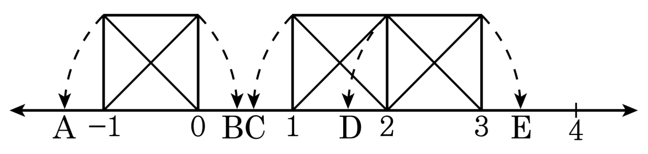
1. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. A, B, C, D, E 의 좌표를 옳게 구한 것은?



① A$(-1-\sqrt{2})$　② B$(\sqrt{2})$　③ C$(1-\sqrt{2})$
④ D$(3-\sqrt{2})$　⑤ E$(2-\sqrt{2})$

해설

A$(-\sqrt{2})$, B$(-1+\sqrt{2})$, C$(2-\sqrt{2})$,D$(3-\sqrt{2})$, E$(2+\sqrt{2})$ 이므로 ④이다.

2. $\sqrt{18} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + \sqrt{2^5}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

3. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}}-\frac{10}{\sqrt{12}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{6}{\sqrt{18}}-3\right)$$

① $\frac{7\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{3}$ ② $\frac{7\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{-7\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{3}$
④ $\frac{-7\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}-\sqrt{6}}{3}$

해설

$$\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}}-\frac{10}{\sqrt{12}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{6}{\sqrt{18}}-3\right)$$
$$=\frac{2}{\sqrt{3}}-\frac{10}{\sqrt{6}}+\frac{6}{\sqrt{6}}-3\sqrt{3}$$
$$=\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{2\sqrt{6}}{3}-3\sqrt{3}=-\frac{7\sqrt{3}}{3}-\frac{2\sqrt{6}}{3}$$

4. $\sqrt{20}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $\dfrac{a+1}{b+4}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　② $\sqrt{5}$　③ $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$　④ $2\sqrt{5}$　⑤ $3\sqrt{5}$

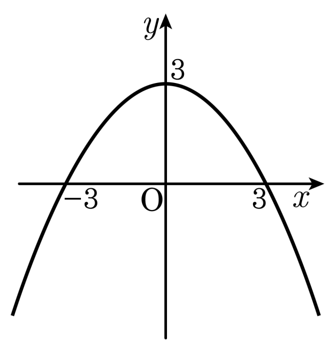
해설

$4 < \sqrt{20} < 5$ 이므로

$\therefore\ a = 4$, $b = \sqrt{20} - 4 = 2\sqrt{5} - 4$

$\therefore\ \dfrac{a+1}{b+4} = \dfrac{5}{2\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

5. 다음의 그림과 같은 이차함수의 그래프의 식은?



① $y=-\frac{1}{3}x^2-3$ ② $y=-\frac{1}{3}x^2+3$ ③ $y=\frac{1}{3}x^2-3$
④ $y=\frac{1}{3}x^2+3$ ⑤ $y=-x^2+3$

해설

$y=ax^2+3$ 이 점 (3, 0) 을 지나므로

$0=9a+3,\ a=-\frac{1}{3}$

$\therefore y=-\frac{1}{3}x^2+3$

6. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼 평행이동하면 $y = \frac{1}{3}x^2 - 4$ 일 때, q 의 값은?

① -3 ② 5 ③ -2 ④ 3 ⑤ -4

해설

$y = (x-a)^2 + b$ 는 $y = x^2$ 을 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동한 것이므로

$y = \frac{1}{3}x^2 - 4$ 는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 을 y 축으로 -4 만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore q = -4$

7. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$ 을 간단히 하면?

① $-10a$ ② $-7a$ ③ $-4a$ ④ $2a$ ⑤ $3a$

해설

$\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$

$= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$

$= -2a - (-3a) + (-5a)$

($\because a < 0$이므로 $2a < 0, -3a > 0, -5a > 0$)

$= -2a + 3a - 5a = -4a$

8. 다음에 주어진 수를 크기가 작은 것부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 해당하는 것은?

