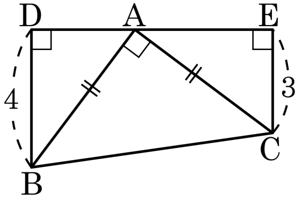
1. 다음 그림에 대한 설명 중 <u>틀린</u> 것은?



① $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은 RHS 합동이다.

② $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은 RHA 합동이다.

③ $\angle DAB = \angle ECA$

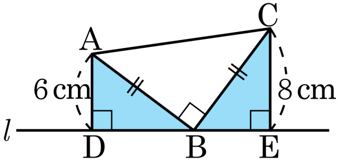
④ $\angle DAB + \angle EAC = 90°$

⑤ $\overline{DE} = 7$

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle D = \angle E = 90°$, $\angle DAB = \angle ECA$ 이므로 RHA 합동이다.

2. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{\mathrm{AD}} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CE}} = 8\mathrm{cm}$ 일 때, 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ____________ cm^2

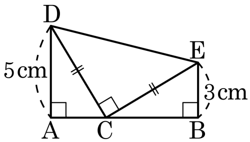
▷ **정답 :** $48\,\mathrm{cm}^2$

해설

직각삼각형 ABD 와 BCE 는 빗변의 길이가 같고,
$\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{BCE}$ ($\because$ $\angle\mathrm{ABD} + 90° + \angle\mathrm{CBE} = 180°$, $\angle\mathrm{BCE} + \angle\mathrm{CBE} + 90° = 180°$)
이므로 직각삼각형 ABD 와 BCE 는 RHA 합동이다.
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BE}}$, $\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{CE}}$
삼각형의 넓이는 같으므로 직각삼각형 넓이의 2배를 하면 된다.

$$2\left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6\right) = 48(\mathrm{cm}^2)$$

3. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 DCE 의 직각인 꼭짓점 C 를 지나는 직선 AB 에 꼭짓점 D, E 에서 각각 수선 DA, EB 를 내릴 때, □ABED 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 32 cm^2

해설

$\angle\mathrm{CDA} = \angle a$ 라 하면,

$\angle\mathrm{DCA} = 180° - (90° + \angle\mathrm{CDA}) = 90° - \angle a$

$\angle\mathrm{ECB} = 180° - (90° + \angle\mathrm{DCA}) = 180° - (90° + 90° - \angle a) = \angle a$ (⋯ ㉠)

$\triangle\mathrm{CDA}$ 와 $\triangle\mathrm{ECB}$ 에서

ⅰ) $\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{EC}}$

ⅱ) $\angle\mathrm{CDA} = \angle\mathrm{ECB} = \angle a$ (㉠)

ⅲ) $\angle\mathrm{DAC} = \angle\mathrm{CBE} = 90°$

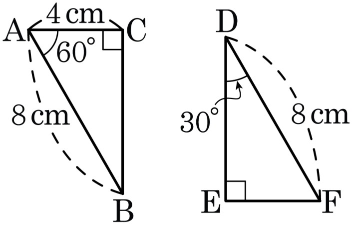
ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에 의해 $\triangle\mathrm{CDA} \equiv \triangle\mathrm{ECB}$ (RHA 합동) 이다.

합동인 도형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BE}} = 3\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = 5\mathrm{cm}$ 이다.

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}} + \overline{\mathrm{CB}} = 8\mathrm{cm}$ 이다.

$\therefore$ □ABED $= 8 \times \dfrac{(3+5)}{2} = 32(\mathrm{cm}^2)$

4. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 5cm ② 4.5cm ③ 4cm

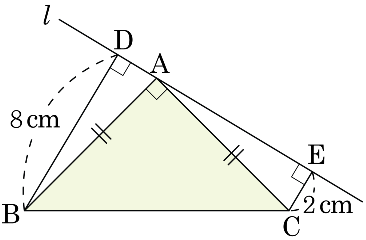
④ 3.5cm ⑤ 3cm

해설

$\triangle ABC, \triangle FDE$ 는 RHA 합동

$\therefore \overline{EF} = \overline{CA} = 4\text{cm}$

5. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선 l이 있다. 두 꼭짓점 B, C에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 할 때, △ABC의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 34 cm^2

해설

$\triangle DBA \equiv \triangle EAC$ (RHA 합동)이므로

$\overline{AE} = \overline{BD} = 8\,cm$

$\overline{DA} = \overline{EC} = 2\,cm$

$\therefore$ (△ABC의 넓이)

