{\mathrm{OH}} = a$

$\overline{\mathrm{DO}} = \sqrt{a^2 + (\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{3}a$

삼각형 DOH 의 넓이에서

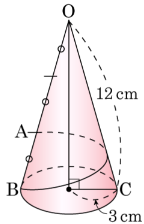
$\sqrt{3}a \times \sqrt{3} = \mathrm{a} \times \sqrt{2}\mathrm{a}$

$$a = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

따라서 이 정육면체의 한 변의 길이는

$\sqrt{2} \times \dfrac{3\sqrt{2}}{2} = 3$ 이다.

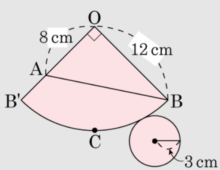
10. 다음 그림은 모선의 길이가 12 cm 이고, 반지름의 길이가 3 cm 인 원뿔이다. 점 B 에서부터 출발하여 모선 OC 를 거쳐 모선 OB 의 $\frac{1}{3}$ 지점인 A 까지 가는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{13}$ cm

해설



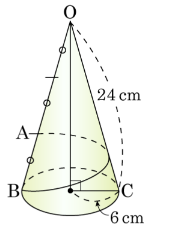
최단거리는 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이와 같다.

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BB'}} = 2\pi \times 3 = 6\pi(\mathrm{cm})$

$\angle \mathrm{B'OB} = \dfrac{6\pi}{24\pi} \times 360° = 90°$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}(\mathrm{cm})$

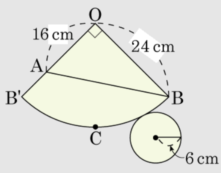
11. 다음 그림은 모선의 길이가 24 cm 이고, 반지름의 길이가 6 cm 인 원뿔이다. 점 B 에서부터 출발하여 모선 OC 를 거쳐 모선 OB 의 $\frac{1}{3}$ 지점인 A 까지 가는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $8\sqrt{13}$ cm

해설



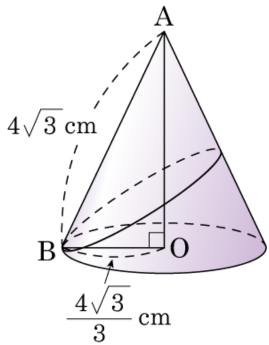
최단거리는 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

5.0pt$\overset{\frown}{BB'} = 2\pi \times 6 = 12\pi(\text{cm})$

$\angle B'OB = \frac{12\pi}{48\pi} \times 360° = 90°$

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{24^2 + 16^2} = \sqrt{832} = 8\sqrt{13}(\text{cm})$

12. 다음 그림의 원뿔은 모선의 길이가 $4\sqrt{3}$cm, 밑면의 반지름의 길이가 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$cm 이다. 점 B에서 원뿔의 옆면을 돌아서 다시 점 B에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

(밑면인 원의 둘레의 길이)

$= 2\pi \times \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

$= 2\pi \times 4\sqrt{3} \times \dfrac{x}{360}$

$=$ (부채꼴의 호의 길이)

$\therefore x = 120\,°$

$\overline{BH} = 6(\because \overline{AB} : \overline{BH} = 2 : \sqrt{3})$

$\overline{BB'} = \overline{BH} + \overline{B'H} = 6 + 6 = 12\,(\text{cm})$

점 B에서 원뿔의 옆면을 돌아서 다시 B 점에 이르는 최단거리는 직선거리 $\overline{BB'}$ 가 된다.