① $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{5}$ ③ -2
④ $\sqrt{5}+1$ ⑤ $-2-\sqrt{5}$

해설

양수는 음수보다 크므로 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 비교한다.

i) $-\sqrt{5}-(-2)=-\sqrt{5}+\sqrt{4}<0$

$\therefore\ -\sqrt{5}<-2$

ii) $-\sqrt{5}-(-2-\sqrt{5})=2>0$

$\therefore\ -\sqrt{5}>-2-\sqrt{5}$

iii) $\sqrt{5}+\sqrt{2}-(\sqrt{5}+1)=\sqrt{2}-1>0$

$\therefore\ \sqrt{5}+\sqrt{2}>\sqrt{5}+1$

따라서 주어진 수의 순서는

$-2-\sqrt{5}<-\sqrt{5}<-2<\sqrt{5}+1<\sqrt{5}+\sqrt{2}$

9. 다음 두 다항식 x^2+3x+2 , $2x^2+3x-2$ 의 공통인 인수를 제외한 나머지 인수들의 합은?

① x ② $x+2$ ③ $2x+3$

④ $3x$ ⑤ $3x+1$

해설

$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

$2x^2+3x-2=(2x-1)(x+2)$

공통인 인수는 $(x+2)$ 이고,

공통인 인수를 제외한 나머지 인수들의 합은 $(x+1)+(2x-1)=3x$ 이다.

10. $4x^2+Ax+B=(2x+3)(Cx-5)$ 일 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라.(단 A, B, C 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답 : $A+B+C=-17$

해설

$(2x+3)(Cx-5)=2Cx^2+(3C-10)x-15$
$=4x^2+Ax+B$ 에서
$C=2,\ B=-15,\ A=3C-10=-4$
$\therefore A+B+C=-17$

11. $(x+y)(x+y-1)-20$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x+y-5)(x+y+4)$ ② $(x+y-4)(x+y+5)$
③ $(x+y-5)(x+y-4)$ ④ $(x-y-4)(x-y+5)$
⑤ $(x-y-5)(x-y+4)$

해설

$x+y=\mathrm{A}$ 라고 하면

$$\begin{aligned}(x+y)(x+y-1)-20 &= \mathrm{A}(\mathrm{A}-1)-20\\ &= \mathrm{A}^2-\mathrm{A}-20\\ &= (\mathrm{A}-5)(\mathrm{A}+4)\\ &= (x+y-5)(x+y+4)\end{aligned}$$

12. 다항식 $4(p+q)^2-4(p+q)p+p^2$ 을 인수분해하여 간단히 나타낸 것은?

① $(p+q)^2$ ② $(p+2q)^2$ ③ $(2p+q)^2$
④ $(p-q)^2$ ⑤ $(p-2q)^2$

해설

$p+q=t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}4(p+q)^2-4(p+q)p+p^2 &= 4t^2-4tp+p^2 \\ &= (2t-p)^2 \\ &= (p+2q)^2\end{aligned}$$

13. $x^2 + 4y^2 + 4xy - 9$ 를 두 일차식의 곱으로 인수분해할 때, 두 일차식의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x + 4y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2 + 4xy + 4y^2 - 9 \\ &= (x+2y)^2 - 9 \\ &= (x+2y+3)(x+2y-3)\end{aligned}$$

$\therefore\ (x+2y+3) + (x+2y-3) = 2x + 4y$

14. $x^4 - 10x^2 + 9$의 인수가 아닌 것은?

① $x-1$ ② $x+3$ ③ x^2-1
④ $x+9$ ⑤ x^4-10x^2+9

해설

$(x^2-1)(x^2-9) = (x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$

15. 다음 식을 간단히 나타낸 것은?

$$\frac{2}{1+\sqrt{2}}-\left(1+\sqrt{2}\right)^2$$

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$\frac{2}{1+\sqrt{2}}=\frac{2\left(1-\sqrt{2}\right)}{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(1-\sqrt{2}\right)}=-2+2\sqrt{2}$

$\left(1+\sqrt{2}\right)^2=3+2\sqrt{2}$

$\therefore$ (준식) $=-2+2\sqrt{2}-3-2\sqrt{2}=-5$

16. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3,\ 9)$ 를 지난다고 한다. 이때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 9)$ 를 지나므로 $9 = a \times (-3)^2$

$\therefore\ a = 1$

17. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-2, m), (4, n)$ 에서 만날 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ 에 두 점 $(-2, m), (4, n)$ 을 대입하면

$m = \frac{1}{2} \times (-2)^2 + 5 = 7$

$n = \frac{1}{2} \times 4^2 + 5 = 13$

$y = ax + b$ 가 $(-2, 7), (4, 13)$ 을 지나므로

$$\begin{array}{rl} & 7 = -2a + b \\ -) & 13 = \quad 4a \\ \hline & -6 = -6a \end{array} \qquad a = 1,\ b = 9$$