$=$ (사다리꼴□DBCE의 넓이)

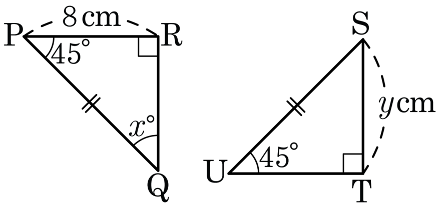
$-2 \times$ (△ABD의 넓이)

$$= \left\{\frac{1}{2} \times (2+8) \times 10\right\} - 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 2\right)$$

$$= 50 - 16$$

$$= 34(cm^2)$$

6. 두 직각삼각형 PRQ, STU 가 다음 그림과 같을 때, $x-y$ 의 값은?



① 35 ② 37 ③ 40 ④ 45 ⑤ 48

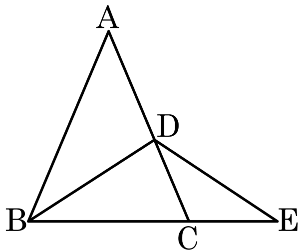
해설

$\triangle$PRQ, $\triangle$STU 는 RHA 합동 (두 삼각형은 모두 직각이등변삼각형) 이므로

$\angle x = 90° - 45° = 45°$, $\overline{ST} = \overline{PR} = 8\text{cm} = y$ cm

$\therefore\ x - y = 45 - 8 = 37$

7. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 7\text{cm}$, $\overline{DC} = 3\text{cm}$, $\overline{DE} = 5\text{cm}$, $\angle ABD = \angle CBD$, $\overline{CD} = \overline{CE}$일 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 5 cm

해설

$\overline{CD} = \overline{CE}$ 이므로

$\angle CDE = \angle CED$, $\angle CED = \angle a$ 라 하면

$\therefore\ \angle DCB = \angle CDE + \angle CED = 2\angle a$

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle DCB = 2\angle a$

$\angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 2\angle a = \angle a$

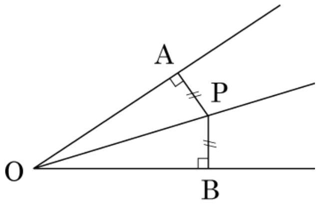
$\angle CBD = \angle CED = \angle a$ 이므로

$\triangle BDE$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BD}$의 길이는 $\overline{DE}$의 길이와 같다.

$\therefore\ 5\text{cm}$

8. 다음은 '각의 두변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.' 를 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 써 넣어라.



(가정) $\angle PAO = \angle PBO = 90°$, $\overline{PA} = \overline{PB}$
(결론) $\angle AOP = \boxed{}$
(증명) $\triangle AOP$와 $\triangle BOP$에서 $\angle PAO = \boxed{} = 90°$(가정)
$\boxed{}$는 공통, $\overline{PA} = \overline{PB}$(가정)
따라서 $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$($\boxed{}$합동) 이므로 $\angle AOP =$ $\boxed{}$
즉, 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle BOP$

▷ 정답 : $\angle PBO$

▷ 정답 : $\overline{OP}$

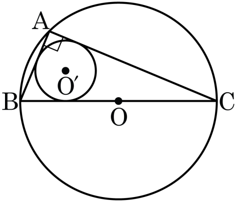
▷ 정답 : RHS

▷ 정답 : $\angle BOP$

해설

(가정) $\angle PAO = \angle PBO = 90°$, $\overline{PA} = \overline{PB}$
(결론) $\angle AOP = \angle BOP$
(증명) $\triangle AOP$와 $\triangle BOP$에서 $\angle PAO = \angle PBO = 90°$(가정)
$\overline{OP}$는 공통, $\overline{PA} = \overline{PB}$(가정)
따라서 $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$(RHS 합동) 이므로 $\angle AOP = \angle BOP$
즉, 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 있다.

9. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 △ABC 의 외접원, 내접원이다. 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 13cm, 4cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿ cm^2

▷ 정답 : $120\,\mathrm{cm}^2$

해설

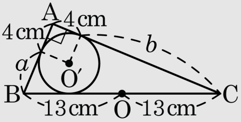
$$\triangle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times (a+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times (b+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times 26 \times 4$$

$$= 2\angle a + 8 + 2\angle b + 8 + 52$$

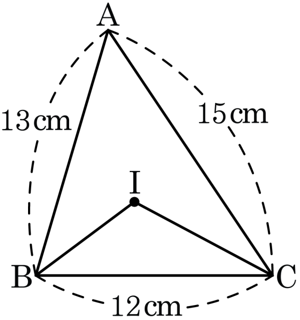
$$= 2(\angle a + b) + 68$$

$$= 2 \times 26 + 68$$

$$= 120(\mathrm{cm}^2)$$



10. 다음 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $80\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.)