$\therefore\ a + b = 1 + 9 = 10$

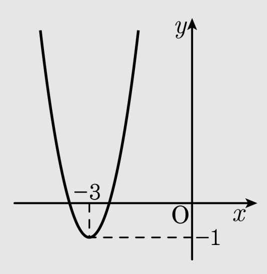
18. 이차함수 $y = 3(x+3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

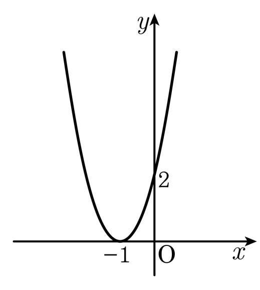
▷ 정답 : $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x의 값의 범위는 $x < -3$



19. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이고, y 절편이 2 인 포물선의 식을 $y=a(x-p)^2$ 이라 할 때, $a+p$ 의 값은?



① -3　　② -2　　③ -1

④ 1　　⑤ 2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이므로
$y=a(x+1)^2$ 이고, y 절편이 2 이므로
$2=a(0+1)^2$, $a=2$
$y=2(x+1)^2$
$a=2,\ p=-1$
$\therefore a+p=2-1=1$

20. 이차함수 $y=-(x-3)^2+4$ 의 그래프에서 꼭짓점을 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle$ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

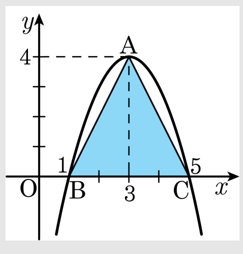
해설

$y=-(x-3)^2+4$ 의 그래프에서 꼭짓점은 (3, 4) 이다.

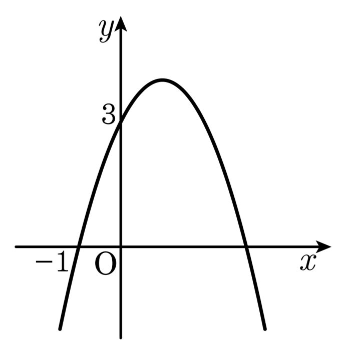
$$\begin{aligned} y &= -(x-3)^2+4 \\ &= -(x^2-6x+9)+4 \\ &= -(x^2-6x+5) \\ &= -(x-1)(x-5) \end{aligned}$$

따라서 x 축과의 교점은 (1, 0), (5, 0) 이다

$\therefore$ $\triangle$ABC의 넓이 $=\frac{1}{2}\times4\times4=8$



21. 다음 그림은 이차함수 $y=ax^2+2x+c$ 의 그래프이다. 이차함수의 최댓값은?



① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$y=ax^2+2x+c$ 에 점$(-1,\ 0),\ (0,\ 3)$ 을 대입하면
$0=a-2+c$
$3=c,\ a=-1$
$y=-x^2+2x+3$
$\therefore y=-(x-1)^2+4$
따라서 최댓값은 4 이다.

22. 이차함수 $y = -x^2 - 4mx$ 의 최댓값이 16 일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.(단, $m > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$y = -x^2 - 4mx = -(x + 2m)^2 + 4m^2$
최댓값이 16 이므로 $4m^2 = 16$
$m > 0$ 이므로 $m = 2$ 이다.

23. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$　　② $b - a < 0$　　③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$　　⑤ $a + 1 > 0$

해설

①
$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - \left(-\sqrt{7} + \sqrt{8}\right) \\ &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \end{aligned}$$

$\therefore\ a - b < 0$

②
$$\begin{aligned} b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - \left(\sqrt{8} - 3\right) \\ &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \end{aligned}$$

$\therefore\ b - a > 0$

③ (좌변)$= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$

(우변)$= 3 = \sqrt{9}$

$\therefore\ b + \sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$

$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore\ ab < 0$

⑤
$$\begin{aligned} a + 1 &= \left(\sqrt{8} - 3\right) + 1 \\ &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \end{aligned}$$

$\therefore\ a + 1 > 0$

24. $\sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = a + b\sqrt{14}$ 의 꼴로 나타낼 때, $a + 14b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

$$\sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2})$$

$$= \frac{\sqrt{14}}{7} + 2 - \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{2} - \frac{3\sqrt{14}}{28}$$

$$\therefore a = \frac{5}{2},\ b = -\frac{3}{28}$$

$$\therefore a + 14b = \frac{5}{2} - 14 \times \frac{3}{28} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1$$

25. $5x+2 \le 4x+5$이고 x는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$x^2-6x+5=0$

① $x=1,\ x=3$ ② $x=1,\ x=5$ ③ $x=1$
④ $x=2,\ x=3$ ⑤ $x=2,\ x=5$

해설
$5x+2 \le 4x+5$ 에서 $x \le 3$ 이다.
따라서 x의 값은 1, 2, 3이다.
$x^2-6x+5=0$를 만족하는 x의 값은 $x=1,\ x=5$이므로
이차방정식의 해는 $x=1$이다.

26. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0\,(p \neq 0)$ 의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$
② $x = -\dfrac{3}{4}$ 또는 $x = 1$
③ $x = \dfrac{4}{3}$ 또는 $x = 4$
④ $x = \dfrac{3}{4}$ 또는 $x = 1$
⑤ $x = \dfrac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면
$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$
$6p^2 - 3p = 0$
$3p(2p - 1) = 0$
$p = \dfrac{1}{2} \quad (\because\ p \neq 0)$
$2x^2 - \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2} = 0$
$4x^2 - x - 3 = 0$
$(4x + 3)(x - 1) = 0$
$\therefore\ x = -\dfrac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

27. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2　② -3　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

두 근을 $x,\ x + 4$ 라 하면 $3x = x + 4$

$\therefore\ x = 2$

따라서 두 근은 $2, 6$ 이다.

$2,\ 6$ 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면 $a = -8,\ b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.

28. 이차방정식 $x^2-\frac{5}{2}x+1=0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $3x^2+6x-3=0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(2a^2-5a-4)(2b^2+4b+5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -42

해설

$x^2-\frac{5}{2}x+1=0$ 의 양변에 2를 곱하면

$2x^2-5x=-2$

$x=a$를 대입하면 $2a^2-5a=-2$

$3x^2+6x-3=0$ 에서

$x^2+2x-1=0$

$2x^2+4x=2$

여기에 $x=b$를 대입하면 $2b^2+4b=2$

$$\begin{aligned}\therefore (2a^2-5a-4)(2b^2+4b+5) &= (-2-4)(2+5)\\ &= -42\end{aligned}$$

29. 이차방정식 $4x^2+px-5p=0$ 을 $(2x-A)^2=B$의 꼴로 변형하였더니 $B=0$이 되었다. 이 때, A의 값을 구하여라. $(p\neq 0)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$4x^2+px-5p=0$ 을 변형하면

$\left(2x+\frac{p}{4}\right)^2=5p+\frac{p^2}{16}$

즉, $B=0$이므로

$5p+\frac{p^2}{16}=0$

$80p+p^2=0$

$p(p+80)=0$

$p\neq 0$이므로

$\therefore\ p=-80$

따라서 $A=-\frac{p}{4}=20$이다.

30. 이차함수 $f(x) = x^2 - (6+p)x + 4p + 12$ $(-3 \le x \le -1)$ 의 최솟값이 0 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{19}{5}$

해설

$f(x) = x^2 - (6+p)x + 4p + 12$

$= \left(x - \frac{6+p}{2}\right)^2 - \frac{p^2 - 4p - 12}{4}$

(1) $\frac{6+p}{2} < -3$, 즉, $p < -12$ 인 경우

$x = -3$ 일 때, 최솟값이 0 이므로

$f(-3) = 7p + 39 = 0$

$\therefore\ p = -\frac{39}{7}$

그런데 $p < -12$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 p 값은 존재하지 않는다.

(2) $-3 \le \frac{6+p}{2} \le -1$, 즉, $-12 \le p \le -8$ 인 경우

$x = \frac{6+p}{2}$ 일 때, 최솟값이 0 이므로

$f\left(\frac{6+p}{2}\right) = 0$

$p^2 - 4p - 12 = 0$

$(p+2)(p-6) = 0$

$\therefore\ p = -2$ 또는 6

그런데 $-12 \le p \le -8$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 p 값이 존재하지 않는다.

(3) $\frac{6+p}{2} \ge -1$, 즉, $p \ge -8$ 인 경우

$x = -1$ 일 때, 최솟값이 0 이므로 $f(-1) = 0$

$\therefore\ p = -\frac{19}{5}$

따라서 (1), (2), (3) 에서 $p = -\frac{19}{5}$ 이다.