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 24 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

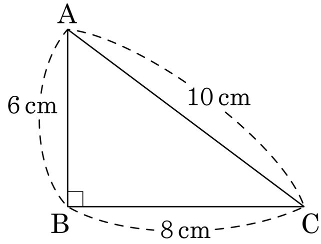
내심원의 반지름의 길이를 r라고 하면

$$\frac{1}{2} \times r \times (13 + 12 + 15) = 80$$

$$r = 4(\mathrm{cm})$$

$$\therefore \triangle IBC = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24(\mathrm{cm}^2)$$

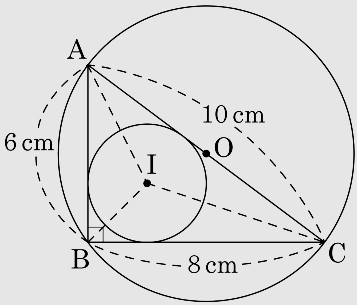
11. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 $6\,\mathrm{cm}$, $8\,\mathrm{cm}$, $10\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형 ABC에서 외접원과 내접원의 반지름의 길이를 각각 $R\,\mathrm{cm}$, $r\,\mathrm{cm}$라고 할 때, $R+r$의 값을 구하여라.



▶ **답 :** ________ cm

▷ **정답 :** 7 cm

해설



(1) 단계

다음 그림과 같이 직각 삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외접원의 반지름 R은 $5\,\mathrm{cm}$

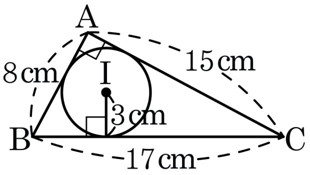
$\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{IAB} + \triangle\mathrm{IBC} + \triangle\mathrm{ICA}$ 이므로

$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2}(6r + 8r + 10r)$, $24 = 12r$, $r = 2$

즉, 내접원의 반지름 r은 $2\,\mathrm{cm}$

$\therefore\ R + r = 5 + 2 = 7(\,\mathrm{cm})$

12. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이는 $3\,\text{cm}$ 이다. $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 17$, $\overline{AC} = 15$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

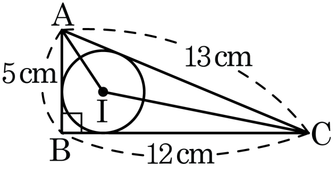
▷ **정답 :** $60\,\text{cm}^2$

해설

반지름이 3, $\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 17, \overline{AC} = 15$ 이므로

$(\triangle ABC$ 의 넓이$) = \dfrac{1}{2} \times 3 \times (8 + 17 + 15) = 60\,\text{cm}^2$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 13 cm^2

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.

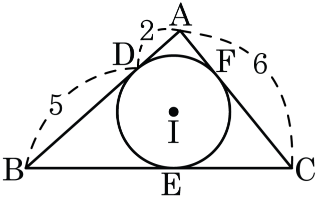
$\overline{DI} = \overline{BE}$, $x = \overline{BE}$ 라 하면 $\overline{AF} = 5 - x$, $\overline{CF} = 12 - x$

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$

$\therefore\ x = 2\text{cm}$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 내접원과 삼각형 ABC 의 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

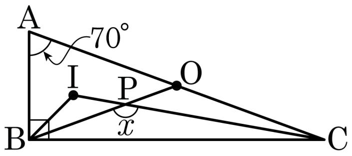
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $120°$ ② $130°$ ③ $140°$ ④ $150°$ ⑤ $160°$

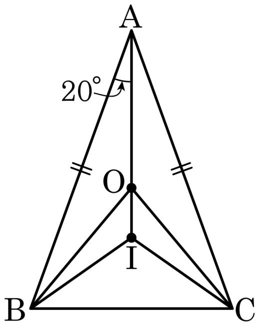
해설

$\angle ACB = 90° - 70° = 20°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180° - (10° + 20°) = 150°$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 점 I 와 점 O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심과 외심이다. $\angle BAO = 20°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,$\angle A = 40°$ 이므로

$\angle ABC = 70°$, $\angle BOC = 80°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40° + 90° = 110°$ 이다.

따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 110° - 80° = 30°$ 이다.